# 2015학년도 6월 고1 전국연합학력평가 정답 및 해설

## • 수학 영역 •

### 정 답

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ④ | 2 | ⑤ | 3 | ② | 4 | ① | 5 | ④ |
| 6 | ⑤ | 7 | ⑤ | 8 | ② | 9 | ③ | 10 | ② |
| 11 | ① | 12 | ② | 13 | ① | 14 | ③ | 15 | ④ |
| 16 | ③ | 17 | ③ | 18 | ④ | 19 | ① | 20 | ⑤ |
| 21 | ③ | 22 | 6 | 23 | 11 | 24 | 100 | 25 | 28 |
| 26 | 38 | 27 | 16 | 28 | 30 | 29 | 26 | 30 | 240 |

### 해 설

**1. [출제의도] 다항식 계산하기**

$$\begin{aligned}A+B&=(2x^2+3xy)+(x^2-2xy)\\&=(2x^2+x^2)+(3xy-2xy)\\&=3x^2+xy\end{aligned}$$

**2. [출제의도] 복소수 계산하기**

$(2-i)+(3+2i)=(2+3)+(-1+2)i=5+i$

**3. [출제의도] 나머지 정리 이해하기**

$f(x)=x^2-2x+5$ 라고 하면 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는 $f(1)$이다.
따라서 $f(1)=1-2+5=4$이다.

[다른 풀이]
다항식 $x^2-2x+5$를 $x-1$로 나누면

$$\begin{array}{r@{\,}l} & x-1 \\ x-1\,) & x^2-2x+5 \\ & x^2-\ x \\ \hline & -\ x+5 \\ & -\ x+1 \\ \hline & 4 \end{array}$$

이므로 나머지는 4이다.

**4. [출제의도] 이차부등식 이해하기**

$$x^2-7x+12=(x-3)(x-4)\le 0$$

이므로 해는

$$3\le x\le 4$$

이다. 그러므로 $a=3,\ b=4$이다.
따라서 $b-a=1$이다.

**5. [출제의도] 다항식의 나눗셈 계산하기**

$$\begin{array}{r@{\,}l} & 3x+1 \\ x^2-x+2\,) & 3x^3-2x^2+3x+7 \\ & 3x^3-3x^2+6x \\ \hline & x^2-3x+7 \\ & x^2-\ x\ +2 \\ \hline & -2x\ +5 \end{array}$$

이므로 $a=3,\ b=5$이다. 따라서 $a+b=8$이다.

**6. [출제의도] 항등식의 성질 이해하기**

주어진 항등식을 정리하면

$$6x-5=(a+b)x-a$$

이므로

$$a=5$$

이고 $6=a+b$에서

$$b=1$$

이다. 따라서 $ab=5$이다.

[다른 풀이]
주어진 식

$$6x-5=a(x-1)+bx$$

에 $x=0$을 대입하면 $-5=-a$이므로 $a=5$,
$x=1$을 대입하면 $b=1$이다.
따라서 $ab=5$이다.

**7. [출제의도] 이차함수와 이차부등식의 관계 이해하기**

이차함수 $y=x^2+6x+a$의 그래프는 아래로 볼록이므로 모든 실수 $x$에 대하여 $y\ge 0$가 되려면 이차함수의 그래프가 $x$축에 접하거나 만나지 않아야 한다.
즉, $x^2+6x+a=0$의 판별식을 $D$라 하면

$$D\le 0$$

이다. $\dfrac{D}{4}=9-a\le 0$이므로

$$a\ge 9$$

이다. 따라서 실수 $a$의 최솟값은 9이다.

**8. [출제의도] 이차방정식의 성질을 이용하여 이차함수 문제 해결하기**

이차함수 $y=-x^2+4x$의 그래프와 직선 $y=2x+k$가 적어도 한 점에서 만나기 위해서는 방정식

$$-x^2+4x=2x+k$$

가 실근을 가져야 한다.
$x^2-2x+k=0$의 판별식을 $D$라 하면

$$\frac{D}{4}=1-k\ge 0$$

이므로

$$k\le 1$$

이다. 따라서 $k$의 최댓값은 1이다.

**9. [출제의도] 삼차방정식을 이용하여 근과 계수과의 관계 문제 해결하기**

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & -2 & 3 & -2 \\ & & 1 & -1 & 2 \\ \hline & 1 & -1 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$

조립제법에 의해

$$x^3-2x^2+3x-2=(x-1)(x^2-x+2)$$

이다. 따라서 삼차방정식 $x^3-2x^2+3x-2=0$의 두 허근은 이차방정식

$$x^2-x+2=0$$

의 두 허근과 같다. 두 허근을 $\alpha,\ \beta$라 하면

$$\alpha+\beta=1,\ \alpha\beta=2$$

이다. 따라서 $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\dfrac{1}{2}$이다.

**10. [출제의도] 연립일차방정식을 이용하여 실생활 문제 해결하기**

영화 $A$를 본 학생의 수를 $a$, 영화 $B$를 본 학생의 수를 $b$, 영화 $C$를 본 학생의 수를 $c$라 하자.

$$\begin{cases} a+b+c=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ a=c+3 & \cdots\cdots ㉡ \\ b=c+1 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

이므로 ㉡과 ㉢을 ㉠에 대입하면

$$(c+3)+(c+1)+c=10$$
$$c=2$$

이다.
따라서 영화 $C$를 관람한 학생의 수는 2이다.

**11. [출제의도] 다항식의 인수분해 추론하기**

다항식 $x^4+4x^2+16$을 인수분해하면

$$\begin{aligned}x^4+4x^2+16&=(x^4+8x^2+16)-4x^2\\&=(x^2+4)^2-(2x)^2\\&=(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)\\&=(x^2+ax+b)(x^2-cx+d)\end{aligned}$$

이다.

$a,\ b,\ c,\ d$가 양의 실수이므로

$$a=2,\ b=4,\ c=2,\ d=4\ \text{이다.}$$

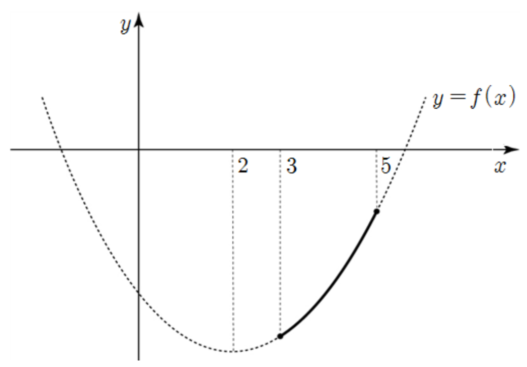
따라서 $a+b+c+d=12$이다.

**12. [출제의도] 이차함수의 성질을 이용하여 이차부등식 문제 해결하기**

$f(x)=x^2-4x-4k+3\ \ (3\le x\le 5)$라 하면

$$f(x)=(x-2)^2-4k-1\ \ (3\le x\le 5)$$

이다.




그림과 같이 $f(x)$의 그래프는 아래로 볼록이고 대칭축이 $x=2$인 그래프의 일부분이므로 $3\le x\le 5$에서 $f(x)\le 0$이 항상 성립하려면

$$f(5)\le 0\quad (\because f(3)<f(5))$$

이어야 한다.

$$\begin{aligned}f(5)&=25-20-4k+3\\&=8-4k\le 0\end{aligned}$$

이므로

$$k\ge 2$$

이다. 따라서 $k$의 최솟값은 2이다.

**13. [출제의도] 다항식의 성질 이해하기**

삼각형 OAB의 넓이가 $\dfrac{5}{2}$이므로 $\dfrac{1}{2}ab=\dfrac{5}{2}$이고

$$ab=5$$

이다. 따라서

$$\begin{aligned}a^2+b^2&=(a+b)^2-2ab\\&=5^2-2\times 5\\&=15\end{aligned}$$

이다.

**14. [출제의도] 이차함수와 직선의 위치 관계를 이용하여 이차방정식 문제 해결하기**

$b=2$이고 꼭짓점이 $(0,\ -2)$이므로
$f(x)=kx^2-2$라 하자.
$f(a)=2$이므로 $k=\dfrac{4}{a^2}$에서

$$f(x)=\frac{4}{a^2}x^2-2$$

이다. 또한, $g(a)=2$이므로

$$g(x)=\frac{2}{a}x$$

이다. 또한 $f(x)=g(x)$에서

$$\frac{4}{a^2}x^2-2=\frac{2}{a}x$$

이고 양변에 $\dfrac{a^2}{2}$을 곱하여 정리하면

$$2x^2-ax-a^2=0$$
$$(2x+a)(x-a)=0$$

이다. 따라서 방정식 $f(x)=g(x)$의 두 근은

$$a,\ -\frac{a}{2}$$

이고 두 근의 차는 $\dfrac{3}{2}a=6$이므로 $a=4$이다.

그러므로 $f(x)=\dfrac{1}{4}x^2-2$이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해 방정식 $f(x)=0$의 두 근의 곱은 $-8$이다.

**15. [출제의도] 연립부등식 이해하기**

$0\le -x^2+5x<-x+9$에서

ⅰ) $x^2-5x\le 0$인 경우

$$x(x-5)\le 0$$
$$0\le x\le 5\ \cdots\cdots ㉠$$

ⅱ) $-x^2+5x<-x+9$인 경우

$$x^2-6x+9>0$$
$$(x-3)^2>0$$
$$x \neq 3 \text{인 모든 실수} \quad \cdots\cdots \text{ⓛ}$$

㉠, ㉡에서 주어진 부등식을 만족시키는 해는

$$0 \le x < 3,\ 3 < x \le 5$$

이다. 따라서 정수해는

$$0,\ 1,\ 2,\ 4,\ 5$$

이므로 구하는 정수해의 합은 12이다.

**16. [출제의도] 다항식의 성질을 이용하여 실생활 문제 해결하기**

i) $r=\dfrac{R}{3}$을 주어진 관계식에 대입하면

$$v_1=\frac{P}{4\eta l}\times\left(R^2-\left(\frac{R}{3}\right)^2\right)$$
$$=\frac{P}{4\eta l}\times\frac{8}{9}R^2$$

ii) $r=\dfrac{R}{2}$을 주어진 관계식에 대입하면

$$v_2=\frac{P}{4\eta l}\times\left(R^2-\left(\frac{R}{2}\right)^2\right)$$
$$=\frac{P}{4\eta l}\times\frac{3}{4}R^2$$

따라서 i), ii)에 의해 $\dfrac{v_1}{v_2}=\dfrac{32}{27}$이다.

**17. [출제의도] 근과 계수와의 관계를 이용하여 이차함수 추론하기**

$f(x)+x-1=0$의 두 근이 $\alpha,\ \beta$이고

$$\alpha+\beta=1,\ \alpha\beta=-3$$

이므로

$$f(x)+x-1=k(x^2-x-3)\ \cdots \text{㉠}$$

이다. 또한 $f(1)=-6$이므로 $x=1$을 ㉠에 대입하면

$$f(1)+1-1=k(1^2-1-3)$$
$$-6+1-1=k(1^2-1-3)$$
$$-6=-3k$$

이다. 그러므로 $k=2$이다. ㉠에 대입하여 정리하면

$$f(x)+x-1=2(x^2-x-3)$$
$$f(x)=2x^2-2x-6-x+1$$
$$f(x)=2x^2-3x-5$$

이다. 따라서 $f(3)=4$이다.

[다른 풀이]

$f(x)=ax^2+bx+c$ 라 두자.

$f(x)+x-1=ax^2+(b+1)x+(c-1)=0$의 두 근이 $\alpha,\ \beta$이다.

근과 계수와의 관계에 의해

$$\alpha+\beta=-\frac{b+1}{a}=1,\ b=-a-1\ \cdots \text{㉠}$$
$$\alpha\beta=\frac{c-1}{a}=-3,\quad c=-3a+1\ \cdots \text{㉡}$$

이고, $f(1)=-6$이므로

$$a+b+c=-6\ \cdots \text{㉢}$$

이다.

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 정리하면

$$a=2,\ b=-3,\ c=-5$$

이므로 $f(x)=2x^2-3x-5$이다.

따라서 $f(3)=4$이다.

**18. [출제의도] 다항식의 성질을 이용하여 추론하기**

$\overline{\mathrm{PQ}}=1,\ \overline{\mathrm{AR}}=a^2$이므로

$$\overline{\mathrm{MN}}=\frac{1}{2}\times(\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{AR}})=\boxed{\frac{1+a^2}{2}}$$

이다. 또한

$$\overline{\mathrm{MB}}=\overline{\mathrm{MN}}-\overline{\mathrm{BN}}=\boxed{\frac{1+a^2}{2}}-\left(\frac{a-1}{2}\right)^2$$
$$=\boxed{\left(\frac{a+1}{2}\right)^2}$$

이다.

따라서 삼각형 PAB의 넓이를 $S$라 하면

$$S=2\times\triangle\mathrm{MAB}$$
$$=2\times\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{MB}}\times\overline{\mathrm{NR}}$$
$$=2\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{a+1}{2}\right)^2\times\frac{a+1}{2}$$
$$=\frac{(a+1)^3}{\boxed{8}}$$

이므로 $f(a)=\dfrac{1+a^2}{2},\ g(a)=\left(\dfrac{a+1}{2}\right)^2,\ k=8$이다.

따라서 $f(3)+g(5)+k=5+9+8=22$이다.

**19. [출제의도] 이차함수의 성질을 이용하여 이차함수 문제 해결하기**

$f(x)=x^2-7,\ g(x)=-2x^2+5$이므로

$$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{BC}}=(a-(-a))=2a$$
$$\overline{\mathrm{BA}}=\overline{\mathrm{CD}}=g(a)-f(a)$$
$$=(-2a^2+5)-(a^2-7)$$
$$=-3a^2+12$$

이다. 따라서 직사각형 ABCD의 둘레의 길이를 $h(a)$라 하면

$$h(a)=\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BC}}+\overline{\mathrm{BA}}+\overline{\mathrm{CD}}$$
$$=2(\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BA}})$$
$$=2(2a-3a^2+12)$$
$$=-6a^2+4a+24$$

이고

$$h(a)=-6\left(a-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{74}{3}$$

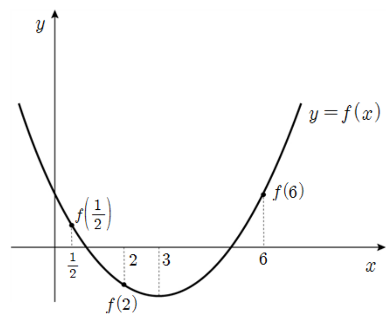
이다. 따라서 $a=\dfrac{1}{3}$일 때, 직사각형 ABCD의 둘레의 길이가 최대가 된다.

**20. [출제의도] 이차함수의 그래프 추론하기**

조건 (나)에서 이차함수 $f(x)$는 '모든 실수 $x$에 대하여 $f(x)\ge f(3)$'이므로 $x=3$에서 최솟값을 가지고, $x=3$이 대칭축이며 아래로 볼록이다.

ㄱ. $x=3$이 대칭축이고 $f(1)=0$이므로 $f(5)=0$이다. (참)

ㄴ. 그림과 같이 이차함수 $f(x)$가 $x=3$에 대칭이고 아래로 볼록이므로 $f(2)<f\left(\dfrac{1}{2}\right)<f(6)$이다. (참)




ㄷ. $f(x)=0$의 두 근이 1, 5이므로

$$f(x)=a(x-1)(x-5)$$
$$=a(x^2-6x+5)$$
$$=ax^2-6ax+5a$$

이다. $f(0)=k$이므로

$$k=5a$$

이다.

$f(x)=kx$에서

$$ax^2-6ax+5a=5ax$$

이고 $a>0$이므로

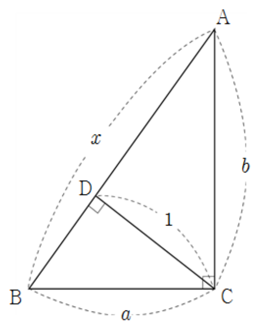
$$x^2-11x+5=0$$

이다. 근과 계수의 관계에 의해 두 실근의 합은 11이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ 이다.

**21. [출제의도] 연립방정식을 이용하여 추론하기**

그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=x,\ \overline{\mathrm{BC}}=a,\ \overline{\mathrm{CA}}=b$라 두자.




삼각형 ABC의 넓이를 구하는 두 가지 방법을 비교해 보면 $\dfrac{1}{2}ab=\dfrac{1}{2}x$이므로

$$ab=x\ \cdots \text{㉠}$$

이다.

삼각형 ABC의 세 변의 길이의 합은 5이므로

$$a+b+x=5$$
$$a+b=5-x\ \cdots \text{㉡}$$

이다.

한편, 직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의해

$$a^2+b^2=x^2$$

이고 $x^2=(a+b)^2-2ab$에 ㉠과 ㉡을 대입하면

$$x^2=(5-x)^2-2x$$
$$x^2=5^2-10x+x^2-2x$$
$$25-12x=0$$
$$x=\frac{25}{12}$$

이다.

**22. [출제의도] 근과 계수와의 관계 이해하기**

이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해

$x^2-6x+3=0$의 두 근의 합은 6이다.

[다른 풀이]

이차방정식의 근의 공식에 의해 $x^2-6x+3=0$의 근은

$$x=3\pm\sqrt{3^2-3}=3\pm\sqrt{6}$$

이다. 따라서 $(3+\sqrt{6})+(3-\sqrt{6})=6$이다.

**23. [출제의도] 절댓값을 포함한 부등식 계산하기**

부등식 $|x-1|\le 5$를 풀면

$$-5\le x-1\le 5$$
$$-4\le x\le 6$$

이므로 만족시키는 정수의 개수는 11이다.

**24. [출제의도] 다항식 계산하기**

$$(a+b+2c)^2=a^2+b^2+(2c)^2+2ab+2b(2c)+2(2c)a$$
$$=a^2+b^2+4c^2+2(ab+2bc+2ca)$$
$$=44+2\times 28$$
$$=100$$

**25. [출제의도] 연립부등식 이해하기**

i) $2x-1\ge 7$

$$x\ge 4 \quad \cdots\cdots \text{㉠}$$

ii) $(x-3)(x-7)\le 0$

$$3\le x\le 7 \quad \cdots\cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 공통 범위를 구하면 $4\le x\le 7$이므로 $x$의 최댓값 $M=7$이고 최솟값 $m=4$이다.

따라서 $M\times m=28$이다.

**26. [출제의도] 복소수의 성질 이해하기**

$$(a-bi)^2=8i$$
$$(a-bi)^2=a^2-b^2-2abi$$

이므로 $(a^2-b^2)-2abi=8i$에서

$$\begin{cases} a^2-b^2=0 & \cdots ㉠ \\ -2ab=8 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

을 만족한다. ㉠에서 $a=b$ 또는 $a=-b$이다.

ⅰ) $a=b$일 때, ㉡에서 $a^2=-4$이므로 만족하는 $a$값은 존재하지 않는다.

ⅱ) $a=-b$일 때, ㉡에서 $a^2=4$이므로

$$a=2,\ b=-2\ (\because a>0)$$

이다. 따라서 $20a+b=40-2=38$이다.

**27. [출제의도] 복소수의 성질을 이용하여 규칙성 문제 해결하기**

$$\begin{aligned}&(i+i^2)+(i^2+i^3)+\cdots+(i^{18}+i^{19})\\ &=(i+i^2+\cdots+i^{18})+(i^2+i^3+\cdots+i^{19})\\ &=(i-1)+(-1-i)=-2\end{aligned}$$

그러므로 $a=-2,\ b=0$이다.

따라서 $4(a+b)^2=16$이다.

[다른 풀이]

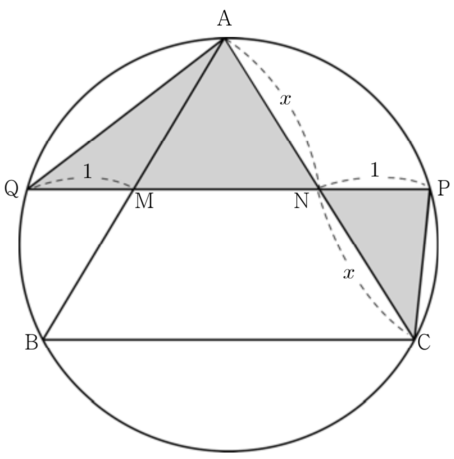
$i+i^{19}=0$이므로

$$\begin{aligned}&i+\{(i+i^2)+(i^2+i^3)+\cdots+(i^{18}+i^{19})\}+i^{19}\\ &=(i+i)+(i^2+i^2)+\cdots+(i^{19}+i^{19})\\ &=2(i+i^2+i^3+\cdots+i^{19})\\ &=2(i+i^2+i^3+\cdots+i^{19}+i^{20}-i^{20})\\ &=2(-i^{20})\\ &=-2\end{aligned}$$

이다. 그러므로 $a=-2,\ b=0$이다.

따라서 $4(a+b)^2=16$이다.

**28. [출제의도] 이차방정식을 이용하여 다항식의 연산 문제 해결하기**




그림과 같이 반직선 NM이 삼각형 ABC의 외접원과 만나는 점을 Q라 하자. 삼각형 AQN과 삼각형 PCN이 닮음이므로

$$1+x\ :\ x\ =\ x\ :\ 1$$

이다. 따라서

$$1+x=x^2$$

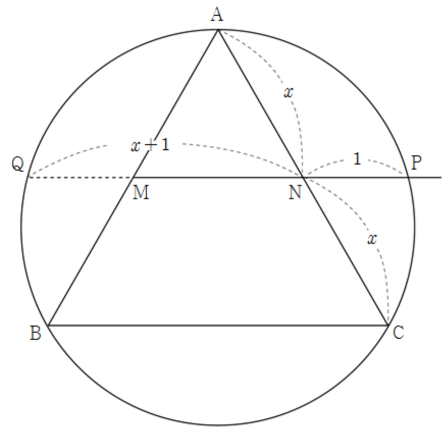
$$x^2-x-1=0$$

이므로 $x-1-\dfrac{1}{x}=0$에서 $x-\dfrac{1}{x}=1$이다.

그러므로 $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=3$이다.

따라서 $10\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)=30$이다.

[다른 풀이]




원의 성질에 의해 $\overline{\mathrm{NA}}\times\overline{\mathrm{NC}}=\overline{\mathrm{NP}}\times\overline{\mathrm{NQ}}$에서

$$x\times x=1\times(x+1)$$

이다. 따라서

$$x^2=x+1$$

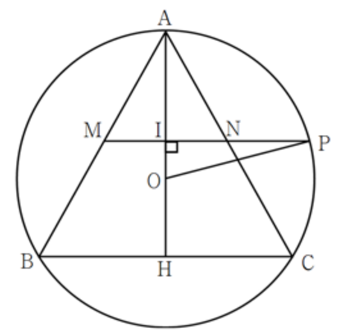
$$x^2-x-1=0$$

이므로 $x-1-\dfrac{1}{x}=0$에서 $x-\dfrac{1}{x}=1$이다.

그러므로 $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=3$이다.

따라서 $10\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)=30$이다.

[다른 풀이]



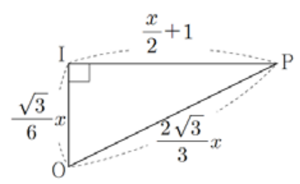

그림과 같이 삼각형 ABC의 외심을 O, 선분 MN의 중점을 I라 하면 $\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{3}\,x$이므로

$$\overline{\mathrm{IO}}=\frac{1}{6}\overline{\mathrm{AH}}=\frac{\sqrt{3}}{6}x$$

$$\overline{\mathrm{IP}}=\overline{\mathrm{IN}}+\overline{\mathrm{NP}}=\frac{x}{2}+1$$

$$\overline{\mathrm{OP}}=\overline{\mathrm{OA}}=\frac{2}{3}\overline{\mathrm{AH}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}x$$

이다.




그림과 같이 삼각형 POI에서 피타고라스의 정리에 의해

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{6}x\right)^2+\left(\frac{x}{2}+1\right)^2=\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}x\right)^2$$

이고 식을 정리하면

$$x^2-x-1=0$$

이므로 $x-1-\dfrac{1}{x}=0$에서 $x-\dfrac{1}{x}=1$이다.

그러므로 $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=3$이다.

따라서 $10\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)=30$이다.

**29. [출제의도] 항등식의 성질을 이용하여 나머지 정리 문제 해결하기**

(나)조건에 의해

$$f(x)=(x-1)^2(ax+b)+(ax+b)\ \cdots ㉠$$

라 둘 수 있다.

$f(1)=2$이므로 $ax+b=a(x-1)+2$이다.

㉠에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned}f(x)&=(x-1)^2\{a(x-1)+2\}+a(x-1)+2\\ &=a(x-1)^3+2(x-1)^2+a(x-1)+2\end{aligned}$$

이다.

그러므로 $f(x)$를 $(x-1)^3$으로 나눈 나머지

$R(x)=2(x-1)^2+a(x-1)+2$이다.

$R(0)=R(3)$이므로

$$2-a+2=8+2a+2$$

$$a=-2$$

이다.

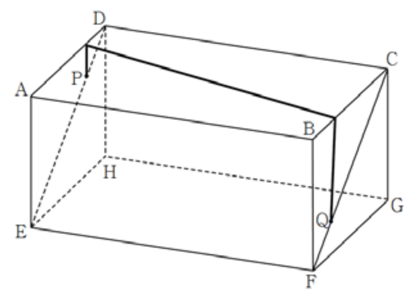
따라서 $R(x)=2(x-1)^2-2(x-1)+2$이므로

$R(5)=26$이다.

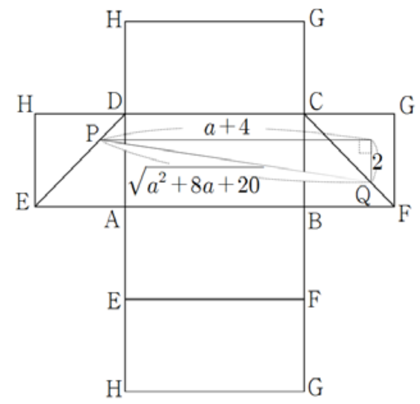
**30. [출제의도] 이차방정식을 이용하여 최단거리 문제 해결하기**

점 P에서 직육면체의 겉면을 따라 점 Q에 도달하는 최단거리를 구하기 위해 고려해야 할 경로는 아래와 같이 두 가지가 있다.

ⅰ) 아래 그림과 같은 경로로 이동하는 경우




그림의 전개도는 아래 [그림1]과 같다.



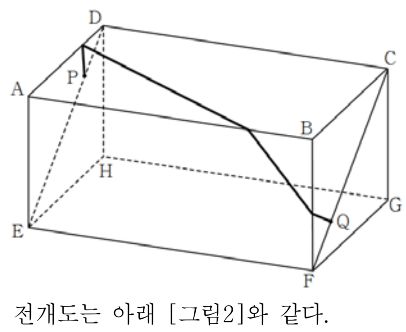

[그림1]

[그림1]에서

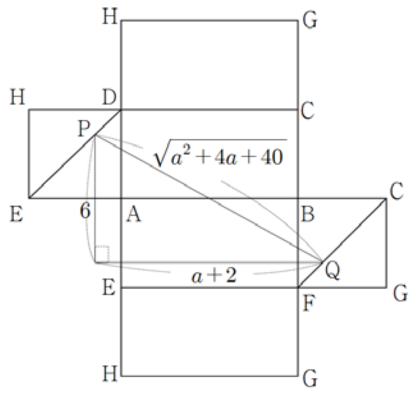
$$\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{(a+4)^2+2^2}=\sqrt{a^2+8a+20}$$

이다.

ⅱ) 아래 그림과 같은 경로로 이동하는 경우




그림의 전개도는 아래 [그림2]와 같다.




[그림2]

[그림2]에서

$$\overline{PQ}=\sqrt{(a+2)^2+6^2}=\sqrt{a^2+4a+40}$$

이다.

$a>5$ 이므로 i), ii) 에 의해

$(a^2+4a+40)-(a^2+8a+20)=-4a+20<0$

이 되어 $\sqrt{a^2+4a+40}$ 이 최단거리이다.

정리하면

$$\sqrt{a^2+4a+40}=2\sqrt{34}$$
$$a^2+4a+40=136$$
$$a^2+4a-96=0$$
$$(a-8)(a+12)=0$$

이므로 $a=8$ 이다.

따라서 $30a=240$ 이다.