2012학년도 대학수학능력시험 대비

2011학년도 10월 고3 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 수리 영역 •

수리'나'형 정답

1	③	2	①	3	④	4	③	5	④
6	②	7	⑤	8	③	9	②	10	③
11	③	12	①	13	①	14	④	15	⑤
16	④	17	⑤	18	⑤	19	②	20	②
21	①	22	120	23	27	24	128	25	140
26	25	27	15	28	7	29	800	30	31

해 설

1. '가'형과 동일

2. [출제의도] 행렬의 계산을 할 수 있는지 묻는 문제이다.

$A^2-AB=A(A-B)=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\1&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&-2\\1&-1\end{pmatrix}$

따라서 모든 성분의 합은 $3-2+1-1=1$이다.

3. [출제의도] 함수의 극한을 계산할 수 있는지 묻는 문제이다.

$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}=\lim\limits_{x\to1}(\sqrt{x+3}+2)=2+2=4$

4. [출제의도] 서로 독립인 사건의 확률을 계산할 수 있는지 묻는 문제이다.

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$=\dfrac{2}{3}+\mathrm{P}(B)-\dfrac{2}{3}\mathrm{P}(B)=\dfrac{11}{12}$

$\therefore\ \mathrm{P}(B)=\dfrac{3}{4}$

5. [출제의도] 함수의 미분가능성을 이해할 수 있는지 묻는 문제이다.

함수 $f(x)$는 연속함수이다.

$f'(x)=\begin{cases}3x^2+a & (x>1)\\ 4x & (x<1)\end{cases}$

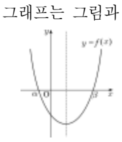
$\lim\limits_{x\to1+0}(3x^2+a)=\lim\limits_{x\to1-0}4x$에서 $3+a=4$이다.

$\therefore\ a=1$

6. '가'형과 동일

7. [출제의도] 정적분의 값을 비교할 수 있는지 묻는 문제이다.

이차함수 $f(x)$의 그래프는 그림과 같다.



$\therefore\ C<B<A$

8. [출제의도] 확률을 구할 수 있는지 묻는 문제이다.

$\dfrac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_{n+3}\mathrm{C}_2}=\dfrac{6}{(n+3)(n+2)}=\dfrac{1}{12}$

$n^2+5n-66=(n+11)(n-6)=0$

$\therefore\ n=6$

9. [출제의도] 함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있는지 묻는 문제이다.

$g(x)=t$로 놓으면 $-1\le t\le1$이고

$(f\circ g)(x)=f(t)=t^3+3t^2+2$

$f'(t)=3t^2+6t=0$에서 $t=0$ 또는 $t=-2$

이때, $f(0)=2$, $f(-1)=4$, $f(1)=6$이므로 구하는 최댓값과 최솟값의 합은 8이다.

10. '가'형과 동일

11. [출제의도] 등비수열의 일반항의 자릿수를 구할 수 있는지 묻는 문제이다.

$\log a_{21}=\log(4\cdot5^{20})=2\log2+20\log5$

$=2\times0.3010+20\times(1-0.3010)=14.5820$

따라서 지표가 14이므로 a_{21}은 15자리의 자연수이다.

12. '가'형과 동일

13. [출제의도] 정적분과 미분의 관계를 이해할 수 있는지 묻는 문제이다.

주어진 등식의 양변을 x에 대하여 미분하면

$f(x)=f'(x)f(x)+f(x)f'(x)$이므로

$f(x)\{1-2f'(x)\}=0$이다.

이때, 함수 $f(x)$는 상수함수가 아닌 다항함수이므로

$f'(x)=\dfrac{1}{2}$이다.

이때, $f(1)=0$이므로 $f(x)=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$

$\therefore\ f(3)=1$

14. [출제의도] 함수의 극한값을 추론할 수 있는지 묻는 문제이다.

ㄱ. $\lim\limits_{x\to+0}f(x)=\lim\limits_{x\to-0}f(x)=-1$ (참)

ㄴ. $\lim\limits_{x\to1+0}\{f(x)+g(x)\}\neq\lim\limits_{x\to1-0}\{f(x)+g(x)\}$ (거짓)

ㄷ. $\lim\limits_{x\to-1+0}f(x)g(x)=\lim\limits_{x\to-1-0}f(x)g(x)=0$이므로

$\lim\limits_{x\to-1}f(x)g(x)=0$ (참)

15. '가'형과 동일

16. [출제의도] 도형에서 함수의 극한값을 구할 수 있는지 묻는 문제이다.

중심이 $\mathrm{P}(x,\ y)$이므로 x축에 접하는 원의 반지름의 길이는 y이다. 두 원이 외접하므로 $\overline{\mathrm{PA}}=y+1$

즉, $\sqrt{x^2+(y-3)^2}=y+1$이다.

$x^2+(y-3)^2=(y+1)^2$에서 $x^2=8y-8$

이때, $x\to\infty$이면 $y\to\infty$이므로

$\therefore\ \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\overline{\mathrm{PH}}^2}{\overline{\mathrm{PA}}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2}{y+1}=\lim\limits_{y\to\infty}\dfrac{8y-8}{y+1}=8$

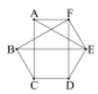
17. [출제의도] 무한급수와 정적분의 관계를 이해할 수 있는지 묻는 문제이다.

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{n}f\left(-1+\dfrac{2k}{n}\right)=\dfrac{1}{2}\int_{-1}^{1}(3x^3+4x^2-2x-1)\,dx$

$=\int_0^1(4x^2-1)\,dx=\dfrac{1}{3}$

18. [출제의도] 그래프의 성질을 추론할 수 있는지 묻는 문제이다.

주어진 행렬이 나타내는 그래프는 그림과 같다.



따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 참이다.

19. [출제의도] 속도와 거리의 관계를 이해할 수 있는지 묻는 문제이다.

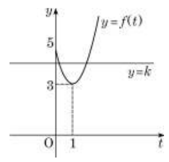
t에서의 두 점 P, Q의 위치를 각각 x_P, x_Q라 하면

$x_\mathrm{P}=5+\int_0^t(3t^2-2)\,dt=t^3-2t+5$,

$x_\mathrm{Q}=k+\int_0^t1\,dt=t+k$

이때, 두 점 P, Q가 만나려면 $t^3-2t+5=t+k$ 즉, $t^3-3t+5=k$이어야 한다.

$f(t)=t^3-3t+5$라 하면 $f'(t)=3t^2-3=3(t-1)(t+1)$이므로 $t>0$에서 함수 $f(t)$의 그래프는 그림과 같다.



직선 $y=k$와 곡선 $y=f(t)$가 서로 다른 두 점에서 만날 조건은 $3<k<5$이므로 정수 k는 4이다.

20. '가'형과 동일

21. '가'형과 동일

22. [출제의도] 이항정리에서 이항계수를 구할 수 있는지 묻는 문제이다.

${}_{10}\mathrm{C}_3=\dfrac{10\times9\times8}{3\times2\times1}=120$

23. '가'형과 동일

24. [출제의도] 곡선의 접선의 방정식을 구할 수 있는지 묻는 문제이다.

$y'=3x^2-2$이므로 곡선 위의 점 $(2,\ 4)$에서의 접선의 기울기는 10이다.

따라서 구하는 접선의 방정식은

$y-4=10(x-2)$, $y=10x-16$

$S=\dfrac{1}{2}\cdot16\cdot\dfrac{8}{5}=\dfrac{64}{5}$

$\therefore\ 10S=128$

25. '가'형과 동일

26. [출제의도] 로그방정식을 이용하여 실근의 개수를 구할 수 있는지 묻는 문제이다.

$\log x=X$로 놓으면 주어진 방정식은

$X^2+(\log2+\log4)X+(\log2)(\log4)+(\log k)^2=0$

주어진 조건을 만족하려면 X에 대한 이차방정식이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 판별식 D는

$D=(\log2+\log4)^2-4(\log2)(\log4)-4(\log k)^2>0$

$-\dfrac{1}{2}\log2<\log k<\dfrac{1}{2}\log2$

$\therefore\ \dfrac{1}{\sqrt{2}}<k<\sqrt{2}$

$\therefore\ 10(\alpha^2+\beta^2)=10\left(\dfrac{1}{2}+2\right)=25$

27. [출제의도] 중복조합의 수를 구할 수 있는지 묻는 문제이다.

${}_{3+4-1}\mathrm{C}_4={}_6\mathrm{C}_4={}_6\mathrm{C}_2=\dfrac{6\times5}{2}=15$

28. [출제의도] 연속확률변수의 평균을 구할 수 있는지 묻는 문제이다.

$\mathrm{E}(X)=\int_0^{\frac{1}{2}}x^2\,dx+\int_{\frac{1}{2}}^{1}(5x^2-2x)\,dx=\dfrac{3}{4}$

$\therefore\ p+q=7$

29. [출제의도] 행렬의 거듭제곱과 수열의 합을 추론할 수 있는지 묻는 문제이다.

$P=\begin{pmatrix}2&1\\-3&-1\end{pmatrix}$이라 하면 $A^n=(3P)^n=3^nP^n$이다.

행렬 P^n의 모든 성분의 합을 T_n이라 하면 행렬 A^n의 모든 성분의 합은 $S_n=3^nT_n$이므로 $S_n=3^{n+1}$이 성립하려면 $T_n=3$이어야 한다.

$T_1=-1$, $T_2=-3$, $T_3=-2$, $T_4=1$, $T_5=3$,

$T_6=2$, $T_7=-1$, $\cdots$

이므로 $n=6k-1$(k는 자연수)일 때 $T_n=3$이다.

따라서 구하는 100 이하의 모든 자연수의 합은 첫째항이 5이고 제16항이 95인 등차수열의 첫째항부터 제16항까지의 합이므로 $\dfrac{16(5+95)}{2}=800$이다.

30. [출제의도] 수열의 합을 구할 수 있는지 묻는 문제

이다.

$S_n = \sum_{k=1}^{n}(8k-4)-1=4n^2-1 \quad (n=1, 2, 3, \cdots)$

$\sum_{n=1}^{10}\frac{1}{S_n} = \sum_{n=1}^{10}\frac{1}{4n^2-1} = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{10}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{21}\right)=\frac{10}{21}$

$\therefore \ p+q=31$