# 2012학년도 11월 고1 전국연합학력평가
# 정답 및 해설

## • 2교시 수학 영역 •

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ④ | 2 | ① | 3 | ③ | 4 | ① | 5 | ② |
| 6 | ③ | 7 | ④ | 8 | ④ | 9 | ⑤ | 10 | ③ |
| 11 | ④ | 12 | ④ | 13 | ① | 14 | ③ | 15 | ② |
| 16 | ① | 17 | ② | 18 | ⑤ | 19 | ⑤ | 20 | ③ |
| 21 | ② | 22 | 12 | 23 | 5 | 24 | 16 | 25 | 29 |
| 26 | 4 | 27 | 9 | 28 | 80 | 29 | 108 | 30 | 8 |

**1. [출제의도] 다항식의 덧셈과 뺄셈 계산하기**

$A+B=x^2+3x+4$ …… ㉠

$A-B=x^2-x+2$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $2B=4x+2$

따라서 $B=2x+1$

**2. [출제의도] 다항식의 곱셈 이해하기**

$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$=16-10=6$

따라서 $a^2+b^2+c^2=6$

**3. [출제의도] 복소수의 값 추론하기**

$z^2=\left(\dfrac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2=-i$

$z^4=(-i)^2=-1$

$z^8=(-1)^2=1$

$z^8+z^{12}=z^8+z^8z^4=1-1=0$

따라서 $z^8+z^{12}=0$

**4. [출제의도] 이차방정식의 실근과 허근의 뜻 이해하기**

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1+i$이므로

$(1+i)^2+a(1+i)+b=0$이다.

$(a+b)+(a+2)i=0$에서 $a+b=0$, $a+2=0$

$\therefore\ a=-2$, $b=2$

따라서 $ab=-4$

**5. [출제의도] 실수의 연산에 관한 성질 이해하기**

연산 ◎에 대한 항등원을 $e$라 하면

임의의 실수 $a$에 대하여

$a◎e=e◎a=a$

$ae+a+e=a$

$e(a+1)=0\ \therefore\ e=0$

연산 ◎에 대한 3의 역원을 $x$라 하면

$3◎x=x◎3=0$

$3x+3+x=0\ \therefore\ x=-\dfrac{3}{4}$

따라서 연산 ◎에 대한 3의 역원은 $-\dfrac{3}{4}$

**6. [출제의도] 나머지정리 이해하기**

다항식 $P(x)$를 $(x-5)(x+3)$으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)=ax+b$라 하면

$P(x)=(x-5)(x+3)Q(x)+ax+b$이다.

$P(5)=10$, $P(-3)=-6$이므로

$P(5)=5a+b=10$, $P(-3)=-3a+b=-6$

$\therefore\ a=2$, $b=0$

따라서 $R(x)=2x$이므로 $R(1)=2$

**7. [출제의도] 원과 직선의 위치 관계 이해하기**

직선 $y=\sqrt{2}x+k$가 원 $x^2+y^2=4$에 접하므로 원의 중심 $(0,0)$에서 직선 $\sqrt{2}x-y+k=0$에 이르는 거리는 2이다.

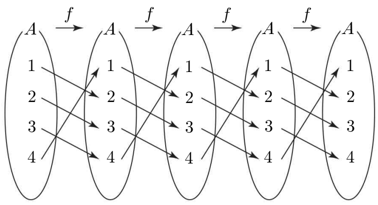
$\dfrac{|k|}{\sqrt{2+1}}=2$

$\therefore\ k=2\sqrt{3}$ 또는 $k=-2\sqrt{3}$

따라서 $k>0$이므로 $k=2\sqrt{3}$

**8. [출제의도] 합성함수의 값 추론하기**

주어진 함수의 정의에 따라 대응관계를 나타내면 그림과 같다.




$f^4(x)=x$이므로

$f^{2012}(2)=f^{4\times503}(2)=2$

$f^{2013}(3)=f^{4\times503+1}(3)=f^1(3)=4$

따라서 $f^{2012}(2)+f^{2013}(3)=2+4=6$

**9. [출제의도] 두 점 사이의 거리 구하기**

점 P의 좌표를 $(x,y)$라 하면

$\overline{\text{OP}}^2+\overline{\text{AP}}^2+\overline{\text{BP}}^2$

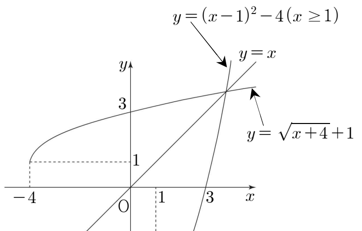
$=(x^2+y^2)+\{(x-3)^2+y^2\}+\{x^2+(y-6)^2\}$

$=3x^2-6x+3y^2-12y+45$

$=3(x-1)^2+3(y-2)^2+30$

따라서 $x=1$, $y=2$일 때, 최솟값은 30

**10. [출제의도] 무리함수의 그래프의 성질 이해하기**




그림에서 $a=4$, $b=1$이므로 $f(x)=\sqrt{x+4}+1$이고 $f(x)$의 역함수 $f^{-1}(x)=(x-1)^2-4\,(x\geq1)$이다.

함수 $y=f(x)$의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 교점은 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프와 직선 $y=x$의 교점과 같다.

$(x-1)^2-4=x$, $x^2-3x-3=0$

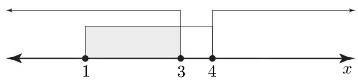
$\therefore\ x=\dfrac{3+\sqrt{21}}{2}$ ($\because\ x\geq1$)

$\therefore\ (p,q)=\left(\dfrac{3+\sqrt{21}}{2},\ \dfrac{3+\sqrt{21}}{2}\right)$

따라서 $p+q=3+\sqrt{21}$

**11. [출제의도] 연립이차부등식의 해 구하기**

부등식 $x^2+ax+b\geq0$와 $x^2+cx+d\leq0$의 해를 수직선에 나타내면 그림과 같다.




그림에서 $x^2+ax+b\geq0$의 해는

$x\leq3$ 또는 $x\geq4$이므로 $(x-3)(x-4)\geq0$이다.

$x^2-7x+12\geq0$에서 $a=-7$, $b=12$

$x^2+cx+d\leq0$의 해는

$1\leq x\leq4$이므로 $(x-1)(x-4)\leq0$이다.

$x^2-5x+4\leq0$에서 $c=-5$, $d=4$

따라서 $a+b+c+d=-7+12-5+4=4$

**12. [출제의도] 사차방정식의 해 구하기**

$x^4+3x^3+3x^2-x-6=0$

$(x-1)(x+2)(x^2+2x+3)=0$

$\therefore\ x-1=0$ 또는 $x+2=0$ 또는 $x^2+2x+3=0$

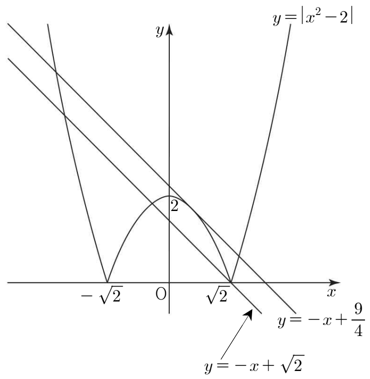
$x^2+2x+3=0$의 두 허근이 $\alpha$, $\beta$이므로

$\alpha+\beta=-2$, $\alpha\beta=3$이다.

따라서 $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=-2$

**13. [출제의도] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계 이해하기**

주어진 방정식 $|x^2-2|=-x+k$가 서로 다른 세 실근을 갖는 경우를 두 함수 $y=|x^2-2|$, $y=-x+k$의 그래프를 이용하여 나타내면 그림과 같다.




(ⅰ) $y=-x+k$의 그래프가 $(\sqrt{2},0)$을 지날 때

$0=-\sqrt{2}+k$

$\therefore\ k=\sqrt{2}$

(ⅱ) 두 함수 $y=-x^2+2$, $y=-x+k$의 그래프가 접할 때

$-x^2+2=-x+k$

$x^2-x+k-2=0$에서 $D=1-4k+8=0$

$\therefore\ k=\dfrac{9}{4}$

따라서 모든 실수 $k$의 값의 곱은 $\sqrt{2}\times\dfrac{9}{4}=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$

14.[출제의도] 명제의 역, 이, 대우를 이해하여 추론하기

$p \Rightarrow q$이므로 $P \subset Q$ ⋯⋯ ㉠

$\sim p \Rightarrow q$이므로 $P^C \subset Q$ ⋯⋯ ㉡

$\sim r \Rightarrow p$이므로 $R^C \subset P$ ⋯⋯ ㉢

㉠, ㉡에서 $P \cup P^C \subset Q$이므로 $U = Q$ ⋯⋯ ㉣

㉠, ㉢에서 $R^C \subset P \subset Q$

ㄱ. ㉡에서 $P^C \subset Q$이다. (참)

ㄴ. (반례) $P = \{1, 2\}$, $R = \{2, 3\}$,
$Q = \{1, 2, 3\}$일 때,
$R - P^C = R \cap P = \{2\} \neq \varnothing$ (거짓)

ㄷ. ㉣에서 $R^C \cup P^C \subset Q$이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ

15.[출제의도] 연립이차방정식을 활용하여 추론하기

$\overline{\mathrm{AD}} = x$, $\overline{\mathrm{DC}} = y$라 하면 $x : y = 3 : 2$

$2x = 3y$ ⋯⋯ ㉠

$\triangle \mathrm{AQ_1D} + \triangle \mathrm{P_1Q_2D} + \triangle \mathrm{P_2CD}$

$= \dfrac{xy}{6} + \dfrac{2xy}{9} + \dfrac{xy}{6} = \dfrac{5xy}{9} = 10$에서

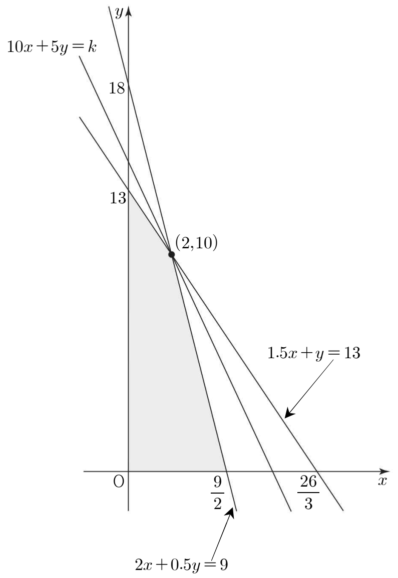
$xy = 18$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $x = 3\sqrt{3}$, $y = 2\sqrt{3}$

따라서 직사각형의 둘레의 길이는 $10\sqrt{3}$

16.[출제의도] 부등식의 영역을 활용하여 문제해결하기

하루 동안 노트북 컴퓨터와 데스크톱 컴퓨터를 각각 $x$대, $y$대 생산한다고 할 때,
$x \geq 0$, $y \geq 0$, $1.5x + y \leq 13$, $2x + 0.5y \leq 9$가 나타내는 영역은 그림의 어두운 부분이다.




하루 동안 생산한 컴퓨터를 판매하여 얻을 수 있는 이익을 $k$(만원)이라고 하면 $10x + 5y = k$이고 $k$의 값이 최대인 경우는
두 직선 $2x + 0.5y = 9$, $1.5x + y = 13$의 교점 $(2, 10)$을 지날 때이다.

따라서 최대 이익은 70(만원)

17.[출제의도] 선분의 내분과 외분을 이해하여 추론하기

$\dfrac{\overline{\mathrm{AD}}}{\overline{\mathrm{BD}}} \cdot \dfrac{\overline{\mathrm{BE}}}{\overline{\mathrm{EC}}} \cdot \dfrac{\overline{\mathrm{FC}}}{\overline{\mathrm{AF}}} = \dfrac{\overline{\mathrm{AD}}}{\overline{\mathrm{BD}}} \cdot \dfrac{\overline{\mathrm{BD}}}{\overline{\mathrm{DG}}} \cdot \dfrac{\overline{\mathrm{DG}}}{\overline{\mathrm{AD}}} = 1$

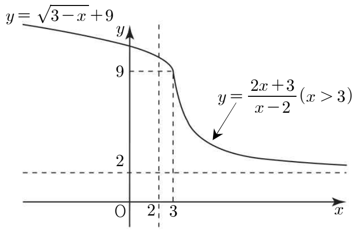
$\dfrac{2}{3} \times \dfrac{5}{2} \times \dfrac{n}{m} = 1$에서 $\dfrac{m}{n} = \dfrac{5}{3}$이므로

$mn = 15$이다.

따라서 $a + bc = 1 + \dfrac{5}{3} \times 15 = 26$

18.[출제의도] 유리함수와 무리함수의 그래프의 성질을 알고 문제해결하기

(가)에서 치역이 $\{y \mid y > 2\}$이고,
(나)에서 함수 $f$는 일대일함수이므로 주어진 함수의 그래프는 그림과 같다.




$f(3) = 9$이므로 $a = 9$

$f(2) = \sqrt{3-2} + 9 = 10$

$f(2)f(k) = 10f(k) = 40$

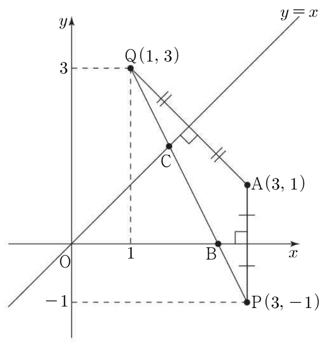
$\therefore f(k) = 4$

$\dfrac{2k+3}{k-2} = 4$

$2k + 3 = 4k - 8$

따라서 $k = \dfrac{11}{2}$

19.[출제의도] 대칭이동의 의미를 알고 문제해결하기




지점 O를 좌표평면 위의 원점, 직선도로 $l$을 $x$축으로 정하면 직선도로 $m$은 직선 $y = x$, 정류소 $A$의 좌표는 $\mathrm{A}(3, 1)$이다.

점 A를 $x$축에 대하여 대칭이동한 점을 P라 하면 P의 좌표는 $(3, -1)$이고 $y = x$에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 하면 Q의 좌표는 $(1, 3)$이다.

만들려고 하는 도로의 길이는 $\overline{\mathrm{PQ}}$일 때, 최소이다.

두 점 $\mathrm{P}(3, -1)$, $\mathrm{Q}(1, 3)$을 지나는 직선의 방정식은

$y - 3 = -2(x - 1)$ $\therefore y = -2x + 5$

$x$축과 직선 $y = -2x + 5$의 교점은 $\mathrm{B}\left(\dfrac{5}{2}, 0\right)$

$y = x$와 직선 $y = -2x + 5$의 교점은 $\mathrm{C}\left(\dfrac{5}{3}, \dfrac{5}{3}\right)$

따라서 $\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{\left(\dfrac{5}{3} - \dfrac{5}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{5}{3} - 0\right)^2} = \dfrac{5\sqrt{5}}{6}$ (km)

20.[출제의도] 함수의 뜻을 알고 추론하기

$n = a_m \times 10^m + \cdots + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10 + a_0$일 때,

$f\left(a_m \times 10^m + \cdots + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10 + a_0\right)$

$= f\left(a_m \times 10^{m-1} + \cdots + a_2 \times 10 + a_1\right) + a_0$

$= f\left(a_m \times 10^{m-2} + \cdots + a_2\right) + a_1 + a_0$

$\vdots$

$= a_m + \cdots + a_2 + a_1 + a_0$

$\therefore f(n) = a_m + \cdots + a_2 + a_1 + a_0$

ㄱ. $f(100) = 1$ (참)

ㄴ. $(f \circ f)(999) = f(27) = 9$ (참)

ㄷ. (반례) $n = 15$일 때, $f(n) = 6$이지만 $n$은 6의 배수가 아니다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ

21.[출제의도] 복소수의 연산에 관한 성질을 이해하여 문제해결하기

(나)에서 $\dfrac{1}{\alpha} + \dfrac{1}{\beta} = -\dfrac{1}{\gamma}$, $\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = -\dfrac{1}{\gamma}$

(가)에서 $\alpha + \beta = -\gamma$이므로

$\dfrac{-\gamma}{\alpha\beta} = -\dfrac{1}{\gamma}$

$\alpha\beta = \gamma^2$ ⋯⋯ ㉠

같은 방법으로

$\beta\gamma = \alpha^2$ ⋯⋯ ㉡

$\gamma\alpha = \beta^2$ ⋯⋯ ㉢

(나)에서 $\dfrac{\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma} = 0$이므로

$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 0$

㉠, ㉡, ㉢에서 $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$

$\alpha^2 + \alpha\gamma + \gamma^2 = 0$ ⋯⋯ ㉣

㉣에서 양변을 $\alpha^2$으로 나누면

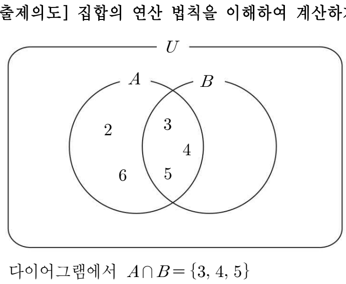
$\left(\dfrac{\gamma}{\alpha}\right)^2 + \dfrac{\gamma}{\alpha} + 1 = 0$

$\therefore \dfrac{\gamma}{\alpha} = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 또는 $\dfrac{\gamma}{\alpha} = \dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

㉡에서 $\dfrac{\alpha}{\beta} = \dfrac{\gamma}{\alpha}$이므로 $\dfrac{\gamma}{\alpha} + \overline{\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)} = \dfrac{\gamma}{\alpha} + \overline{\left(\dfrac{\gamma}{\alpha}\right)}$이다.

따라서 $\dfrac{\gamma}{\alpha} + \overline{\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)} = -1$

22.[출제의도] 집합의 연산 법칙을 이해하여 계산하기




벤 다이어그램에서 $A \cap B = \{3, 4, 5\}$

따라서 모든 원소의 합은 12

(별해)

$A - (A - B) = A \cap \left(A \cap B^C\right)^C$

$= A \cap \left(A^C \cup B\right)$

$= \varnothing \cup (A \cap B)$

$= A \cap B$

$\therefore A \cap B = \{2, 3, 4, 5, 6\} - \{2, 6\} = \{3, 4, 5\}$

따라서 $A \cap B$의 모든 원소의 합은 12

**23. [출제의도] 다항식의 최대공약수와 최소공배수의 뜻 이해하기**

$A=x^3+4x^2+8x+a$, $B=x^2+3x-3+a$라 하고 $A$, $B$의 최대공약수를 $G$, 최소공배수를 $L$이라 하면 $AB=LG$이다.

$AB$는 오차식이고 $L$이 사차식이므로 $G$는 일차식이다.

$A-B=x^3+4x^2+8x+a-(x^2+3x-3+a)$

$\quad\;\;=(x+1)(x^2+2x+3)$

이므로 $G$는 $x+1$이고 두 다항식 $A$, $B$는 $x+1$을 인수로 가진다.

따라서 $a=5$

**24. [출제의도] 무리식의 뜻 이해하기**

$$\frac{p}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}+\frac{q}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}$$

$$=\frac{p}{\sqrt{2}-1}+\frac{q}{\sqrt{2}+1}$$

$$=p(\sqrt{2}+1)+q(\sqrt{2}-1)$$

$$=(p-q)+(p+q)\sqrt{2}$$

$$=10+2\sqrt{2}$$

$p-q=10$, $p+q=2$에서 $p=6$, $q=-4$

따라서 $2p-q=16$

**25. [출제의도] 이차방정식에서 근과 계수의 관계 이해하기**

$\alpha+\beta=m-5$ …… ㉠

$\alpha\beta=m+2$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\alpha\beta=\alpha+\beta+7$

$\qquad\qquad(\alpha-1)(\beta-1)=8$

$\alpha$, $\beta$는 자연수이므로

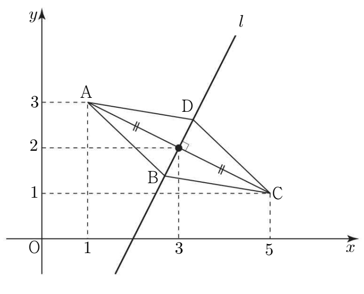
$\alpha=3$, $\beta=5$ 또는 $\alpha=2$, $\beta=9$

( i ) $\alpha=3$, $\beta=5$일 때, $m=13$

(ii) $\alpha=2$, $\beta=9$일 때, $m=16$

따라서 모든 정수 $m$의 값의 합은 29

**26. [출제의도] 두 직선의 평행조건과 수직조건 이해하기**




직선 $l$은 선분 AC의 수직이등분선이다.

(직선 AC의 기울기)$=\dfrac{3-1}{1-5}=-\dfrac{1}{2}$

직선 $l$은 기울기가 2이고 점 $(3, 2)$를 지나므로 직선 $l$의 방정식은

$y=2(x-3)+2$

$2x-y-4=0$

$\therefore\ a=-1$, $b=-4$

따라서 $ab=4$

**27. [출제의도] 이차함수의 최대, 최소 문제해결하기**

점 $\mathrm{P}(a, b)$는 이차함수 $y=x^2-3x+2$의 그래프 위의 점이므로 $b=a^2-3a+2$이다.

$\mathrm{A}(0, 2)$, $\mathrm{B}(1, 0)$, $\mathrm{C}(2, 0)$이므로 $0\le a\le 2$이다.

$a+b+3=a+(a^2-3a+2)+3$

$\qquad\quad\;=a^2-2a+5$

$\qquad\quad\;=(a-1)^2+4\ (0\le a\le 2)$

$\therefore\ a=0$ 또는 $a=2$일 때, 최댓값은 5

$\quad a=1$일 때, 최솟값은 4

따라서 최댓값과 최솟값의 합은 9

**28. [출제의도] 절대부등식을 활용하여 문제해결하기**

($A$의 부피)$=3xy-1=47$ $\therefore\ xy=16$

($A$의 겉넓이)$=2(xy+3x+3y)$

$\qquad\qquad\quad=32+6(x+y)$

산술평균, 기하평균의 관계에 의하여

$32+6(x+y)\ge 32+12\sqrt{xy}=80$

(단, 등호는 $x=y=4$일 때 성립한다.)

따라서 $A$의 겉넓이의 최솟값은 80

**29. [출제의도] 유리식을 활용하여 문제해결하기**

2011년의 책상 수와 의자 수의 합을 $a$,

2012년의 책상 수와 의자 수의 합을 $b$라 할 때,

2011년과 2012년에 각각 구입한 책상 수와 의자 수는 표와 같다.

| 구분 | 책상 수 | 의자 수 | 합계 |
|---|---|---|---|
| 2011 | $\frac{1}{3}a$ | $\frac{2}{3}a$ | $a$ |
| 2012 | $\frac{5}{9}b$ | $\frac{4}{9}b$ | $b$ |
| 합계 | $\frac{1}{3}a+\frac{5}{9}b$ | $\frac{2}{3}a+\frac{4}{9}b$ | $a+b$ |

$\left(\frac{1}{3}a+\frac{5}{9}b\right):\left(\frac{2}{3}a+\frac{4}{9}b\right)=8:7$에서 $9a=b$

$a+b=10a$이고 $a$는 3의 배수이므로

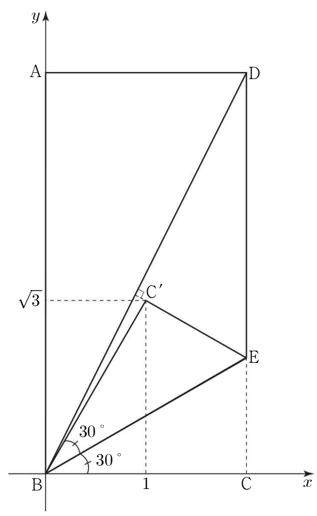
$10a$는 30의 배수이다.

$100<a+b<150$이므로 $a+b=120$이다.

$a+b=10a=120$이므로 $a=12$, $b=108$이다.

따라서 2012년에 구입한 책상 수와 의자 수의 합은 108

**30. [출제의도] 점과 직선 사이의 거리를 활용하여 문제해결하기**




좌표평면 위에 점 B가 원점과 일치하도록 직사각형 모양의 종이를 놓으면 $\angle\mathrm{C'BC}=60°$이다.

$\mathrm{C'}$의 좌표는 $(1, \sqrt{3})$이고 직선 BD의 방정식은 $y=2x$이다.

점 $\mathrm{C'}$과 직선 BD 사이의 거리를 $d$라 할 때,

$d=\dfrac{|2-\sqrt{3}|}{\sqrt{4+1}}=\dfrac{2}{5}\sqrt{5}-\dfrac{1}{5}\sqrt{15}$

따라서 $100ab=100\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{5}=8$