

제 2 교시

수리 영역 (나형)

성명		수험 번호						3				
----	--	-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(‘가’형 / ‘나’형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. 두 행렬 A, B 에 대하여

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad A - B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

일 때, $A^2 - AB$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 12 ② 10 ③ 8 ④ 6 ⑤ 4

2. $\left(\frac{1}{\log_8 2}\right)^3 + \log_2 16^2$ 의 값은? [2점]

- ① 18 ② 28 ③ 32 ④ 35 ⑤ 46

3. 지수부등식 $3^{x^2} < 9 \cdot 3^x$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} & (x \neq 1) \\ k & (x = 1) \end{cases}$$

가 $x = 1$ 에서 연속일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5. 함수 $f(x) = \int (x^2 + 2x) dx$ 일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h}$ 의 값은? [3점]

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

6. 한 꼭짓점에서 자기 자신으로 가는 변이 없고, 두 꼭짓점 사이에 많아야 한 개의 변이 존재하는 다섯 개의 꼭짓점을 갖는 그래프 G 의 두 꼭짓점을 잇는 변의 개수를 성분으로 하는 행렬을 M 이라 할 때, 다음은 행렬 M^2 을 나타낸 것이다.

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

이때, 그래프 G 의 모든 변의 개수는? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 식품의 부패 정도를 수치화한 식품손상지수 G 와 상대습도 H (%), 기온 $T(^{\circ}\text{C})$ 사이에는 다음과 같은 관계가 있다고 한다.

$$G = \frac{H-65}{14} \times (1.05)^T$$

상대습도가 80%, 기온이 35°C 일 때의 식품손상지수를 G_1 , 상대습도가 70%, 기온이 20°C 일 때의 식품손상지수를 G_2 라 할 때, $\frac{G_1}{G_2}$ 의 값은? (단, $1.05^{15} = 2$ 로 계산한다.) [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8. 체중이 각각 75kg, 80kg인 갑과 을이 1개월짜리 다이어트 프로그램에 참가하여 동시에 다이어트를 시작하였다. 갑은 매일 전날에 비해 0.3%의 체중이 감소하였고, 을은 매일 전날에 비해 0.5%의 체중이 감소하였다고 할 때, 갑과 을의 체중이 같아지는 때는 다이어트 시작일로부터 며칠 후인가? (단, $\log 2 = 0.301$, $\log 3 = 0.477$, $\log 9.95 = 0.998$, $\log 9.97 = 0.999$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 15일
- ② 18일
- ③ 22일
- ④ 25일
- ⑤ 28일

9. 주사위 1개와 동전 5개를 동시에 던져 나온 주사위의 눈의 수를 a , 동전의 앞면의 개수를 b 라 할 때, $a = 3b$ 일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{64}$
- ② $\frac{1}{32}$
- ③ $\frac{3}{64}$
- ④ $\frac{1}{16}$
- ⑤ $\frac{5}{64}$

10. 실수 전체에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 가 $f(x) = f(x+4)$ 를 만족하고

$$f(x) = \begin{cases} -4x+2 & (0 \leq x < 2) \\ x^2-2x+a & (2 \leq x \leq 4) \end{cases}$$

일 때, $\int_9^{11} f(x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① -8
- ② $-\frac{26}{3}$
- ③ $-\frac{28}{3}$
- ④ -10
- ⑤ $-\frac{32}{3}$

11. 자연수 n 에 대하여 두 함수 $f(x) = x^2 - (n+1)x + n^2$, $g(x) = n(x-1)$ 의 그래프의 두 교점의 x 좌표를 a_n, b_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{19} \frac{100}{a_n b_n}$ 의 값은? [3점]

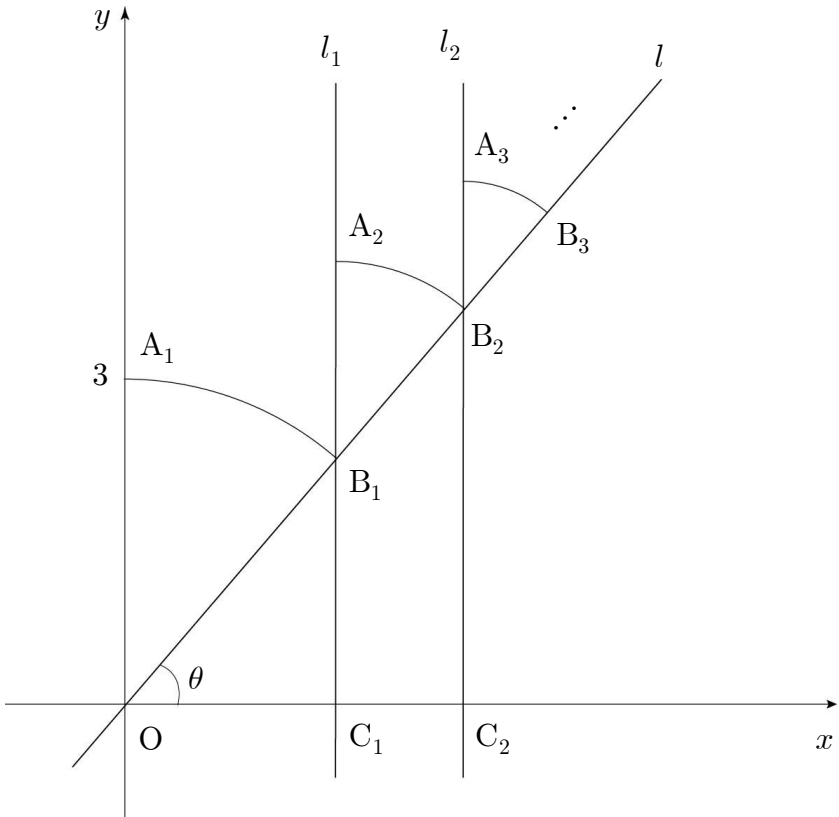
① 80 ② 85 ③ 90 ④ 95 ⑤ 100

12. 함수 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) \cdots (x-10)$ 에 대하여 $\frac{f'(1)}{f'(4)}$ 의 값은? [4점]

① -80 ② -84 ③ -88 ④ -92 ⑤ -96

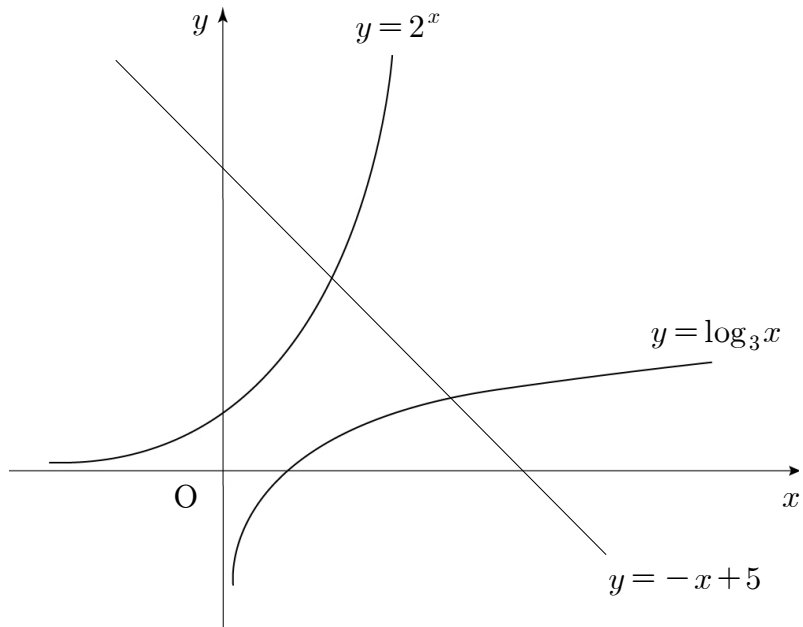
13. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x f(t) dt - f(x)}{x^2 - 1} = 2$ 를 만족할 때, $f'(1)$ 의 값은? [4점]
- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

14. 그림과 같이 원점 O 를 지나고 기울기가 $\tan \theta$ 인 직선 l 과 점 $A_1(0, 3)$ 이 있다. 점 O 를 중심으로 하고 $\overline{OA_1}$ 을 반지름으로 하는 원과 직선 l 이 만나는 점을 B_1 이라 하자. B_1 을 지나고 y 축에 평행한 직선 l_1 이 x 축과 만나는 점을 C_1 이라 하고, 직선 l_1 위에 $\overline{OC_1} = \overline{B_1A_2}$ 가 되는 점 A_2 를 잡는다. 점 B_1 을 중심으로 하고 $\overline{B_1A_2}$ 를 반지름으로 하는 원과 직선 l 이 만나는 점을 B_2 라 하자. B_2 를 지나고 y 축에 평행한 직선 l_2 가 x 축과 만나는 점을 C_2 라 하고, 직선 l_2 위에 $\overline{C_1C_2} = \overline{B_2A_3}$ 이 되는 점 A_3 을 잡는다. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 부채꼴 $B_{n-1}B_nA_n$ 의 호의 길이를 $\widehat{A_nB_n}$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \widehat{A_nB_n} = 9\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ 이다. $\overline{B_1C_1}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고 B_0 은 원점이다.) [4점]



- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

15. 두 곡선 $y=2^x$, $y=\log_3 x$ 와 직선 $y=-x+5$ 가 만나는 점을 각각 $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

- ㉠. $a_1 > b_2$
 ㉡. $a_1 + a_2 = b_1 + b_2$
 ㉢. $\frac{a_1}{a_2} < \frac{b_2}{b_1}$

- ① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

16. 국가의 정책 수립을 위해 국민 5만 명을 대상으로 전화와 인터넷을 이용한 설문조사를 실시하였다. 전화조사 대상자 1만 명 중 70%가 조사에 참여하였고, 인터넷조사 대상자 4만 명 중 85%가 조사에 참여하였다고 한다. 조사에 참여한 대상자 중에서 임의로 한 명 선택하였을 때, 이 사람이 인터넷조사에 참여하였을 확률은? [3점]



- ① $\frac{26}{41}$ ② $\frac{28}{41}$ ③ $\frac{30}{41}$ ④ $\frac{32}{41}$ ⑤ $\frac{34}{41}$

17. 수열 $\{a_n\}$ 을

$$a_1 = 1, \ a_2 = 2, \ a_{n+2} = a_{n+1} + \frac{a_n}{n+1}$$

으로 정의할 때, 다음은 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정이다.

$$b_n = \frac{a_n}{n+1} \text{이라 놓으면 } a_n = (n+1)b_n \text{이므로}$$
$$(n+3)b_{n+2} = (\boxed{(\text{가})}) b_{n+1} + b_n$$
$$(n+3)(b_{n+2} - b_{n+1}) = -(b_{n+1} - b_n) \ \cdots \cdots (\star)$$

식 (\star) 에 $n = 1, 2, \cdots, m-1 \ (m \geq 2)$ 를 대입하면

$$4(b_3 - b_2) = -(b_2 - b_1)$$
$$5(b_4 - b_3) = -(b_3 - b_2)$$
$$\vdots$$
$$(m+2)(b_{m+1} - b_m) = -(b_m - b_{m-1})$$

좌변과 우변을 각각 곱하여 정리하면,

$$b_{m+1} - b_m = \left(-\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{1}{5}\right)\cdots\left(-\frac{1}{m+2}\right)(b_2 - b_1)$$
$$b_n = b_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (b_{k+1} - b_k) \ (n \geq 2)$$

따라서 $a_1 = 1, \ a_n = (n+1)\left(\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} \boxed{(\text{나})}\right) \ (n \geq 2)$ 이다.

위의 (가), (나)에 들어갈 식을 각각 $f(n), g(k)$ 라 할 때, $f(1)g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{240}$

② $\frac{1}{180}$

③ $\frac{1}{40}$
- ④ $\frac{1}{30}$

⑤ $\frac{1}{24}$

18. 자연수 n 에 대하여 함수 $y = \log_c |x|$ 의 그래프와 직선 $y = n$ 의 교점의 x 좌표를 각각 $a_n, b_n \ (a_n > b_n)$ 이라 할 때, 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $a_n + b_n = 0$

ㄴ. $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ 이면 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{c}{1-c}$ 이다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{b_n}$ 이 발산하면 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 발산한다.

- ① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

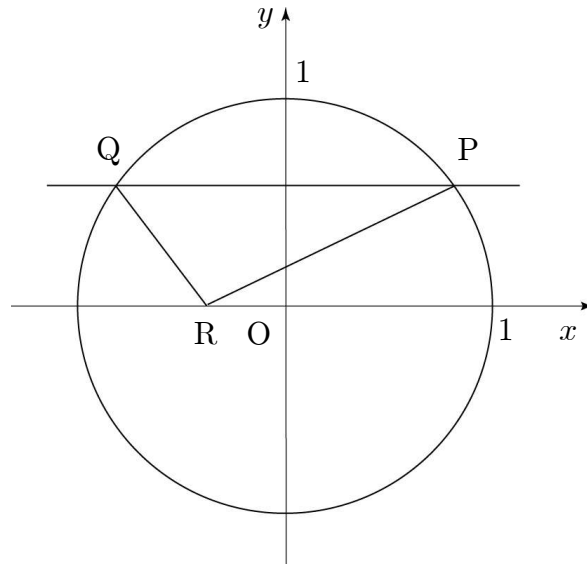
19. 정수 a, b, c 에 대하여 함수 $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+10$ 이 다음 두 조건을 모두 만족시킨다.

(가) 모든 실수 α 에 대하여 $\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x)dx = 2 \int_0^{\alpha} f(x)dx$
 (나) $-6 < f'(1) < -2$

이때, 함수 $y=f(x)$ 의 극솟값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

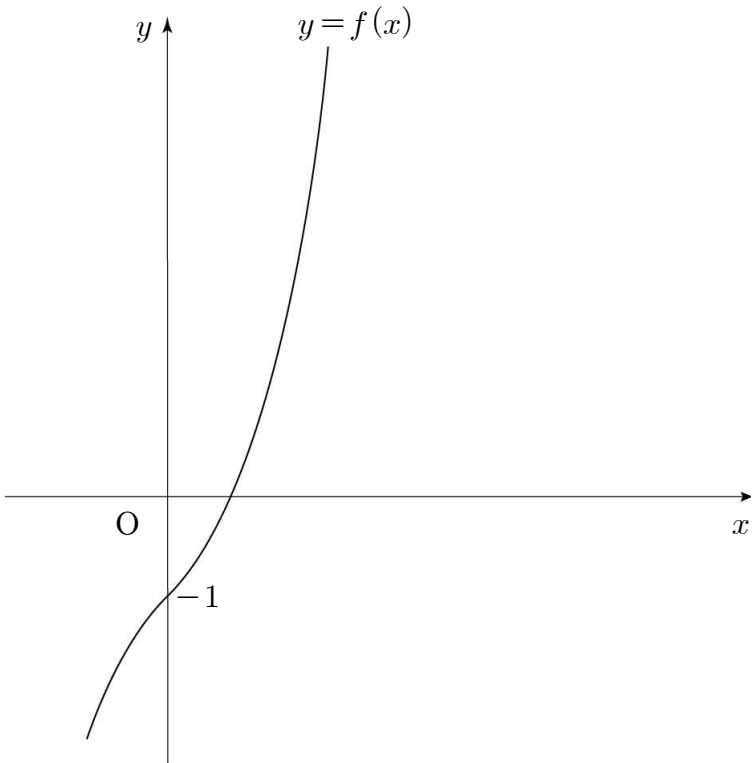
20. 원 $x^2+y^2=1$ 위를 움직이는 제1사분면 위의 점 $P(\alpha, \beta)$ 를 지나고 x 축과 평행한 직선을 그어 원과 만나는 다른 점을 Q , x 축 위의 한 점을 R 라 하자. 삼각형 PQR 의 넓이를 $S(\alpha)$ 라 할 때, $\lim_{\alpha \rightarrow 1-0} \frac{S(\alpha)}{\sqrt{1-\alpha}}$ 의 값은? [4점]



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

21. 함수 $f(x) = x^3 + x - 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$\int_1^9 g(x)dx$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{47}{4}$
- ② $\frac{49}{4}$
- ③ $\frac{51}{4}$
- ④ $\frac{53}{4}$
- ⑤ $\frac{55}{4}$

단답형(22 ~ 30)

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 2$, $a_{100} - a_{90} = 34$ 를 만족할 때, a_{21} 의 값을 구하시오. [3점]

23. 방정식 $x + y + z = 20$ 을 만족시키는 양의 정수 중 짝수인 x, y, z 에 대하여 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하시오. [3점]

24. 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 $P(x, y)$ 에서의 접선의 기울기가 $3x^2-12$ 이고 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 3일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]

26. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_n+n} - \sqrt{n})=5$ 를

만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\sqrt{n}}$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 함수 $f(x)=\int \left\{ \frac{d}{dx}(x^2-6x) \right\} dx$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최솟값이 8일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 다음 두 조건을 모두 만족시키는 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 5}{f(x)} = \frac{1}{2}$

(나) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x - 1} = 3$

28. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표를 $f(x)$ 라 하자. 정수 부분이 네 자리인 양수 t 에 대하여

$$\log t = \frac{1}{4}f(t^2) - \frac{1}{2}f\left(\frac{1}{t}\right)$$

을 만족시키는 모든 실수 t 의 곱을 A 라 할 때, $4\log A$ 의 값을 구하시오. [4점]

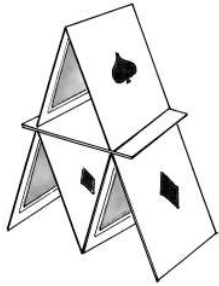
29. 다음은 n 층 카드탑에 대한 설명이다.

- I. 1층 카드탑 : 두 장의 카드를 맞대어 세운 것.
 II. 2층 카드탑 : 1층 카드탑 두 개를 나란히 세우고 그 위에 가로로 한 장의 카드를 올려놓은 후 그 위에 1층 카드탑을 쌓은 것.
 III. 3층 카드탑 : 1층 카드탑 세 개를 나란히 세우고 그 위에 가로로 두 장의 카드를 올려놓은 후 그 위에 2층 카드탑을 쌓은 것.
 IV. n 층 카드탑 : 1층 카드탑 n 개를 나란히 세우고 그 위에 가로로 $(n-1)$ 장의 카드를 올려놓은 후 그 위에 $(n-1)$ 층 카드탑을 쌓은 것.

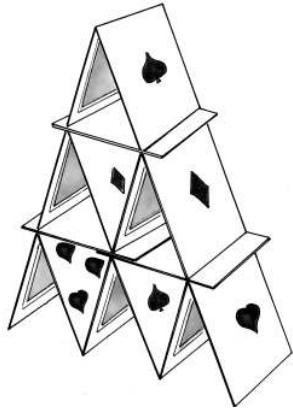
1층 카드탑



2층 카드탑



3층 카드탑



⋮

⋮

n 층 카드탑을 만드는데 필요한 카드의 개수를 a_n 이라 할 때, a_{20} 의 값을 구하시오. [3점]

30. 좌표평면 위의 두 점 $O(0, 0)$, $A(2, 0)$ 이 있다. 자연수 n 에 대하여 \overline{OA} 를 n 등분한 점을 차례로 A_1, A_2, \dots, A_{n-1} 이라 하고, 점 O 는 A_0 , 점 A 는 A_n 이라 하자. 점 A_k 를 지나고 x 축과 수직인 직선이 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 의 그래프와 만나는 점을 B_k 라 하자. ($k=1, 2, 3, \dots, n$)

$\overline{A_{k-1}A_k}$ 를 밑변으로 하고, $\overline{A_kB_k}$ 를 높이로 하는 직사각형 n 개의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $2\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값을 구하시오.

[4점]

* 확인 사항

◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.