

2010학년도 10월 고3 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 수리 영역 •

수리'가'형 정답

1	③	2	①	3	⑤	4	④	5	①
6	①	7	②	8	①	9	④	10	⑤
11	④	12	③	13	③	14	②	15	②
16	③	17	⑤	18	35	19	120	20	3
21	12	22	21	23	380	24	9	25	50

해설

1. [출제의도] 지수의 성질을 이용하여 식의 값을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\sqrt[3]{8} \div 2^{-2} = (2^3)^{\frac{1}{3}} \div 2^{-2} = 2^{1-(-2)} = 2^3 = 8$$

2. [출제의도] 역행렬을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$B^{-1}A = (A^{-1}B)^{-1} \text{이므로 모든 성분의 합은 } -1$$

3. [출제의도] 함수의 극한값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{(x+1)(\sqrt{2x+1}+1)} = 1$$

4. [출제의도] 회전체의 부피를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\int_0^1 \pi x^2 dy = \int_0^1 \pi(1-y^2)^2 dy = \int_0^1 \pi(y^4 - 2y^2 + 1) dy$$

$$= \pi \left[\frac{1}{5}y^5 - \frac{2}{3}y^3 + y \right]_0^1 = \frac{8}{15}\pi$$

5. [출제의도] 직선의 방정식을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$l: \frac{x-7}{2} = \frac{y-14}{3} = z \text{ 이고 방향벡터는 } \vec{d} = (2, 3, 1) \text{ 이므로 수선의 발 H를 } H(2t+7, 3t+14, t) \text{ 라 하면}$$

$$\vec{OH} \cdot \vec{d} = 0 \text{ 에서 } 2(2t+7) + 3(3t+14) + t = 0 \therefore t = -4$$

따라서 H(-1, 2, -4)이므로 a+b+c = -3이다.

6. [출제의도] 함수가 증가하기 위한 조건을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

(1) $x \geq 2a$ 일 때, $f'(x) = 3x^2 + 12x + 15 > 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 증가한다.

(2) $x \leq 2a$ 일 때, $f'(x) = 3(x+5)(x-1)$ 이므로

함수 $f(x)$ 가 증가하려면 $2a \leq -5, a \leq -\frac{5}{2}$

따라서 실수 a 의 최댓값은 $-\frac{5}{2}$ 이다.

7. [출제의도] 함수가 미분가능할 조건을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$f'(x) = k(x-1)(x+1) \text{ 이고 } f(-1) = 3, f(1) = -1$$

$$\therefore f(x) = x^3 - 3x + 1, f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$g'(x) = \begin{cases} 0 & (x < -1, x > 1) \\ 3x^2 - 3 & (-1 \leq x \leq 1) \end{cases} \text{ 에서}$$

∴ $g'(x) \leq 0$ (참)

∴ $g'(x) \geq -3$ 이므로 $g'(x)$ 의 최솟값은 -3 (거짓)

8. [출제의도] 이차곡선의 정의와 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$$\overline{FP} = a, \overline{FP} = b \text{ 라 하면 } a - b = 4$$

$$\angle F'PF = \frac{\pi}{2} \text{ 이므로 } a^2 + b^2 = (2\sqrt{10})^2 = 40$$

따라서 $a = 6, b = 2$ 이므로 $\cos(\angle PFF') = \frac{2}{2\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$

9. [출제의도] 적분을 이용하여 주어진 함수의 성질을 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

∴ $g(-1) = \int_{-1}^1 f(t) dt = 0$ (참)

∴ 함수 $g(x)$ 는 개구간 (1, 2) 에서 증가한다. (거짓)

∴ 방정식 $g(x) = 2$ 의 실근은 $-4, -2, 4, 6$ 이므로 $-4 - 2 + 4 + 6 = 4$ 이다. (참)

10. [출제의도] 함수의 연속을 이해하고 극한값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

∴ $\lim_{x \rightarrow 0} f(f(x)) = \lim_{t \rightarrow -1+0} f(t) = 0$ 이고

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(f(x)) = \lim_{t \rightarrow -1+0} f(t) = 0 \text{ 이므로 } \lim_{x \rightarrow 0} f(f(x)) = 0$$

$f(f(0)) = 0$ 이므로 $x = 0$ 에서 연속이다. (참)

∴ $a \neq 0$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)f(-x) = -\lim_{x \rightarrow a} \{f(x)\}^2$

$a = 0$ 일 때, $-\lim_{x \rightarrow 0} \{f(x)\}^2 = -\lim_{x \rightarrow 0} \{f(x)\}^2 = -1$

따라서 $-2 < a < 2$ 인 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)f(-x)$ 의 값이 존재한다. (참)

11. [출제의도] 벡터의 내적을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점 A를 원점, 직선 AD를 x축, 직선 AB를 y축으로 하면 점 C의 좌표는 $C(2\sqrt{3}, -2)$ 이다.

원 $(x - 2\sqrt{3})^2 + (y + 1)^2 = 1$ 위의 점 $P(x, y)$ 에 대하여 $\overline{AC} \cdot \overline{AP} = 2\sqrt{3}x - 2y$

$2\sqrt{3}x - 2y = k$ 라 하면 $10 \leq k \leq 18$ 일 때, 직선과 원이 만나므로 k 의 최댓값은 18이다.

12. [출제의도] 상용로그의 성질을 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$80 = 10 \left(12 + \log \frac{I}{1^2} \right) = 120 + 10 \log I \text{ 에서 } \log I = -4$$

$$\therefore a = 10 \left(12 + \log \frac{I}{10^2} \right) = 120 + 10 \log I - 20 = 60$$

13. [출제의도] 수학적귀납법으로 부등식의 증명을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(가) : 2, (나) : $4(k+1)^2$, (다) : $2k+1$

14. [출제의도] 상용로그의 가수를 이해하고 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\log x^3 - \log x = 3 \log x - \log x = 2 \log x = (\text{정수}) \text{ 이므로}$$

∴ $\sqrt{10} < x < 1000$ 에서 $1 < 2 \log x < 6$

∴ $N(\sqrt{10}, 1000) = 4$ (참)

∴ $10^p < x < 10^{p+10}$ 에서 $2p < 2 \log x < 2p+20$

∴ $N(10^p, 10^{p+10}) = 19$ (참)

∴ $2^{10} < x < 2^{50}$ 에서 $6.02 < 2 \log x < 30.10$

∴ $N(2^{10}, 2^{50}) = 24$ (거짓)

15. [출제의도] 정규분포를 따르는 확률변수에 대한 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

더덕 한 뿌리의 무게를 X라 하면 확률변수 X는 정규분포 $N(40, 5^2)$ 을 따른다.

$$P(30 \leq X < 45) = P(-2 \leq Z < 1) = 0.8185$$

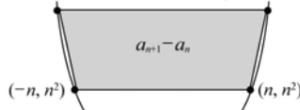
16. [출제의도] 규칙성을 찾아 수열의 극한값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$a_{n+1} - a_n = (2n+1)^2 \quad \begin{matrix} (-n-1, (n+1)^2) \\ (n+1, (n+1)^2) \end{matrix}$$

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} (2k+1)^2$$

$$= \frac{4n^3 - n}{3}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^3} = \frac{4}{3}$$



17. [출제의도] 계차수열을 이용하여 수열의 일반항을 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

T_n 의 면의 개수를 a_n , 꼭짓점의 개수를 b_n 이라 하면,

$b_1 = 4, b_{n+1} = 3b_n$ 에서 $b_n = 4 \cdot 3^{n-1}$

$$a_1 = 4, a_{n+1} = a_n + b_n = a_n + 4 \cdot 3^{n-1}$$

$$\therefore a_6 = 4 + \sum_{k=1}^5 4 \cdot 3^{k-1} = 488$$

18. [출제의도] 이항계수를 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$(x^2 - 1)^7$ 의 전개식에서 일반항은 ${}_7C_r (x^2)^{7-r} (-1)^r$ 이므로 x^6 의 계수는 ${}_7C_4 (-1)^4 = 35$ 이다.

19. [출제의도] 함수의 연속성을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$f(x)$ 는 삼차항의 계수가 2인 삼차함수이고

$$f(-1) = f(0) = f(1) = 0 \text{ 이므로 } f(x) = 2x(x-1)(x+1)$$

$$\therefore f(4) = 120$$

20. [출제의도] 무리방정식의 해를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\sqrt{f(2x)-x} = A \text{ 라 하면 } A^2 - 2 = A, A = 2 (\because A \geq 0)$$

$$\therefore f(2x) - x = 4, f(t) = \frac{1}{2}t + 4 \text{ 이므로 } t = -2, 8$$

따라서 $x = -1, 4$ 이므로 모든 실근의 합은 3이다.

21. [출제의도] 공간에서의 벡터의 연산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

좌표공간에서 B(0, 0, 0), D(0, 6, 0), C(3√3, 3, 0) 이라 하면 A(√3, 3, 2√6), E(√3, 3, -2√6) 이다.

$$\overline{BA} = (\sqrt{3}, 3, 2\sqrt{6}), \overline{DE} = (\sqrt{3}, -3, -2\sqrt{6})$$

$$\therefore |\overline{BA} + \overline{DE}|^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$$

22. [출제의도] 행렬과 연립방정식의 관계와 부등식의 영역을 이용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ 에서 } \begin{pmatrix} 4-k & -1 \\ 1 & 2-k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(4-k)(2-k) + 1 = 0 \therefore k = 3$$

따라서 $x - y = 0$ 이므로 두 조건을 만족시키는 순서쌍 (α, β) 의 개수는 21이다.

23. [출제의도] 수열의 성질과 이산확률분포의 성질을 이용하여 기댓값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

수열 $\{p_n\}$ 은 등차수열이므로

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1 \text{ 에서 } p_1 + p_5 = \frac{2}{5}$$

$$p_5 - p_1 = \frac{8}{25} \text{ 에서 } p_1 = \frac{1}{25}, p_5 = \frac{9}{25}$$

$$E(100X) = 100 \left(\frac{1}{25} + \frac{6}{25} + \frac{15}{25} + \frac{28}{25} + \frac{45}{25} \right) = 380$$

24. [출제의도] 좌표공간에서 도형의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

A(1, 0, √3), B(0, 3, 2√3) 이므로 $\overline{AC} = \sqrt{3}, \overline{BD} = 2\sqrt{3}$

$$l: 4x + 3y + 1 = 0, z = 0 \text{ 에서 } \overline{CE} = 1, \overline{DF} = 2 \therefore \overline{EF} = 3$$

$$\overline{AE} = 2, \overline{BF} = 4 \text{ 이므로 } \square AEFB = \frac{1}{2} \times (2+4) \times 3 = 9$$

25. [출제의도] 순열과 조합을 이용하여 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

반지름의 길이가 가장 긴 원판을 A라 할 때, A 위에 원판이 1개, 2개, 3개, 4개 놓이는 경우는 각각

$${}_4C_1 \times 3! = 24, {}_4C_2 \times 2! = 12, {}_4C_3 \times 2! = 8, {}_4C_4 \times 3! = 6$$

이다. 따라서 구하는 방법의 수는 $24 + 12 + 8 + 6 = 50$

[미분과 적분]

26	②	27	③	28	④	29	⑤	30	17
----	---	----	---	----	---	----	---	----	----

26. [출제의도] 배각의 공식을 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 + \sin 2\theta = \frac{5}{4} \therefore \sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

27. [출제의도] 함수의 극한값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$f(x) = \ln \sqrt[3]{x} \text{ 이므로 } g(x) = e^{3x} \text{ 이다.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} \frac{f(g(x))}{g(x)-1} = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{x}{e^{3x}-1} = \frac{1}{3}$$

28. [출제의도] 치환적분법을 이용하여 정적분의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\int_1^{\frac{3}{2}} f(2x)dx = 7 \text{에서 } \int_2^3 f(x)dx = 14$$

$$\int_1^{\frac{4}{3}} f(3x)dx = 1 \text{에서 } \int_3^4 f(x)dx = 3$$

$$\int_{2001}^{2012} f(x)dx = \int_1^{12} f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + 5 \int_2^4 f(x)dx = 88$$

29. [출제의도] 평균값의 정리를 이용하여 명제의 참, 거짓을 판별할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$g(x) = -\sin x \int_{-\frac{\pi}{2}}^x f(t)dt + \cos x \cdot f(x)$$

$$\neg. g(0) = 0 \quad (\because f(0) = 0) \text{ (참)}$$

$$\begin{aligned} \neg. g(-x) &= -\sin(-x) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-x} f(t)dt + \cos(-x) \cdot f(-x) \\ &= \sin x \left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{-x} f(t)dt + \int_{-x}^x f(t)dt \right) - \cos x \cdot f(x) \\ &= \sin x \int_{-\frac{\pi}{2}}^x f(t)dt - \cos x \cdot f(x) = -g(x) \text{ (참)} \end{aligned}$$

ㄷ. $g\left(-\frac{\pi}{2}\right) = g(0)$ 이므로 평균값의 정리에 의해 $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 에서 $g'(c) = 0$ 인 c 가 적어도 하나 존재한다. 마찬가지로 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 $g'(c) = 0$ 인 c 가 적어도 하나 존재한다. (참)

30. [출제의도] 도형의 넓이의 변화율을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점 P가 1초에 π 씩 움직이므로 점 H는 1초에 $\frac{4}{5}\pi$ 씩 움직인다. 따라서 점 H가 t 초 동안 움직인 거리는 $\frac{4}{5}\pi t$ 이다. 좌표공간에서 선분 AB의 중점을 원점 O라 하고 점 A(4, 0, 0), t 초 후의 점 H, P를

$$H\left(4\cos\frac{\pi t}{5}, 4\sin\frac{\pi t}{5}, 0\right), P\left(4\cos\frac{\pi t}{5}, 4\sin\frac{\pi t}{5}, \frac{3\pi t}{5}\right)$$

$$\overline{HA} = \sqrt{\left(4\cos\frac{\pi t}{5} - 4\right)^2 + \left(4\sin\frac{\pi t}{5}\right)^2} = 8\sin\frac{\pi t}{10}$$

$$S = \frac{1}{2} \overline{HA} \cdot \overline{PH} = 4\sin\frac{\pi t}{10} \cdot \frac{3\pi t}{5}$$

$$\frac{dS}{dt} = 4\left(\cos\frac{\pi t}{10} \cdot \frac{\pi}{10} \cdot \frac{3\pi t}{5} + \sin\frac{\pi t}{10} \cdot \frac{3\pi}{5}\right)$$

$$\text{따라서 } t=5 \text{일 때 } \frac{dS}{dt} = \frac{12}{5}\pi = \frac{q}{p}\pi \quad \therefore p+q = 17$$

[확률과 통계]

26	②	27	④	28	②	29	③	30	432
----	---	----	---	----	---	----	---	----	-----

26. [출제의도] 가중평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$a = \frac{1 \times 2 + 3 \times 12 + 5 \times 23}{1 + 3 + 5} = 17$$

27. [출제의도] 신뢰구간의 길이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\hat{p} = 0.2 \text{이므로 } 2 \times 2 \times \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 2 \times 2 \times \sqrt{\frac{0.2 \times 0.8}{400}} = 0.08$$

28. [출제의도] 줄기와 잎 그림을 이해하고 자료를 해석할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\text{ㄷ. 자료의 범위는 } 64 - 11 = 53 \text{ (거짓)}$$

29. [출제의도] 이산확률변수의 기댓값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	2	3	4	6	9
$P(X)$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{15}{36}$	$\frac{10}{36}$

$$\therefore E(X) = \frac{1}{36}(2 \times 3 + 3 \times 5 + 4 \times 3 + 6 \times 15 + 9 \times 10) = \frac{71}{12}$$

30. [출제의도] 순열과 조합을 이해하고 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$(1) |f(2) - f(1)| = |f(3) - f(2)| = 1 \text{일 때 } 2 \times 5 \times 4!$$

$$(2) |f(2) - f(1)| = |f(3) - f(2)| = 2 \text{일 때 } 2 \times 3 \times 4!$$

$$(3) |f(2) - f(1)| = |f(3) - f(2)| = 3 \text{일 때 } 2 \times 1 \times 4!$$

$$\therefore 240 + 144 + 48 = 432$$

[이산수학]

26	⑤	27	④	28	②	29	③	30	880
----	---	----	---	----	---	----	---	----	-----

26. [출제의도] 두 항 사이의 관계를 이해하고 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

n 칸의 계단을 오르는 방법의 수를 수열 $\{a_n\}$ 이라 하면 $\{a_n\} : 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots \therefore a_9 = 55$

27. [출제의도] 완전그래프의 뜻을 알고 있는가를 묻는 문제이다.

n 개의 꼭짓점이 있는 그래프가 완전그래프가 되려면 ${}_nC_2$ 개의 변이 필요하므로 ${}_nC_2 = 36$ 에서 $n = 9$

28. [출제의도] 생성수형도를 이해하고 만들 수 있는가를 묻는 문제이다.

꼭짓점의 개수가 5인 생성수형도의 변의 개수는 4이므로 지워야 할 변의 개수는 $9 - 4 = 5$ 이다.

29. [출제의도] 수의 분할을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\neg. 4 = 1 + 3 = 2 + 2 \text{이므로 } P(4, 2) = 2 \text{ (참)}$$

$$\neg. P(10, 3) = 8, P(7, 1) = 1, P(7, 2) = 3, P(7, 3) = 4$$

$$\text{이므로 } P(10, 3) = P(7, 1) + P(7, 2) + P(7, 3) \text{ (참)}$$

$$\text{ㄷ. [반례]} P(4, 2) = 2, P(4, 3) = 1 \text{ (거짓)}$$

30. [출제의도] 공평한 분배의 의미를 알고 실생활에 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

	A	B	C	합
기대 금액	2020	2100	1950	
상속	3600(집)	2800(땅)	0	
차액	-1580	-700	1950	-330
조정 후 차액	-1470	-590	2060	0

$$a = 1470, b = 590 \text{이므로 } a - b = 880$$