

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $\sqrt{2} \times 8^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

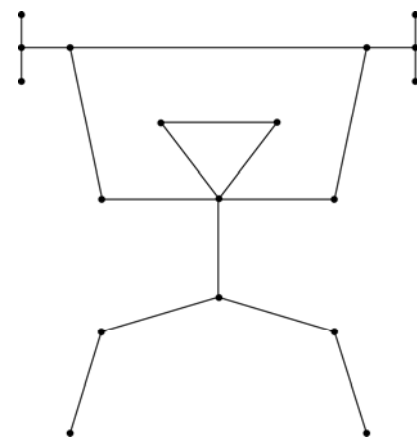
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 AB 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 1}{3^n + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬에서 행의 모든 성분의 합이 3인 행의 개수는? [3점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2^3 = 8$, $a_3 = 4$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $4\sqrt{2}$ ③ 8 ④ $8\sqrt{2}$ ⑤ 16

7. 함수 $f(x) = x^2 + ax$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{2h} = 6$ 일 때,

상수 a 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

6. 공사건이 아닌 두 사건 A , B 가 서로 독립이고

$P(A|B) = \frac{1}{3}$ 일 때, $P(A^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

수학 영역(A형)

3

8. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	계
$P(X=x)$	k	$2k$	$3k$	1

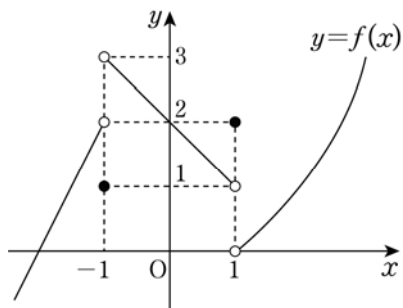
$E(6X+1)$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

10. 곡선 $y=x^3-2x^2+k$ 와 직선 $y=k$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

9. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 어느 회사에서 생산된 야구공의 무게는 평균이 144.9g, 표준편차가 6g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산된 야구공 중 임의로 선택한 야구공 9개 무게의 표본평균이 141.7g 이상 148.9g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

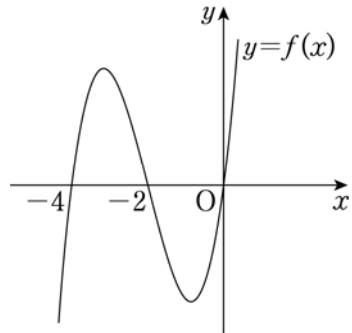
z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.6	0.4452
1.7	0.4554
1.8	0.4641
1.9	0.4713
2.0	0.4772

- ① 0.9165 ② 0.9224 ③ 0.9267
 ④ 0.9282 ⑤ 0.9413

12. 원 $x^2 + y^2 = t^2$ 과 직선 $y=1$ 이 만나는 점의 개수를 $f(t)$ 라 하자. 함수 $(x+k)f(x)$ 가 구간 $(0, \infty)$ 에서 연속일 때, $f(1)+k$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

[13~14] 함수 $f(x) = x(x+2)(x+4)$ 에 대하여 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13 x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} f(k)+1 & k \\ k^2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은? [3점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② -1 ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{5}{3}$ ⑤ -2

14 함수 $g(x) = \int_2^x f(t) dt$ 는 $x = \alpha$ 에서 극댓값을 갖는다. $g(\alpha)$ 의 값은? [4점]

- ① -28 ② -29 ③ -30 ④ -31 ⑤ -32

15. 어떤 약물을 사람의 정맥에 일정한 속도로 주입하기 시작한 지 t 분 후 정맥에서의 약물 농도가 C (ng/mL)일 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$\log(10 - C) = 1 - kt$$

(단, $C < 10$ 이고, k 는 양의 상수이다.)

이 약물을 사람의 정맥에 일정한 속도로 주입하기 시작한 지 30분 후 정맥에서의 약물 농도는 2 ng/mL이고, 주입하기 시작한 지 60분 후 정맥에서의 약물 농도가 a (ng/mL)일 때, a 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 3.2 ③ 3.4 ④ 3.6 ⑤ 3.8

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$, $a_2 = 0$ 이고,

$$(n+1)(n+2)a_{n+2} - n^2a_n = 0 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

$n = 2m - 1$ (m 은 자연수)일 때,
주어진 식을 정리하면

$$\frac{a_{n+2}}{a_n} = \frac{n^2}{(n+1)(n+2)}$$

이므로

$$\frac{a_3}{a_1} = \frac{1^2}{2 \times 3}$$

$$\frac{a_5}{a_3} = \frac{3^2}{4 \times 5}$$

⋮

$$\frac{a_{2m+1}}{a_{2m-1}} = \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 좌변과 우변을 각각 곱하여 정리하면

$$a_{2m+1} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times (2m-1)}{2 \times 4 \times 6 \times \cdots \times 2m} \times \boxed{\text{(나)}}$$

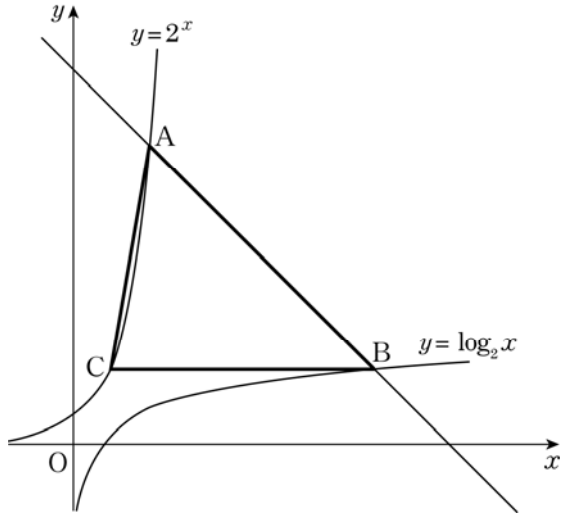
$$= \frac{2^m C_m}{4^m} \times \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때, $f(5) \times g(4)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{110}$ ② $\frac{4}{55}$ ③ $\frac{9}{110}$
④ $\frac{1}{11}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

17. 그림과 같이 기울기가 -1 인 직선이 두 곡선 $y=2^x$, $y=\log_2 x$ 와 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 점 B를 지나고 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 C라 하자. 선분 AB의 길이가 $12\sqrt{2}$, 삼각형 ABC의 넓이가 84이다. 점 A의 x 좌표를 a 라 할 때, $a - \log_2 a$ 의 값은? [4점]



- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$n = 2^p \times q \quad (p \text{는 음이 아닌 정수, } q \text{는 홀수})$$

일 때, $a_n = p$ 이다. 예를 들어, $20 = 2^2 \times 5$ 이므로 $a_{20} = 2$ 이다. $a_m = 1$ 일 때,

$$a_m + a_{2m} + a_{3m} + a_{4m} + a_{5m} + a_{6m} + a_{7m} + a_{8m} + a_{9m} + a_{10m}$$

의 값은? [4점]

- ① 15
- ② 16
- ③ 17
- ④ 18
- ⑤ 19

19. 영행렬이 아닌 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A+B=2E, B^2+2AB+5A=4E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $AB=BA$

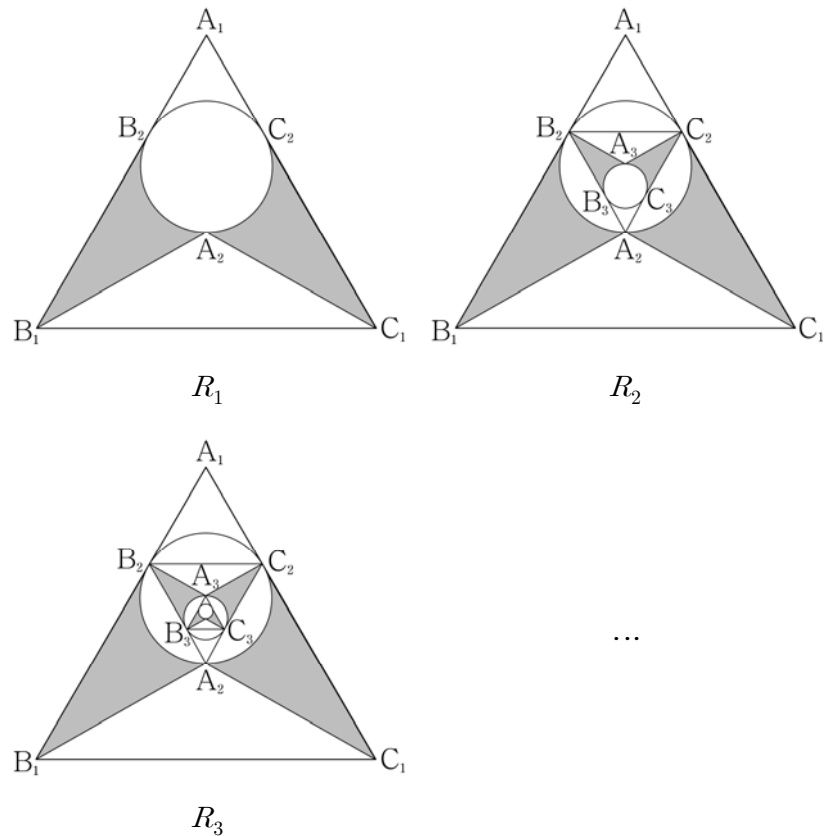
ㄴ. B 의 역행렬이 존재한다.

ㄷ. $BA^2+AB^2=-12E$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 무게중심을 A_2 , 점 A_2 를 지나는 원과 두 변 A_1B_1, A_1C_1 의 접점을 각각 B_2, C_2 라 하자. 호 A_2B_2 , 선분 B_2B_1 , 선분 B_1A_2 와 호 A_2C_2 , 선분 C_2C_1 , 선분 C_1A_2 로 둘러싸인 부분인 \curvearrowright 모양의 도형을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 무게중심을 A_3 , 점 A_3 을 지나는 원과 두 변 A_2B_2, A_2C_2 의 접점을 각각 B_3, C_3 이라 하자. 그림 R_1 에 호 A_3B_3 , 선분 B_3B_2 , 선분 B_2A_3 과 호 A_3C_3 , 선분 C_3C_2 , 선분 C_2A_3 으로 둘러싸인 부분인 \curvearrowright 모양의 도형을 색칠하고 추가하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 그림 R_2 에서 삼각형 $A_3B_3C_3$ 의 무게중심을 A_4 , 점 A_4 를 지나는 원과 두 변 A_3B_3, A_3C_3 의 접점을 각각 B_4, C_4 라 하자. 그림 R_2 에 호 A_4B_4 , 선분 B_4B_3 , 선분 B_3A_4 와 호 A_4C_4 , 선분 C_4C_3 , 선분 C_3A_4 로 둘러싸인 부분인 \curvearrowright 모양의 도형을 색칠하고 추가하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림을 R_n , 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점]



- ① $\frac{1}{16}(21\sqrt{3}-4\pi)$ ② $\frac{1}{16}(7\sqrt{3}-2\pi)$
 ③ $\frac{1}{8}(21\sqrt{3}-4\pi)$ ④ $\frac{1}{8}(7\sqrt{3}-2\pi)$
 ⑤ $\frac{1}{8}(21\sqrt{3}-2\pi)$

21. 좌표평면 위의 점 $P_n (n=1, 2, 3, \dots)$ 은 다음 규칙을 만족시킨다.

- (가) 점 P_1 의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
- (나) $\overline{P_n P_{n+1}} = 1$
- (다) 점 P_{n+2} 는 점 P_{n+1} 을 지나고 직선 $P_n P_{n+1}$ 에 수직인 직선 위의 점 중 $\overline{P_1 P_{n+2}}$ 가 최대인 점이다.

수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 0, a_2 = 1$ 이고,

$$a_n = \overline{P_1 P_n} \quad (n=3, 4, 5, \dots)$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+1} - a_n)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+7)^2(x-1)}{x-1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\int_0^{10} (x+1)^2 dx - \int_0^{10} (x-1)^2 dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 서로 구별되지 않는 공 10 개를 A, B, C 3 명에게 남김없이 나누어 주려고 한다. A가 공을 3개만 받도록 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 1개의 공도 받지 못하는 사람이 있을 수 있다.) [3점]

25. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 + a_4 = 54$, $a_{12} + a_{14} = 254$ 일 때, a_{14} 의 값을 구하시오. [3점]

26. 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따르고 $E(3X) = 18$, $E(3X^2) = 120$ 일 때, n 의 값을 구하시오. [4점]

27. 함수 $f(x) = x^4 - 16x^2$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 값의 제곱의 합을 구하시오. [4점]

- (가) 구간 $(k, k+1)$ 에서 $f'(x) < 0$ 이다.
- (나) $f'(k)f'(k+2) < 0$

28. 좌표평면 위의 점 P가 다음 규칙에 따라 이동한다.

- (가) 원점에서 출발한다.
- (나) 동전을 1개 던져서 앞면이 나오면 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한다.
- (다) 동전을 1개 던져서 뒷면이 나오면 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한다.

1개의 동전을 6번 던져서 점 P가 (a, b) 로 이동하였다.

$a+b$ 가 3의 배수가 될 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 정수 a 의 최댓값을 M 이라 할 때, M^2 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 점 $(-4, a)$ 를 지나고 곡선 $y = f(x)$ 에 접하는 직선이 세 개 있다.
 (나) 세 접선의 기울기의 곱은 음수이다.

30. 양의 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 a 와 n 에 대하여 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

- (가) $f(a) = f(a^{2^n})$
 (나) $(n+1)\log a = 3n^2 - 4n + 4$

- ※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.