제 2 교시

수리 영역(나 형)

1. $\sqrt[3]{8} \div 2^{-2}$의 값은? [2점]

① 2　② 4　③ 8　④ 16　⑤ 32

2. 역행렬이 존재하는 두 이차정사각행렬 A, B에 대하여 $A^{-1}B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$일 때, 행렬 $B^{-1}A$의 모든 성분의 합은? [2점]

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

3. 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} 5\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$의 값은? [2점]

① 5　② 10　③ 15　④ 20　⑤ 25

4. 서로 독립인 두 사건 A, B에 대하여

$\mathrm{P}(A) = \frac{2}{9}$, $\mathrm{P}(A^C \cap B) = \frac{2}{9}$일 때, $\mathrm{P}(A \cap B)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{63}$　② $\frac{2}{63}$　③ $\frac{1}{21}$　④ $\frac{4}{63}$　⑤ $\frac{5}{63}$

5. 두 등식 $\lim_{n\to\infty} \frac{an+b}{n} = 2$, $\sum_{n=1}^{5} (an+b) = 60$을 만족시키는 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은? [3점]

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

6. 등비수열 $\{a_n\}$에서 $a_1 a_{10} = 9$일 때, 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제10항까지의 곱은? [3점]

① 3^{10} ② 3^{11} ③ 3^{12} ④ 3^{13} ⑤ 3^{14}

7. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1 = 2,\ a_{n+1} = 3a_n - 3\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

이 성립할 때, $a_6 - a_5$의 값은? [3점]

① 27 ② 81 ③ 243 ④ 729 ⑤ 2187

8. 이차정사각행렬 A가 $A^2 + E = O$을 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이고, O는 영행렬이다.) [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $A + A^{-1} = O$

ㄴ. $A^3 - E$의 역행렬이 존재한다.

ㄷ. 모든 실수 k에 대하여 $A + kE$의 역행렬이 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 어떤 시행에서 나올 수 있는 모든 결과의 집합을 S라 하자. S의 부분집합인 세 사건 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $A \cup B \cup C = S$
(나) A, B, C 중 어느 두 사건도 동시에 일어나지 않는다.
(다) $\mathrm{P}(A) = 2\mathrm{P}(B) = 4\mathrm{P}(C)$

S의 부분집합인 사건 D에 대하여 $\mathrm{P}(D \mid A) = \frac{1}{10}$, $\mathrm{P}(D \mid B) = \frac{1}{5}$, $\mathrm{P}(D \mid C) = \frac{3}{10}$일 때, $\mathrm{P}(D)$의 값은? [4점]

① $\frac{9}{70}$ ② $\frac{11}{70}$ ③ $\frac{13}{70}$ ④ $\frac{3}{14}$ ⑤ $\frac{17}{70}$

10. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-2 \leqq x \leqq 0$일 때, $f(x) = |x+1| - 1$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x) + f(-x) = 0$
(다) 모든 실수 x에 대하여 $f(2-x) = f(2+x)$

$-10 \leqq x \leqq 10$에서 $y = f(x)$의 그래프와 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프의 교점의 개수는? [4점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

11. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$에서 X로의 함수 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수 f의 개수는? [4점]

> (가) f는 일대일대응이다.
> (나) $f(f(1))=1$
> (다) $f(2)-f(1)=2$

① 36　② 40　③ 44　④ 48　⑤ 52

12. 소리의 세기가 $I\,(\mathrm{W/m^2})$인 음원으로부터 $r\,(\mathrm{m})$만큼 떨어진 지점에서 측정된 소리의 상대적 세기 P(데시벨)는

$$P=10\left(12+\log\frac{I}{r^2}\right)$$

이다. 어떤 음원으로부터 $1\mathrm{m}$만큼 떨어진 지점에서 측정된 소리의 상대적 세기가 80(데시벨)일 때, 같은 음원으로부터 $10\mathrm{m}$만큼 떨어진 지점에서 측정된 소리의 상대적 세기가 a(데시벨)이다. a의 값은? [3점]

① 50　② 55　③ 60　④ 65　⑤ 70

13. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 부등식

$$(n!)^2\cdot 4^n>(2n)! \quad \cdots\cdots ㉠$$

이 성립함을 증명한 것이다.

> <증명>
> (1) $n=1$일 때, (좌변)$=4$, (우변)$=$ $\boxed{(가)}$
> 이므로 ㉠이 성립한다.
> (2) $n=k$일 때, ㉠이 성립한다고 가정하면
> $$(k!)^2\cdot 4^k>(2k)! \quad \cdots\cdots ㉡$$
> 이다. $n=k+1$일 때 ㉠이 성립함을 보이자.
> ㉡의 양변에 $\boxed{(나)}$ 를 곱하면
> $$\{(k+1)!\}^2\cdot 4^{k+1}>(\boxed{(나)})(2k)!$$
> $$>(2k+2)(\boxed{(다)})(2k)!$$
> $$=(2k+2)!$$
> 따라서 $n=k+1$일 때에도 ㉠은 성립한다.
> 그러므로 (1), (2)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 ㉠이 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	1	$4(k+1)^2$	$2k$
②	1	$2(k+1)^2$	$2k$
③	2	$4(k+1)^2$	$2k+1$
④	2	$2(k+1)^2$	$2k+1$
⑤	2	$4(k+1)^2$	$2k$

수리 영역(나 형)

14. $0<a<b$ 인 a, b에 대하여 $N(a, b)$를 $a<x<b$ 에서 $\log x$ 의 가수와 $\log x^3$ 의 가수가 같은 실수 x 의 개수라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $\log 2 = 0.3010$ 으로 계산한다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $N(\sqrt{10}, 1000) = 4$

ㄴ. p 가 정수이면 $N(10^p, 10^{p+10}) = 19$ 이다.

ㄷ. $N(2^{10}, 2^{50}) = 25$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 어느 지역에서 재배되는 2년생 더덕 한 뿌리의 무게는 평균 40 g, 표준편차 5 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역에서 재배되는 2년생 더덕 중에서 무게가 30 g 미만인 것은 상품화하지 않고, 30 g 이상 45 g 미만인 것은 일반상품으로 분류하고, 45 g 이상인 것은 우수상품으로 분류한다. 이 지역에서 재배되는 2년생 더덕 한 뿌리를 임의로 선택하였을 때 이 더덕이 일반상품으로 분류될 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

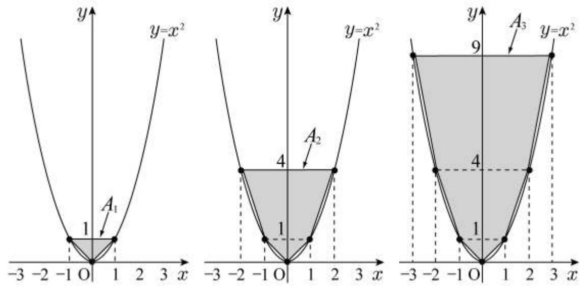
① 0.7745 ② 0.8185 ③ 0.8256
④ 0.8332 ⑤ 0.8413

16. 그림과 같이 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $(-1, 1)$, $(0, 0)$, $(1, 1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 A_1이라 하자.

곡선 $y=x^2$ 위의 점 $(-2, 4)$, $(-1, 1)$, $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 4)$를 꼭짓점으로 하는 오각형을 A_2라 하자.

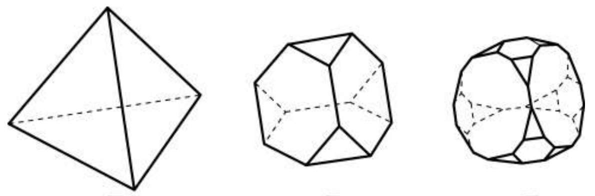
곡선 $y=x^2$ 위의 점 $(-3, 9)$, $(-2, 4)$, $(-1, 1)$, $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 4)$, $(3, 9)$를 꼭짓점으로 하는 칠각형을 A_3이라 하자.

이와 같은 방법으로 n번째 얻은 다각형 A_n은 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $(-n, n^2)$, $(-n+1, (n-1)^2)$, $\cdots$, $(-1, 1)$, $(0, 0)$, $(1, 1)$, $\cdots$, $(n-1, (n-1)^2)$, (n, n^2)을 꼭짓점으로 하는 다각형이다. 다각형 A_n의 넓이를 a_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n^3}$ 의 값은? [4점]



① 2 ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

17. 정사면체 T_1의 모든 모서리의 삼등분점을 잡는다. T_1의 각 꼭짓점에서 가까운 삼등분점 3개와 그 꼭짓점을 모두 이어서 만든 사면체 4개를 잘라내어 팔면체 T_2를 만든다.
다시 팔면체 T_2의 모든 모서리의 삼등분점을 잡는다. T_2의 각 꼭짓점에서 가까운 삼등분점 3개와 그 꼭짓점을 모두 이어서 만든 사면체 12개를 잘라내어 이십면체 T_3을 만든다.


T_1 T_2 T_3

이와 같은 방법으로 다면체 T_4, T_5, T_6을 만들 때, 다면체 T_6의 면의 개수는? [4점]

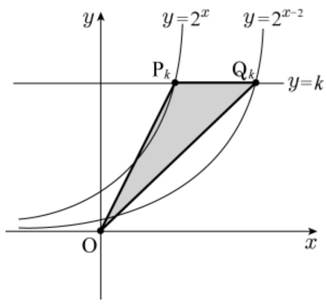
① 480 ② 482 ③ 484 ④ 486 ⑤ 488

단답형

18. 다항식 $(x^2-1)^7$의 전개식에서 x^6의 계수를 구하시오. [3점]

19. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2+a_4+a_6=30$일 때, a_1+a_7의 값을 구하시오. [3점]

20. 그림과 같이 두 곡선 $y=2^x$, $y=2^{x-2}$과 직선 $y=k$의 교점을 각각 P_k, Q_k라 하고, 삼각형 $\mathrm{OP}_k\mathrm{Q}_k$의 넓이를 A_k라 하자. $A_1+A_4+A_7+A_{10}$의 값을 구하시오. (단, k는 자연수이고, O는 원점이다.) [3점]



21. 이차정사각행렬 A의 $(i,\ j)$성분 a_{ij}를 상용로그 $\log(20^i \times 30^j)$의 지표라 할 때, 행렬 A의 모든 성분의 합을 구하시오. (단, $i=1,\ 2,\ j=1,\ 2$이다.) [3점]

22. x, y에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=k\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$가 무수히 많은 해를 가질 때, 이 연립방정식의 해를 $x=\alpha,\ y=\beta$라 하자. 다음 조건을 만족시키는 순서쌍 $(\alpha,\ \beta)$의 개수를 구하시오. (단, k는 실수이다.) [3점]

(가) $\alpha,\ \beta$는 모두 정수이다. (나) $\alpha^2+\beta^2 \leq 200$

23. 확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	3	4	5	계
$\mathrm{P}(X=x)$	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	1

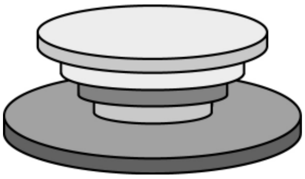
$p_5-p_1=\frac{8}{25}$, $p_{n+2}-2p_{n+1}+p_n=0$ $(n=1, 2, 3)$일 때, 확률변수 $100X$의 기댓값 $\mathrm{E}(100X)$의 값을 구하시오. [4점]

24. 자연수 n에 대하여,

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}k(k+1),\ \ T_n=\sum_{k=1}^{n}(n+k)(n+k+1)$$

일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{T_n}{S_n}$의 값을 구하시오. [4점]

25. 반지름의 길이와 색이 모두 다른 나무 원판 5개가 있다. 5개의 원판의 중심이 일치하도록 원판을 쌓으려고 한다. 그림은 위에서 내려다봤을 때 원판 2개가 보이도록 원판 5개를 쌓은 한 가지 예이다. 이와 같이 위에서 내려다봤을 때 원판 2개가 보이도록 원판 5개를 쌓는 방법의 수를 구하시오. [4점]



5지선다형

26. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 $S_n = n^2 + 2n$일 때, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{a_n a_{n+1}}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{7}$

27. 자연수 n에 대하여 행렬 $\begin{pmatrix} 2^n & 3^n \\ 3^n & 2^n \end{pmatrix}$의 역행렬의 모든 성분의 합을 a_n이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

ㄴ. $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2}{3}$

ㄷ. $\frac{1}{3^n} < a_n < \frac{1}{2^n}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

28. 1부터 5까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 공 5개가 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 공을 하나 꺼내어 적혀 있는 수를 확인하고 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 150번 반복할 때, 짝수가 적혀 있는 공이 나오는 횟수를 X라 하자. 확률변수 X에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. X의 분산은 36이다.

ㄴ. $\mathrm{P}(X=0) < \mathrm{P}(X=150)$

ㄷ. $\mathrm{P}(X \leqq 51) > \mathrm{P}(X \geqq 72)$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 어느 학교의 학급 대항 체육대회는 탁구, 농구, 배드민턴, 마라톤의 순서로 경기가 진행된다. 다음은 학급대표 선수를 네 경기에 배정하는 규칙이다.

> [규칙 1] 모든 선수들을 적어도 한 경기에 배정한다.
> [규칙 2] 경기에 배정된 선수는 바로 다음 경기에는 배정될 수 없다.
> [규칙 3] 탁구에 2명, 농구에 3명, 배드민턴에 2명, 마라톤에 3명을 배정한다.

학급대표 선수 A, B, C, D, E, F 6명을 이 규칙에 따라 네 경기에 배정하는 모든 경우의 수는? (단, 같은 경기에 배정되는 선수들의 순서는 고려하지 않는다.) [4점]

① 540 ② 570 ③ 600 ④ 630 ⑤ 660

단답형

30. 10 이하의 음이 아닌 정수 r에 대하여 함수 f를

$$f(r) = {}_{10}\mathrm{C}_r \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

이라 할 때, $2\sum_{r=0}^{10} r^2 f(r)$의 값을 구하시오. [4점]

※ **확인 사항**
○ **답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.**