

2012학년도 11월 고2 전국연합학력평가 문제지

수학 영역 (A형)

제 2 교시

성명

수험번호 2

1

- 자신이 선택한 유형('A' 형 / 'B' 형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0' 이 포함되면 그 '0' 도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $8^{\frac{2}{3}} \times 16^{\frac{1}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A-2B$ 는? [2점]

- ① $\begin{pmatrix} 6 & -7 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 6 & -7 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 6 & 7 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix} -6 & 7 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} -6 & -7 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$

3. $\sum_{n=1}^{10} (2n-3)$ 의 값은? [2점]

- ① 65 ② 70 ③ 75
④ 80 ⑤ 85

4. 로그방정식 $(\log_3 x)^2 - 4\log_3 x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? [3점]

- ① 24 ② 27 ③ 30
④ 33 ⑤ 36

5. 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 1, 공차가 3인 등차수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 은 첫째항이 1000, 공차가 -6 인 등차수열이다. 이때, $a_k = b_k$ 를 만족시키는 자연수 k 의 값은? [3점]

- ① 112 ② 115 ③ 118
 ④ 121 ⑤ 124

6. 두 실수 a, b 가 $2^{2a+b} = 27$, $4^{a-3b} = \frac{1}{25}$ 을 만족시킬 때, 2^{3a-2b} 의 값은? [3점]

- ① $\frac{18}{5}$ ② $\frac{21}{5}$ ③ $\frac{24}{5}$
 ④ $\frac{27}{5}$ ⑤ 6

7. 첫째항이 3이고 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$ 의 값은? [3점]

- ① 1019 ② 1021 ③ 1023
 ④ 1025 ⑤ 1027

8. 지수부등식 $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{2x+6} \leq 27^{2-x}$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 6 ② 10 ③ 15
 ④ 21 ⑤ 28

9. 좌표평면에서 지수함수 $y = a \cdot 3^x (a \neq 0)$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동시킨 후, x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동시킨 그래프가 점 $(1, -6)$ 을 지난다. 이때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

10. 수직선 위의 두 점 $A(x), B(6)$ 에 대하여 선분 AB 를 1:2로 내분하는 점을 $C(y)$ 라 하자. $x, y, 6$ 이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, x 의 값은? (단, $x < 6$) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

11. $\log_2 \sqrt{7+4\sqrt{3}} = n + \alpha$ (단, n 은 자연수, $0 \leq \alpha < 1$)일 때,
 $2^{-\alpha}$ 의 값은? [3점]

- ① $2 - \sqrt{3}$ ② $4 - 2\sqrt{3}$ ③ $2 + \sqrt{3}$
④ $4 + \sqrt{3}$ ⑤ $4 + 2\sqrt{3}$

12. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여
 $a_{n+1} = 2a_n + 1$
을 만족시킬 때, $\log_4(a_{20} + 1)$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

13. 이차정사각행렬 A 가 다음 조건을 만족시킨다.
(단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.)

(가) $A^2 - 2A + E = O$

(나) $A \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 를 만족시키는 두 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

[4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

14. 다음은 어느 포털 사이트에 게시된 질문과 답변이다.

질문 a_{20} 의 값을 구하는 데 어디가 틀렸을까요?

저는 고등학교 2학년 학생입니다. 궁금한 것이 있어 글을 올립니다. 먼저 [문제]와 저의 [풀이]를 보시고 [질문]에 답해 주세요.

[문제]
수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$ 이고,
 $a_n = a_{n-1} + 2n - 1 (n \geq 2)$
을 만족시킬 때, a_{20} 의 값을 구하시오.

[풀이]
 $n \geq 2$ 일 때, $a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} (2k - 1)$
 $\therefore a_{20} = 362$

[질문]
저는 잘 푼 것 같은데 정답이 362가 아니라고 합니다. 제가 어디가 틀렸을까요?
틀린 부분과 정답을 알려주세요.

답변 좋은 질문입니다. 추천하기

학생의 [풀이]에서
 $n \geq 2$ 일 때, $a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} \boxed{\text{(가)}}$
로 식을 수정하여 a_{20} 의 값을 계산하면
 $a_{20} = \boxed{\text{(나)}}$ 입니다.

위의 답변이 옳을 때, (가)에 알맞은 식을 $f(k)$, (나)에 알맞은 수를 c 라 하자. 이때, $f(10) + c$ 의 값은? [4점]

- ① 415 ② 417 ③ 419
④ 421 ⑤ 423

15. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A + E = AB$ 를 만족시키는 행렬 B 의 모든 성분의 합은? (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ 4

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1, a_2 = 5$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여 $(n+1)a_{n+2} + 5a_n = (n+5)a_{n+1}$

을 만족시킨다.

다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

모든 자연수 n 에 대하여

$$(n+1)a_{n+2} - 5a_{n+1} = na_{n+1} - 5a_n$$

이다.

$n \geq 2$ 에 대하여

$$na_{n+1} - 5a_n = (n-1)a_n - 5a_{n-1}$$
 이고,

$a_1 = 1, a_2 = 5$ 이므로

$$a_{n+1} = \boxed{\text{(가)}} a_n \quad (n \geq 1) \dots\dots \text{㉠}$$

이다.

㉠의 n 에 1, 2, 3, \dots , $n-1$ 을 차례로 대입하여 얻어진

$(n-1)$ 개의 등식을 변끼리 곱하여 정리하면,

$$a_n = \frac{5^{n-1}}{\boxed{\text{(나)}}} \quad (n \geq 2) \text{ 이고, } a_1 = 1 \text{ 이므로}$$

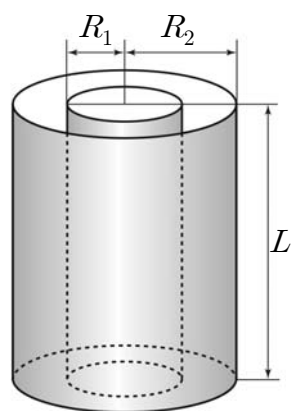
$$\text{수열 } \{a_n\} \text{의 일반항은 } a_n = \frac{5^{n-1}}{\boxed{\text{(나)}}} \text{이다.}$$

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$, (나)에 알맞은 식을 $g(n)$ 이라 할 때, $f(20) \times g(7)$ 의 값은? [4점]

- ① 180 ② 190 ③ 200
 ④ 210 ⑤ 220

17. 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 각각 $R_1(\text{m})$, $R_2(\text{m})$ ($R_1 < R_2$)이고 높이가 $L(\text{m})$ 인 두 원기둥 모양의 도체를 이용하여 밑면의 중심이 일치하도록 만든 원통형 축전기의 전기용량 $C(\text{F})$ 는 다음과 같이 계산된다고 한다.

$$C = \frac{2\pi kL}{\log R_2 - \log R_1} \quad (\text{단, } k \text{는 상수이다.})$$



높이 L 이 일정할 때, R_2 가 R_1 의 2배인 원통형 축전기의 전기용량이 $5(\text{F})$ 이면, R_2 가 R_1 의 8배인 원통형 축전기의 전기용량(F)은?

[4점]

- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{5}{3}$
 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

18. 그림과 같이 1행에는 1개, 2행에는 3개, 3행에는 5개, ..., n 행에는 $(2n-1)$ 개의 수가 다음과 같은 규칙으로 나열되어 있다.

- (가) $n \geq 1$ 일 때, n 행 n 열의 수는 $(2n-1)$ 이다.
 (나) $n \geq 2$ 일 때, n 행의 모든 수들은 1열부터 $(2n-1)$ 열까지 이 순서대로 공차가 $(2n-3)$ 인 등차수열을 이룬다.

	1열	2열	3열	4열	5열	6열	7열	...
1행	1							
2행	2	3	4					
3행	-1	2	5	8	11			
4행	-8	-3	2	7	12	17	22	
⋮								

n 행 $(n+2)$ 열의 수를 $a_n (n \geq 3)$ 이라 할 때, $\sum_{n=3}^{10} a_n$ 의 값은?

[4점]

- ① 256 ② 266 ③ 276
 ④ 286 ⑤ 296

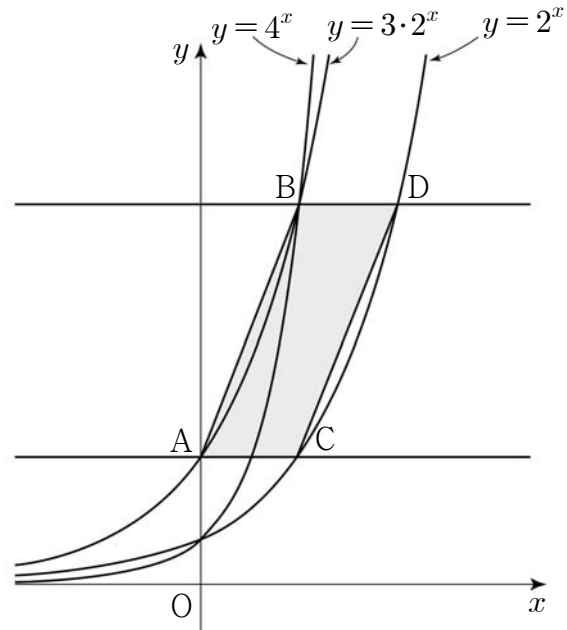
19. 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $A^2 = E$ 이면 $A = E$ 이다.
 ㄴ. $(A+2B)^2 = (A-2B)^2$ 이면 $AB+BA = O$ 이다.
 ㄷ. $AB = A, BA = B$ 이면 $A^2+B^2 = A+B$ 이다.

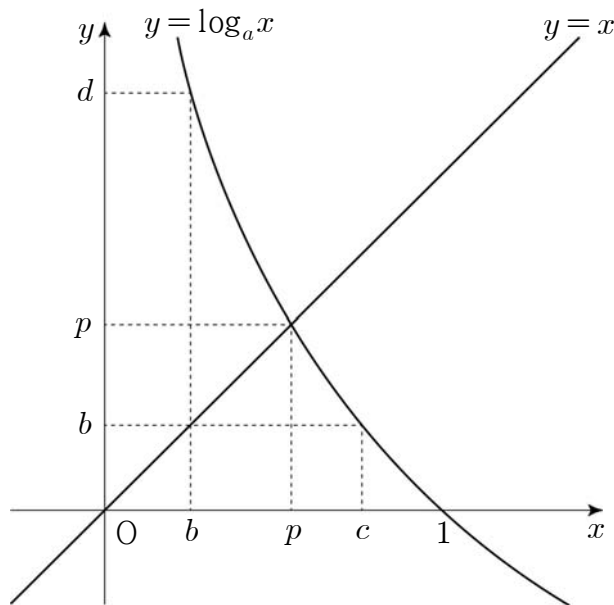
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 그림과 같이 함수 $y = 3 \cdot 2^x$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A , 함수 $y = 4^x$ 의 그래프와 만나는 점을 B 라 하자. 점 A 를 지나고 x 축에 평행하게 그은 직선이 함수 $y = 2^x$ 의 그래프와 만나는 점을 C , 점 B 를 지나고 x 축에 평행하게 그은 직선이 함수 $y = 2^x$ 의 그래프와 만나는 점을 D 라 할 때, 사각형 $ACDB$ 의 넓이는? [4점]



- ① $3 \log_2 3$ ② $4 \log_2 3$ ③ $5 \log_2 3$
 ④ $6 \log_2 3$ ⑤ $7 \log_2 3$

21. 그림과 같이 $0 < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 곡선 $y = \log_a x$ 가 두 점 (b, d) , (c, b) 를 지나고, 직선 $y = x$ 와 점 (p, p) 에서 만날 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, $0 < b < p < c < 1$) [4점]



< 보기 >

ㄱ. $p = \frac{1}{2}$ 이면 $a = \frac{1}{4}$ 이다.

ㄴ. $a^{b+d} = bc$

ㄷ. $\frac{p-b}{p-a^c} < \frac{c-b}{c-a^c}$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 3 \cdot 2^n - 3$ 일 때, a_5 의 값을 구하시오. [3점]

23. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} 2a & a-1 \\ 2 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax \\ 10y \end{pmatrix}$ 가

$x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오. [3점]

24. 이차정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 $a_{ij} (i=1, 2, j=1, 2)$ 를

$$a_{ij} = (\text{좌표평면에서 원 } (x-i)^2 + y^2 = 1 \text{과 직선 } x=j \text{가}$$

만나는 점의 개수)

로 정의하자. 이때, 행렬 A 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

25. 지수방정식 $3^{2x} - k \cdot 3^x + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 자연수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

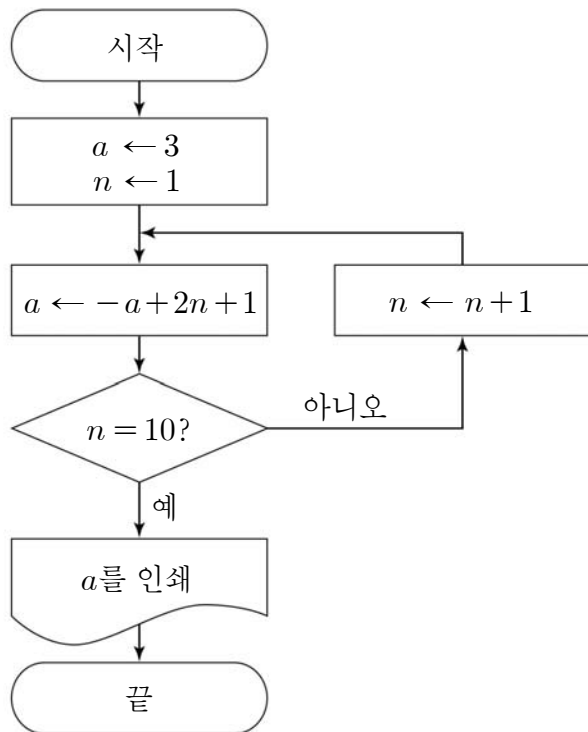
26. x 에 대한 로그부등식

$$\left(\log_2 \frac{x}{a}\right) \left(\log_2 \frac{x^2}{a}\right) + 2 \geq 0$$

이 모든 양의 실수 x 에 대하여 성립할 때, 양의 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. 이때, $M+16m$ 의 값을 구하시오.

[4점]

27. 다음 순서도에서 인쇄되는 a 의 값을 구하시오. [4점]



28. $\sum_{n=1}^{50} n \left(\sin \frac{n}{2} \pi + \cos \frac{n}{2} \pi \right)^n$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. k 가 자연수일 때, $\log k$ 의 지표 n 과 가수 α 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_k 를 $P_k(n, \alpha)$ 라 하자.
 $10 < m < 100$ 인 자연수 m 에 대하여 사각형 $P_1P_{10^m}P_3$ 의 넓이의 최댓값을 $\log M$ 이라 할 때, $10M^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{2n} = 1 + a_n, \quad a_{2n+1} = \frac{1}{a_{2n}}$$

- 을 만족시킨다. $a_k = \frac{1}{7}$ 일 때, 자연수 k 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.