2010학년도 10월 고3 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 수리 영역 •

수리'나'형 정답

1	③	*2*	①	*3*	④	*4*	④	*5*	④
6	①	*7*	②	*8*	⑤	*9*	②	*10*	⑤
11	①	*12*	③	*13*	③	*14*	②	*15*	②
16	③	*17*	⑤	*18*	35	*19*	20	*20*	22
21	15	*22*	21	*23*	380	*24*	7	*25*	50
26	①	*27*	④	*28*	③	*29*	⑤	*30*	55

해 설

1~2. '가'형과 동일

3. [출제의도] 무한등비급수의 합을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 5\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} = \frac{5}{1-\frac{3}{4}} = 20$

4. [출제의도] 독립사건의 성질을 이해하여 확률의 곱셈정리를 이용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\mathrm{P}(A^C \cap B) = \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B) = \frac{7}{9}\mathrm{P}(B) = \frac{2}{9}$

$\mathrm{P}(B) = \frac{2}{7}$ $\therefore \mathrm{P}(A\cap B) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B) = \frac{2}{9}\times\frac{2}{7} = \frac{4}{63}$

5. [출제의도] 극한값의 성질을 이해하여 미정계수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(a+\frac{b}{n}\right) = a = 2,\ \sum_{n=1}^{5}(2n+b) = 30+5b = 60$

$\therefore a+b = 2+6 = 8$

6. [출제의도] 등비수열의 일반항을 이해하여 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$a_1 a_{10} = a^2 r^9 = 9$에서

$a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_{10} = a^{10}\times r^{45} = (a^2r^9)^5 = 9^5 = 3^{10}$

7. [출제의도] 수열의 귀납적 정의를 이해하고 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$a_{n+2} = 3a_{n+1} - 3 \cdots$㉠, $a_{n+1} = 3a_n - 3 \cdots$㉡

㉠-㉡ : $a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n)$

$a_2 - a_1 = 1$ 에서 $a_{n+1} - a_n = 3^{n-1}$

$\therefore a_6 - a_5 = 81$

8. [출제의도] 역행렬의 성질을 이해하여 역행렬의 존재성을 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $A(-A) = E$ 이므로 $A^{-1} = -A$ (참)

ㄴ. $A^3 - E = -A - E$ 이고 $(-A-E)\left(\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}E\right) = E$

$\therefore A^3 - E$ 의 역행렬이 존재한다. (참)

ㄷ. $(A+kE)(A-kE) = A^2 - k^2E = -(1+k^2)E$ 에서

$(A+kE)\left(-\frac{1}{1+k^2}A + \frac{k}{1+k^2}E\right) = E$

$\therefore A+kE$의 역행렬이 존재한다. (참)

9. [출제의도] 확률의 덧셈정리와 조건부 확률을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

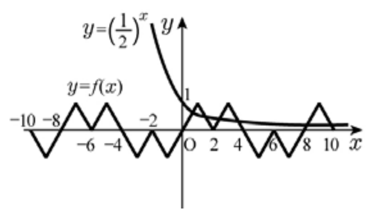
$\mathrm{P}(A) = \frac{4}{7}$, $\mathrm{P}(B) = \frac{2}{7}$, $\mathrm{P}(C) = \frac{1}{7}$

$\mathrm{P}(D) = \mathrm{P}(D\cap A) + \mathrm{P}(D\cap B) + \mathrm{P}(D\cap C)$

$= \mathrm{P}(D|A)\mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(D|B)\mathrm{P}(B) + \mathrm{P}(D|C)\mathrm{P}(C) = \frac{11}{70}$

10. [출제의도] 지수함수의 그래프를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$y = f(x)$ 와 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프는 그림과 같다.



따라서 두 그래프의 교점의 개수는 6이다.

11. [출제의도] 순열을 이해하여 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(1) $f(1) = 1$이면 $f(2) = 3$이므로 $3! = 6$

(2) $f(1) = 3$이면 $f(3) = 1$, $f(2) = 5$이므로 $3! = 6$

(3) $f(1) = 4$이면 $f(4) = 1$, $f(2) = 6$이므로 $3! = 6$

(4) $f(1) = 2$ 또는 $f(1) = 5$ 또는 $f(1) = 6$이면 주어진 조건을 만족하는 함수 f는 존재하지 않는다.

따라서 구하는 함수 f의 개수는 36이다.

12~18. '가'형과 동일

19. [출제의도] 등차수열의 성질을 이용하여 식의 값을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a, 공차를 d라 하면

$a_2 + a_4 + a_6 = 3a + 9d = 30$ $\therefore a + 3d = 10$

$\therefore a_1 + a_7 = 2(a+3d) = 20$

20. [출제의도] 지수함수의 평행이동을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$y = 2^{x-2}$ 의 그래프는 $y = 2^x$ 의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 $\overline{\mathrm{P}_k\mathrm{Q}_k} = 2$

$\therefore A_k = \frac{1}{2}\times 2\times k = k$ $\therefore A_1 + A_4 + A_7 + A_{10} = 22$

21. [출제의도] 상용로그의 지표와 행렬의 정의를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$a_{11} = 2,\ a_{12} = 4,\ a_{21} = 4,\ a_{22} = 5$이므로 구하는 값은 15

22~23. '가'형과 동일

24. [출제의도] $\sum$의 성질을 이해하고 수열의 극한값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\displaystyle S_n = \sum_{k=1}^{n}(k^2+k) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

$\displaystyle T_n = \sum_{k=1}^{n}\{k^2 + (2n+1)k + n^2 + n\} = \frac{n(n+1)(7n+2)}{3}$

$\displaystyle \therefore \lim_{n\to\infty}\frac{T_n}{S_n} = 7$

25. '가'형과 동일

26. [출제의도] 무한급수의 합을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$a_n = 2n+1$ $(n \geq 1)$이므로 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{2}{(2k+1)(2k+3)} = \frac{1}{3}$

27. [출제의도] 역행렬과 수열의 극한값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n = \lim_{n\to\infty}\frac{2}{2^n+3^n} = 0$ (참)

ㄴ. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty}\frac{2^n+3^n}{2^{n+1}+3^{n+1}} = \frac{1}{3}$ (거짓)

ㄷ. $\displaystyle\frac{2}{3^n+3^n} < a_n < \frac{2}{2^n+2^n}$ (참)

28. [출제의도] 이항분포와 정규분포의 관계를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(150, \frac{2}{5}\right)$를 따른다.

ㄱ. $\mathrm{V}(X) = 150\times\frac{2}{5}\times\left(1-\frac{2}{5}\right) = 36$ (참)

ㄴ. ${}_{150}\mathrm{C}_0\left(\frac{3}{5}\right)^{150} > {}_{150}\mathrm{C}_{150}\left(\frac{2}{5}\right)^{150}$ (거짓)

ㄷ. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(60, 6^2)$을 따르므로

$\mathrm{P}(X \leqq 51) = \mathrm{P}(Z \leqq -1.5)$, $\mathrm{P}(X \geqq 72) = \mathrm{P}(Z \geqq 2)$

$\therefore \mathrm{P}(X \leqq 51) > \mathrm{P}(X \geqq 72)$ (참)

29. [출제의도] 조합의 수를 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

6명을 배정하는 모든 경우의 수는

${}_6\mathrm{C}_2 \times {}_4\mathrm{C}_3 \times {}_3\mathrm{C}_2 \times {}_4\mathrm{C}_3 = 720$

배정되지 않는 선수가 있는 경우의 수는

${}_6\mathrm{C}_2 \times {}_4\mathrm{C}_3 \times {}_2\mathrm{C}_2 \times {}_3\mathrm{C}_3 = 60$

$\therefore 720 - 60 = 660$

30. [출제의도] 이항분포의 분산을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

10 이하의 음이 아닌 정수를 확률변수 X라 하면

$f(r) = {}_{10}\mathrm{C}_r\left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \mathrm{P}(X = r)$이므로

확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(10, \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

$\mathrm{E}(X) = 10\times\frac{1}{2} = 5$, $\mathrm{V}(X) = 10\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

$\displaystyle\therefore 2\sum_{r=0}^{10} r^2 f(r) = 2\mathrm{E}(X^2) = 2[\mathrm{V}(X) + \{\mathrm{E}(X)\}^2] = 55$