

제 2 교시

수학 영역 (A형)

성명		수험 번호					2			
----	--	-------	--	--	--	--	---	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('A'형/'B'형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면, 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $\sqrt{5} \times \sqrt[3]{5\sqrt{5}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 1 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 5

2. 두 행렬 $X = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $X - 2Y$ 는?

[2점]

- ① $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 10 & -1 \end{pmatrix}$
 ④ $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 10 & -1 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 10 & -1 \end{pmatrix}$

3. 지수방정식 $(2^x - 2)(2^x + 2) = 4$ 의 해는? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

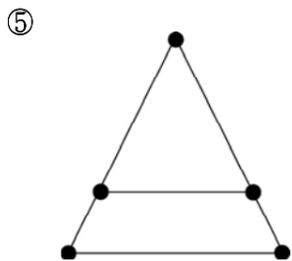
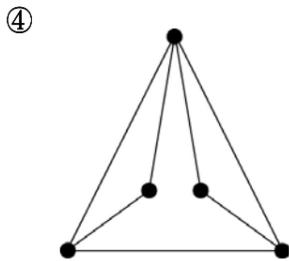
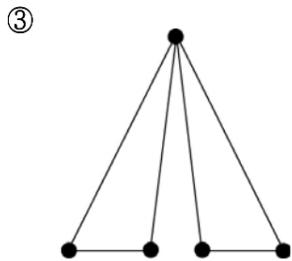
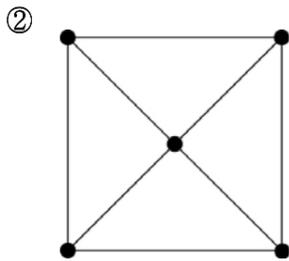
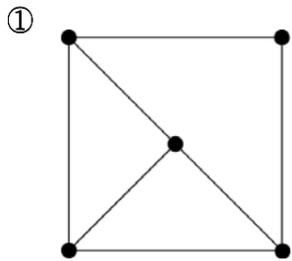
4. $x = \log_2(\sqrt{2} + 1)$ 일 때, $\frac{2^x - 2^{-x}}{4^x + 4^{-x} + 2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{32}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

5. 꼭짓점의 개수가 5인 그래프 G 의 두 꼭짓점을 잇는 변의 개수를 행렬의 성분으로 하는 그래프의 연결 관계를 나타내는 행렬이 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} 0 & a & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ b & 0 & 1 & 0 & c \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

이때, 그래프 G 로 가능한 것은? [3점]



6. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kx+2 \\ ky+4 \end{pmatrix}$ 의 해가 없도록 하는 상수 k 에 대하여 x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} k-1 & a \\ a & k-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

7. 자연수 n 에 대하여 집합

$$T_n = \{ A \mid A^{2n} = E, A \text{는 이차정사각행렬} \}$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

<보 기>

ㄱ. $A \in T_1$ 이면 $A \in T_3$ 이다.

ㄴ. $A \in T_2$ 이면 $A \in T_1$ 이다.

ㄷ. $A \in T_2 \cup T_3$ 이면 $A \in T_6$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 부등식 $3 \leq [\log_3 n] \leq 4$ 을 만족시키는 자연수 n 의 개수는?
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

- ① 186 ② 196 ③ 206 ④ 216 ⑤ 226

9. 로그방정식 $(\log_4 x)^2 + \log_4 \frac{1}{x^3} - 1 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

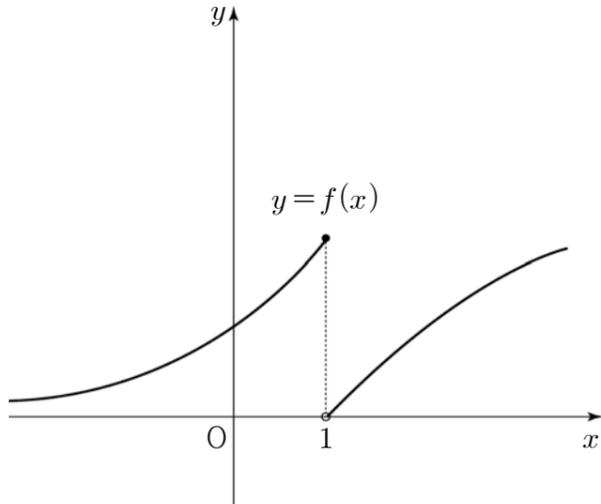
10. 미국의 천문학자 새플리는 외부은하에 있는 고전 세페이드 변광성의 변광 주기와 광도 사이의 관계를 확인하였다. 고전 세페이드 변광성의 변광 주기 P (일)과 광도 M (절대등급)은 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$M = -2.81 \log P - 1.43$$

변광 주기가 50일인 고전 세페이드 변광성의 광도를 M_1 , 변광 주기가 5일인 고전 세페이드 변광성의 광도를 M_2 라 할 때, $M_2 - M_1$ 의 값은? [3점]

- ① 1.43 ② 2.81 ③ 3.64 ④ 4.24 ⑤ 5.62

[11~12] 그림은 함수 $f(x) = \begin{cases} 2^x & (x \leq 1) \\ \log_2 x & (x > 1) \end{cases}$ 의 그래프이다.
11번과 12번의 두 물음에 답하시오.



11. 이차정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 를 함수 $f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = -ix + j$ 의 교점의 개수로 정의하자. 이때, 행렬 A 의 모든 성분의 합은? (단, $i = 1, 2, j = 1, 2$) [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

12. 함수 $f(x)$ 의 그래프 위의 두 점 $P(a, b), Q(c, d)$ 가 $a < c, a + b = c + d$ 를 만족시킨다. $b + c = 2\sqrt{2}$ 일 때, d 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

13. 2일 동안 5개의 팀 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 가 서로 한 번씩 경기를 하는데, 첫째 날 경기가 모두 끝난 후 5차정사각행렬 M 의 (i, j) 성분 a_{ij} 를

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (i \neq j \text{이고 } P_i \text{와 } P_j \text{의 경기가 끝난 경우}) \\ 0 & (i \neq j \text{이고 } P_i \text{와 } P_j \text{의 경기가 남은 경우}) \\ 0 & (i = j \text{인 경우}) \end{cases}$$

으로 정의할 때, 다음은 행렬 M^2 을 나타낸 것이다.

$$M^2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

이때, 둘째 날 해야 할 경기의 수는? (단, $i=1, 2, 3, 4, 5, j=1, 2, 3, 4, 5$) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 기온이 $T(^{\circ}\text{C})$ 에서 대기 중의 물에 대한 포화수증기압 $P(\text{hPa})$ 은 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$P = 6.11 \times 10^{\frac{7.5T}{280+T}}$$

기온이 $20(^{\circ}\text{C})$ 에서 대기 중의 물에 대한 포화수증기압은 $K(\text{hPa})$ 이다. 기온이 $x(^{\circ}\text{C})$ 에서 대기 중의 물에 대한 포화수증기압이 $\frac{K}{10}(\text{hPa})$ 일 때, x 의 값은? [4점]

- ① -17.5 ② -15 ③ -12.5
 ④ -10 ⑤ -7.5

15. 0이 아닌 실수 k 와 두 이차정사각행렬 A, B 가

$A^2 + A + E = O, B^{-1} = A + kE$ 을 만족시킬 때
 $(A^2 B^2)^{-1} = (\boxed{\text{가}})A + (1 - 2k)E$ 임을 증명하는 과정이다.
 (단, E 는 단위행렬이고 O 는 영행렬이다.)

<증명>
 $A^2 + A + E = O$ 에서
 $A^{-1} = \boxed{\text{나}}(A + E)$
 $B^{-1} = A + kE$ 이므로
 $(A + kE)B = E = B(A + kE)$ 이다.
 따라서 $AB = BA$
 $(A^2 B^2)^{-1} = (A^{-1})^2 (B^{-1})^2 = (A^{-1} B^{-1})^2$
 $= \{kA + \boxed{\text{다}}E\}^2$
 $= (\boxed{\text{가}})A + (1 - 2k)E$

위 증명에서 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 하고
 (나)에 알맞은 값을 p 라 할 때, $f(p) \times g(p)$ 의 값은? [4점]

- ① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3

16. 자연수 n 과 양수 A 에 대하여

이차방정식 $x^2 - \left(3n + \frac{1}{3n}\right)x + 1 = 0$ 의 한 근은 $\log A^3$ 의 지표
 이고, 다른 한 근은 $\log A^2$ 의 가수이다. 옳은 것만을 <보기>에서
 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $n = 1$ 이면 $\log A^3$ 의 지표는 3이다.
 ㄴ. $\log A$ 의 가수는 $\frac{1}{6n}$ 이다.
 ㄷ. A^{12} 이 자연수가 되도록 하는 n 의 개수는 2이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

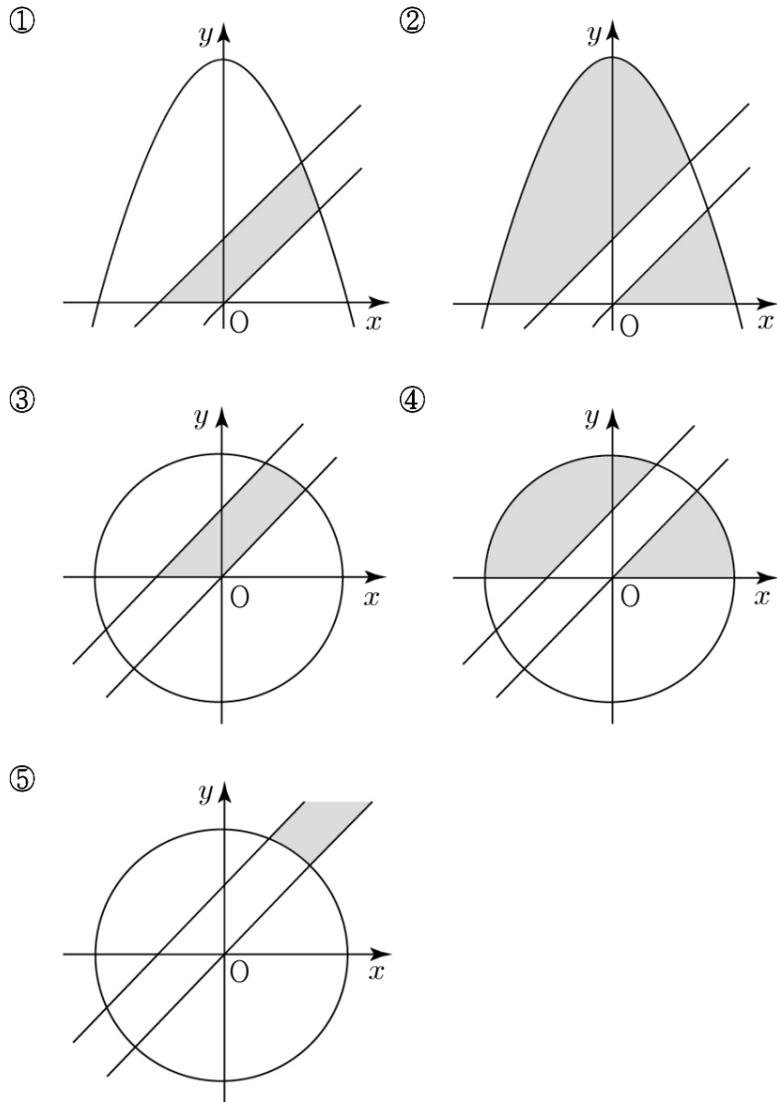
17. 지수방정식 $3^{2x} - k \cdot 3^{x+1} + 3k + 15 = 0$ 의 두 실근의 비가
 1 : 2일 때, 실수 k 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

18. 두 실수 x, y 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\log_2(y-x) < 0$
 (나) $\log_2 y < \log_4(4-x^2)$

이때, 좌표평면 위의 점 $P(x, y)$ 가 존재하는 영역을 어두운 부분으로 바르게 나타낸 것은? (단, 경계선은 제외한다.) [4점]



19. 방정식 $4^x + 4^y = 2$ 를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $2^x + 2^{y+1}$ 의 최댓값은? [4점]

- ① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

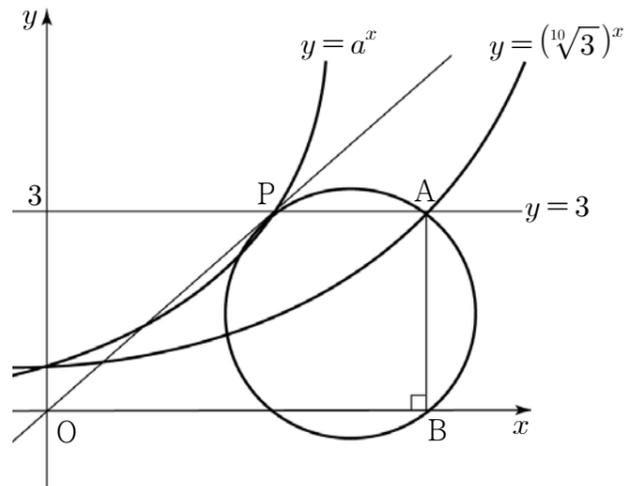
20. 이차함수 $f(x) = x^2 + 1$ 과 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $0 < x_1 < x_2$ 이면 $2^{f(x_1)} < 2^{f(x_2)}$ 이다.
 ㄴ. $x_1 < x_2 < 0$ 이면 $\log_2 f(x_1) > \log_2 f(x_2)$ 이다.
 ㄷ. $x_1 < 0 < x_2$ 이면 $\log_{\frac{1}{2}} f(x_1) < \log_{\frac{1}{2}} f(x_2)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 지수함수 $y = (\sqrt[10]{3})^x$ 의 그래프가 직선 $y = 3$ 과 만나는 점을 A 라 하고, 점 A 에서 x 축에 내린 수선의 발을 B 라 하자. 두 점 A, B 를 지나는 원이 지수함수 $y = a^x$ 의 그래프와 직선 $y = 3$ 의 교점 P 에서 직선 OP 와 접하도록 하는 모든 실수 a 의 값의 곱은? (단, $a > \sqrt[10]{3}$) [4점]



- ① $3^{\frac{8}{9}}$ ② $3^{\frac{10}{9}}$ ③ $3^{\frac{13}{9}}$ ④ $3^{\frac{16}{9}}$ ⑤ $3^{\frac{20}{9}}$

단답형(22 ~ 30)

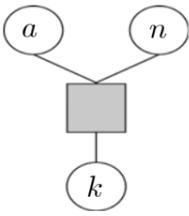
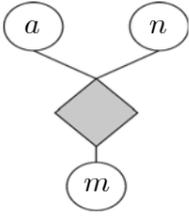
22. 로그함수 $y = \log_7(x+a)$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

23. 방정식 $x^{\log x} = \left(\frac{x}{10}\right)^4$ 의 실근을 구하시오. [3점]

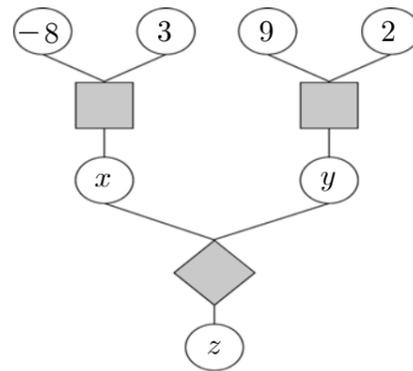
24. 연립방정식 $\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 7 \\ \log_2 x^2 - \log_2 y = -1 \end{cases}$ 의 해를 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 이차부등식 $x^2 - 2^{a+1}x + 9 \cdot 2^a \geq 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 하는 모든 자연수 a 의 값의 합을 구하시오. [3점]

26. 표는 0이 아닌 실수 a 와 2이상의 자연수 n 에 대한 두 종류의 변환장치를 설명한 것이다.

변환장치	설 명
	(i) n 이 홀수인 경우 $k = (a$ 의 n 제곱근 중 실수) (ii) n 이 짝수인 경우 $k = (a$ 의 n 제곱근 중 양의 실수)
	$m = (a$ 의 n 제곱근 중 실수의 개수)

그림과 같이 연결된 변환장치로 네 수를 변환했을 때, 세 수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



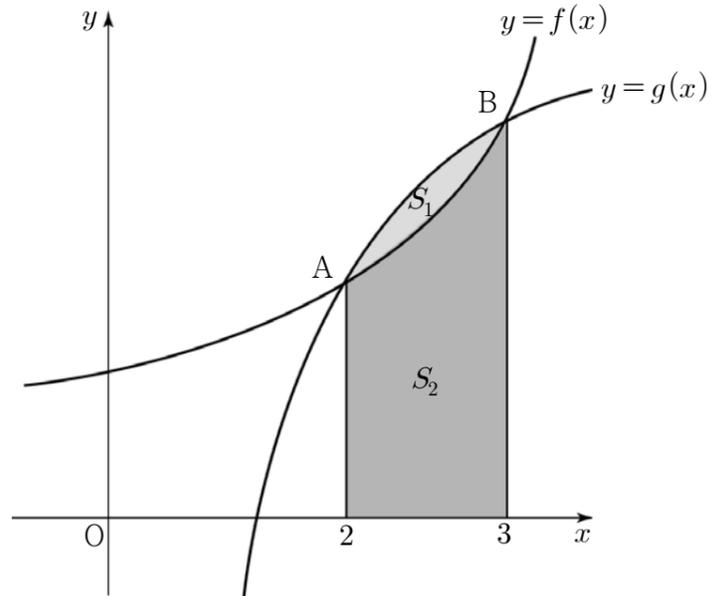
27. 두 집합 $X = \{a, b, c, d\}$, $Y = \{1, 2\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 중에서 행렬 $\begin{pmatrix} f(a) & f(b) \\ f(c) & f(d) \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하도록 하는 함수 f 의 개수를 구하시오. [3점]

28. 행렬 $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 를 지름의 양 끝점으로 하는 원의 넓이를 $S(M)$ 이라 하자. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 20 & 10 \\ 30 & 20 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 X 가 $AX = B$ 를 만족시킬 때, $\frac{1}{\pi} S(X)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표를 $f(x)$, 가수를 $g(x)$ 라 하자.
 다음 조건을 만족시키는 양수 a 에 대하여 $f(a^6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $6\{g(a)\}^2 - 5g(a) + 1 = 0$
- (나) $f(a) + f(a^2) + f(a^3) = 14$

30. 함수 $f(x) = 2^{x-2} + 1$ 과 $g(x) = \log_2(x-1) + 2$ 의 그래프가 두 점 $A(2, f(2)), B(3, f(3))$ 에서 만난다. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 이라 하고, 함수 $f(x)$ 의 그래프와 두 직선 $x=2, x=3$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 + 2S_2$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.