

제 2 교시

수학 영역(B형)

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+E$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

3. $\sin \theta = \frac{2}{3}$ 일 때, $\cos 2\theta$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

4. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3 \cos x \, dx$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② $\frac{3}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 6

5. 두 벡터 $\vec{a} = (2, 3)$ 과 $\vec{b} = (1, 1)$ 에 대하여 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 의 값은?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 무리방정식 $x^2 - 3x = \sqrt{x^2 - 3x + 6}$ 의 모든 실근의 곱은? [3점]

- ① -11 ② -9 ③ -7 ④ -5 ⑤ -3

7. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3}, P(A^C \cap B) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(A|B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

수학 영역(B형)

3

8. 일차변환 f 에 의하여 두 점 $A(1, 0)$, $B(0, 1)$ 이 각각 두 점 $A'(1, 3)$, $B'(2, 0)$ 으로 옮겨진다. 일차변환 f 에 의하여 점 $C(2, 5)$ 가 점 $C'(a, b)$ 로 옮겨질 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n} - \frac{2n}{n+3} \right) = 5$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5a_n - 2n}{a_n + 2n + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 어떤 약물을 사람의 정맥에 일정한 속도로 주입하기 시작한 지 t 분 후 정맥에서의 약물 농도가 C (ng/mL)일 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$\log(10 - C) = 1 - kt$$

(단, $C < 10$ 이고, k 는 양의 상수이다.)

이 약물을 사람의 정맥에 일정한 속도로 주입하기 시작한 지 30분 후 정맥에서의 약물 농도는 2 ng/mL이고, 주입하기 시작한 지 60분 후 정맥에서의 약물 농도가 a (ng/mL)일 때, a 의 값은? [3점]

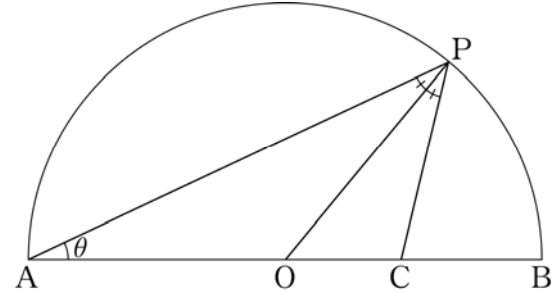
- ① 3 ② 3.2 ③ 3.4 ④ 3.6 ⑤ 3.8

11. 어느 지역의 전체 고등학생 중 수학 영역에서 B형을 선택하는 학생의 비율을 알아보기 위해 이 지역의 고등학생 n 명을 임의추출하여 조사한 결과 20%가 수학 영역에서 B형을 선택한다고 답하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 지역의 전체 고등학생 중 수학 영역에서 B형을 선택하는 학생의 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $[0.144, 0.256]$ 이다. n 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 196 ② 216 ③ 236
 ④ 256 ⑤ 276

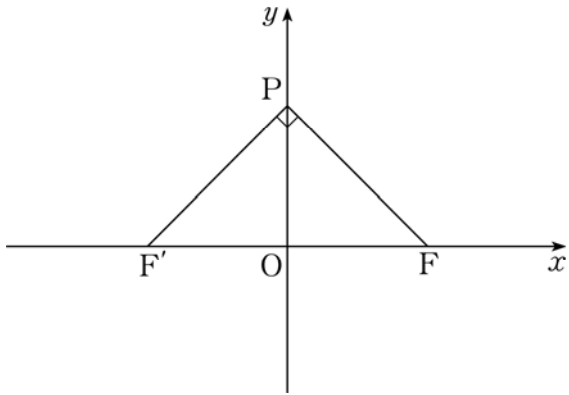
12. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 P에 대하여 $\angle PAB = \theta$ 라 하자. 선분 OB 위의 점 C가 $\angle APO = \angle OPC$ 를 만족시킬 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \overline{OC}$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이고, 점 O는 선분 AB의 중점이다.) [3점]



- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

[13~14] 그림과 같이 좌표평면에 x 축 위의 두 점 F, F' 과 점 $P(0, n)$ ($n > 0$)이 있다. 삼각형 $PF'F$ 가 $\angle FPF' = \frac{\pi}{2}$ 인 직각이등변삼각형일 때, 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13 n 이 자연수일 때 삼각형 $PF'F$ 의 세 변 위에 있는 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 a_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^5 a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

14 두 점 F, F' 을 초점으로 하고 점 P 를 지나는 타원과 직선 PF' 이 만나는 점 중 점 P 가 아닌 점을 Q 라 하자. 삼각형 FPQ 의 둘레의 길이가 $12\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 FPQ 의 넓이는? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=1$, $a_2=0$ 이고,

$$(n+1)(n+2)a_{n+2} - n^2a_n = 0 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

$n=2m-1$ (m 은 자연수)일 때,
주어진 식을 정리하면

$$\frac{a_{n+2}}{a_n} = \frac{n^2}{(n+1)(n+2)}$$

이므로

$$\frac{a_3}{a_1} = \frac{1^2}{2 \times 3}$$

$$\frac{a_5}{a_3} = \frac{3^2}{4 \times 5}$$

⋮

$$\frac{a_{2m+1}}{a_{2m-1}} = \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 좌변과 우변을 각각 곱하여 정리하면

$$a_{2m+1} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2m-1)}{2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 2m} \times \boxed{\text{(나)}}$$

$$= \frac{{}^{2m}C_m}{4^m} \times \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때,
 $f(5) \times g(4)$ 의 값은? [4점]

① $\frac{7}{110}$

② $\frac{4}{55}$

③ $\frac{9}{110}$

④ $\frac{1}{11}$

⑤ $\frac{1}{10}$

16. 영행렬이 아닌 두 이차정사각행렬 A , B 가

$$A+B=2E, \quad B^2+2AB+5A=4E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른
것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

— < 보 기 > —

ㄱ. $AB=BA$

ㄴ. B 의 역행렬이 존재한다.

ㄷ. $BA^2+AB^2=-12E$

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

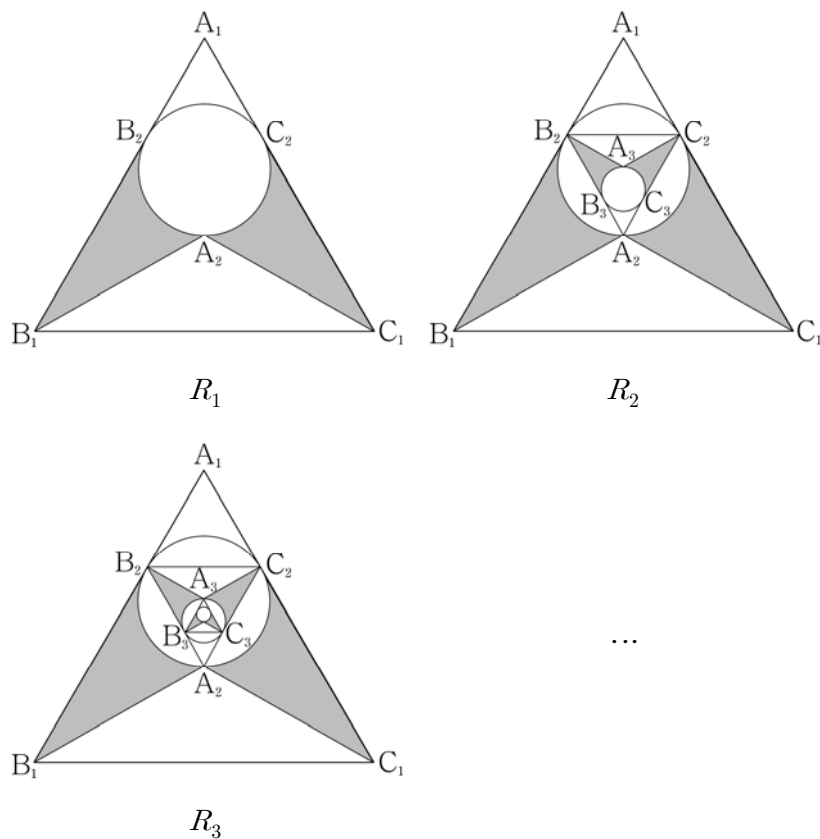
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수학 영역(B형)

7

17. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 무게중심을 A_2 , 점 A_2 를 지나고 두 변 A_1B_1 , A_1C_1 의 접점을 각각 B_2 , C_2 라 하자. 호 A_2B_2 , 선분 B_2B_1 , 선분 B_1A_2 와 호 A_2C_2 , 선분 C_2C_1 , 선분 C_1A_2 로 둘러싸인 부분인 \triangle 모양의 도형을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 무게중심을 A_3 , 점 A_3 을 지나고 두 변 A_2B_2 , A_2C_2 의 접점을 각각 B_3 , C_3 이라 하자. 그림 R_1 에 호 A_3B_3 , 선분 B_3B_2 , 선분 B_2A_3 과 호 A_3C_3 , 선분 C_3C_2 , 선분 C_2A_3 으로 둘러싸인 부분인 \triangle 모양의 도형을 색칠하고 추가하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 그림 R_2 에서 삼각형 $A_3B_3C_3$ 의 무게중심을 A_4 , 점 A_4 를 지나고 두 변 A_3B_3 , A_3C_3 의 접점을 각각 B_4 , C_4 라 하자. 그림 R_2 에 호 A_4B_4 , 선분 B_4B_3 , 선분 B_3A_4 와 호 A_4C_4 , 선분 C_4C_3 , 선분 C_3A_4 로 둘러싸인 부분인 \triangle 모양의 도형을 색칠하고 추가하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림을 R_n , 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점]



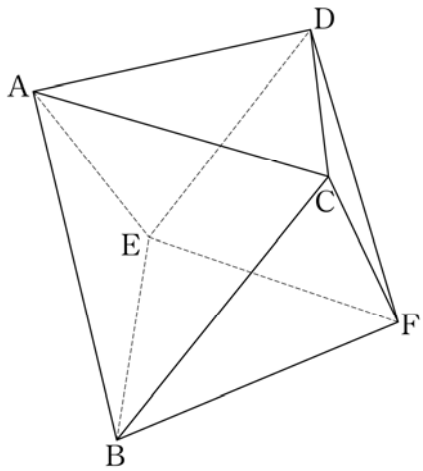
- ① $\frac{1}{16}(21\sqrt{3}-4\pi)$
- ② $\frac{1}{16}(7\sqrt{3}-2\pi)$
- ③ $\frac{1}{8}(21\sqrt{3}-4\pi)$
- ④ $\frac{1}{8}(7\sqrt{3}-2\pi)$
- ⑤ $\frac{1}{8}(21\sqrt{3}-2\pi)$

18. 다음 조건을 만족시키는 네 자리 자연수의 개수는? [4점]

- (가) 각 자리의 수의 합은 14이다.
- (나) 각 자리의 수는 모두 홀수이다.

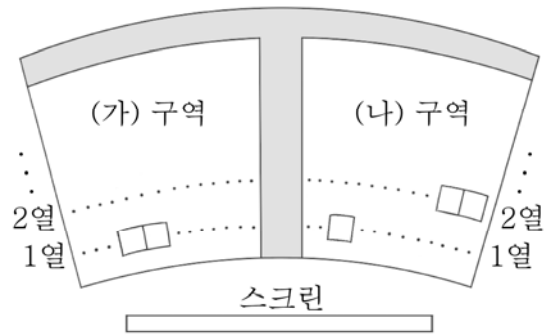
- ① 51
- ② 52
- ③ 53
- ④ 54
- ⑤ 55

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정팔면체 ABCDEF가 있다. 두 삼각형 ABC, CBF의 평면 BEF 위로의 정사영의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 할 때, $S_1 + S_2$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- ② $\sqrt{3}$
- ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
- ④ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$
- ⑤ $2\sqrt{3}$

20. 5명의 학생 A, B, C, D, E가 같은 영화를 보기 위해 함께 상영관에 갔다. 상영관에는 그림과 같이 총 5개의 좌석만 남아 있었다. (가) 구역에는 1열에 2개의 좌석이 남아 있었고, (나) 구역에는 1열에 1개와 2열에 2개의 좌석이 남아 있었다. 5명의 학생 모두가 남아 있는 5개의 좌석을 임의로 배정받기로 하였다. 학생 A와 B가 서로 다른 구역의 좌석을 배정받았을 때, 학생 C와 D가 같은 구역에 있는 같은 열의 좌석을 배정받을 확률은? [4점]



- ① $\frac{1}{18}$
- ② $\frac{1}{12}$
- ③ $\frac{1}{9}$
- ④ $\frac{5}{36}$
- ⑤ $\frac{1}{6}$

21. 함수 $f(x) = \sin \pi x$ 와 이차함수 $g(x) = x(x+1)$ 에 대하여
실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \int_{g(x)}^{g(x+1)} f(t) dt$$

라 할 때, 닫힌 구간 $[-1, 1]$ 에서 방정식 $h(x) = 0$ 의 서로 다른
실근의 개수는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

단답형

22. $9^{\frac{1}{2}} \times \log_2 8$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 7e^{x^2-1}$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 분수부등식

$$\frac{1}{x-10} \leq \frac{1}{x+2}$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하시오. [3점]

25. 좌표평면에서 포물선 $y^2 = 16x$ 에 접하는 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인

직선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하시오.

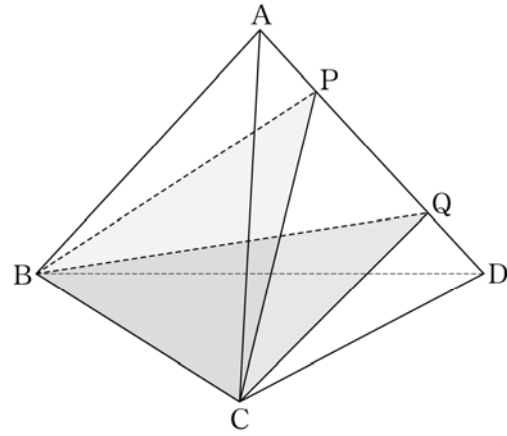
[3점]

26. 한 모서리의 길이가 4인 정사면체 ABCD에서 선분 AD를 1:3으로 내분하는 점을 P, 3:1로 내분하는 점을 Q라 하자.

두 평면 PBC와 QBC가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때,

$\cos \theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인

자연수이다.) [4점]



27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1) = 2$

(나) $\int_0^1 (x-1)f'(x+1)dx = -4$

$\int_1^2 f(x)dx$ 의 값을 구하시오. (단, $f'(x)$ 는 연속함수이다.)

[4점]

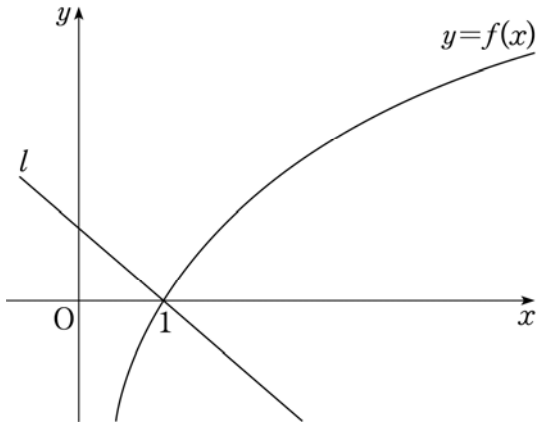
28. 주머니 속에 1의 숫자가 적혀 있는 공 1개, 3의 숫자가 적혀 있는 공 n 개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 2번 반복하여 얻은 두 수의 평균을 \bar{X} 라 하자.

$P(\bar{X}=1) = \frac{1}{49}$ 일 때, $E(\bar{X}) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 좌표평면에 함수 $f(x) = \sqrt{3} \ln x$ 의 그래프와

직선 $l: y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이 있다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 서로 다른 두 점 $A(\alpha, f(\alpha)), B(\beta, f(\beta))$ 에서의 접선을 각각 m, n 이라 하자. 세 직선 l, m, n 으로 둘러싸인 삼각형이 정삼각형일 때, $6(\alpha+\beta)$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 좌표공간에서 구 $S: x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4$ 와

평면 $x-y+z-6=0$ 이 만나서 생기는 원을 C 라 하자. 구 S 위의 점 $A(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 3)$ 과 원 C 위를 움직이는 점 B 에 대하여 두 벡터 \vec{OA}, \vec{OB} 의 내적 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ 의 최댓값과 최솟값의 곱을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]

※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.