

제 2 교시

수학 영역(B형)

짝수형

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+B$ 의 모든 성분의 합이 9일 때, a 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{\sin 3x}$ 의 값은? [2점]
- ① $\frac{7}{3}$ ② 2 ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 1

3. 좌표공간에서 세 점 $A(a, 0, 5)$, $B(1, b, -3)$, $C(1, 1, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심의 좌표가 $(2, 2, 1)$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [2점]
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. $\int_0^e \frac{5}{x+e} dx$ 의 값은? [3점]
- ① $\ln 2$ ② $2\ln 2$ ③ $3\ln 2$ ④ $4\ln 2$ ⑤ $5\ln 2$

5. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A^C) = \frac{1}{4}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(B|A^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

6. 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일차변환에 의하여

점 $P(2, -1)$ 이 점 Q 로 옮겨질 때, 직선 PQ 의 기울기는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 곡선 $y = 3e^{x-1}$ 위의 점 A 에서의 접선이 원점 O 를 지날 때, 선분 OA 의 길이는? [3점]

- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

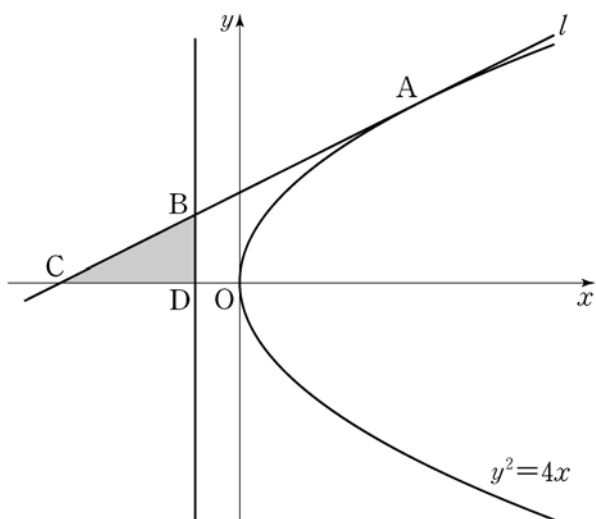
8. 한 개의 동전을 5번 던질 때, 앞면이 나오는 횟수와 뒷면이 나오는 횟수의 곱이 6일 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

9. 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 점 $A(4, 4)$ 에서의 접선을 l 이라 하자.

직선 l 과 포물선의 준선이 만나는 점을 B, 직선 l 과 x 축이 만나는 점을 C, 포물선의 준선과 x 축이 만나는 점을 D라 하자. 삼각형 BCD의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$



10. 어느 금융상품에 초기자산 W_0 을 투자하고 t 년이 지난 시점에서의 기대자산 W 가 다음과 같이 주어진다고 한다.

$$W = \frac{W_0}{2} 10^{at} (1 + 10^{at})$$

(단, $W_0 > 0$, $t \geq 0$ 이고, a 는 상수이다.)

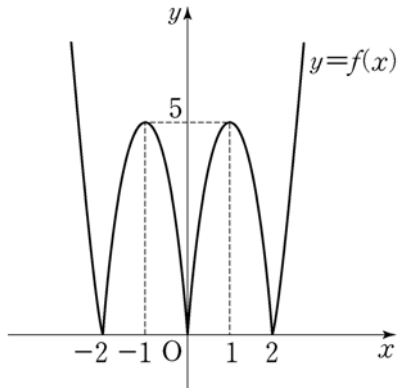
이 금융상품에 초기자산 w_0 을 투자하고 15년이 지난 시점에서의 기대자산은 초기자산의 3배이다. 이 금융상품에 초기자산 w_0 을 투자하고 30년이 지난 시점에서의 기대자산이 초기자산의 k 배일 때, 실수 k 의 값은? (단, $w_0 > 0$) [3점]

- ① 13 ② 12 ③ 11 ④ 10 ⑤ 9

[11~12] 함수

$$f(x) = \begin{cases} |5x(x+2)| & (x < 0) \\ |5x(x-2)| & (x \geq 0) \end{cases}$$

의 그래프가 그림과 같다. 11번과 12번의 두 물음에 답하시오.



11. 닫힌 구간 $[0, 1]$ 에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 직선 $x=1$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는? [3점]

- ① $\frac{65}{6}\pi$ ② $\frac{35}{3}\pi$ ③ $\frac{25}{2}\pi$ ④ $\frac{40}{3}\pi$ ⑤ $\frac{85}{6}\pi$

12. 무리방정식 $\sqrt{4-f(x)} = 1-x$ 의 서로 다른 실근의 개수는? [3점]

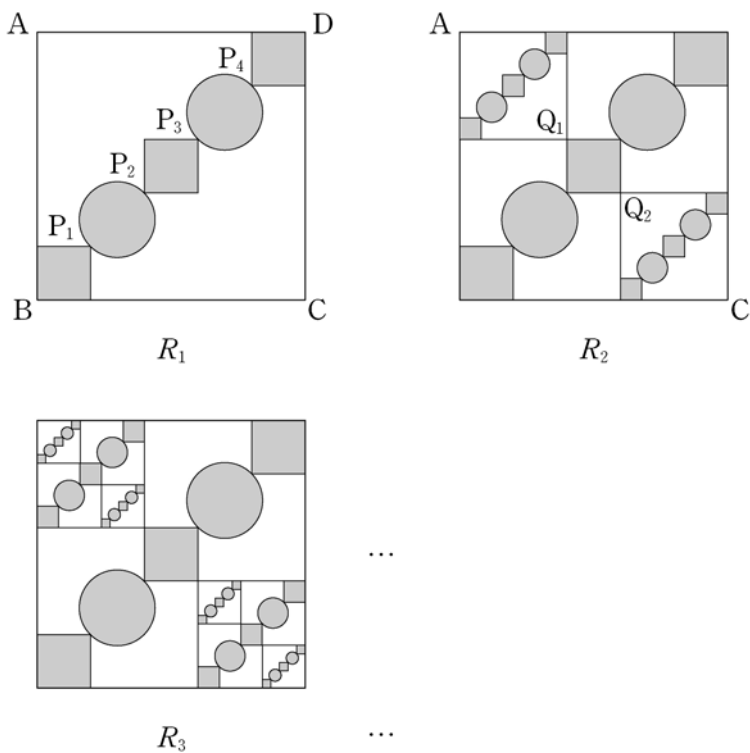
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 그림과 같이 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD의 대각선 BD의 5등분점을 점 B에서 가까운 순서대로 각각 P_1, P_2, P_3, P_4 라 하고, 선분 BP_1, P_2P_3, P_4D 를 각각 대각선으로 하는 정사각형과 선분 P_1P_2, P_3P_4 를 각각 지름으로 하는 원을 그린 후, π 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 P_2P_3 을 대각선으로 하는 정사각형의 꼭짓점 중 점 A와 가장 가까운 점을 Q_1 , 점 C와 가장 가까운 점을 Q_2 라 하자. 선분 AQ_1 을 대각선으로 하는 정사각형과 선분 CQ_2 를 대각선으로 하는 정사각형을 그리고, 새로 그려진 2개의 정사각형 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 π 모양의 도형을 각각 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 선분 AQ_1 을 대각선으로 하는 정사각형과 선분 CQ_2 를 대각선으로 하는 정사각형에 그림 R_1 에서 그림 R_2 를 얻는 것과 같은 방법으로 π 모양의 도형을 각각 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{24}{17}(\pi+3)$ ② $\frac{25}{17}(\pi+3)$ ③ $\frac{26}{17}(\pi+3)$
- ④ $\frac{24}{17}(2\pi+1)$ ⑤ $\frac{25}{17}(2\pi+1)$

14. 세 정수 a, b, c 에 대하여

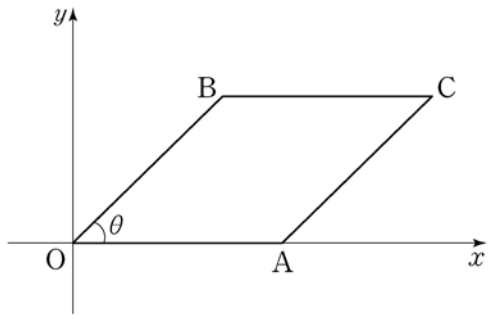
$$1 \leq |a| \leq |b| \leq |c| \leq 5$$

를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [4점]

- ① 200 ② 240 ③ 280 ④ 320 ⑤ 360

15. 좌표평면에서 점 A의 좌표는 (1, 0)이고, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 점 B의 좌표는 $(\cos\theta, \sin\theta)$ 이다. 사각형 OACB가 평행사변형이 되도록 하는 제1사분면 위의 점 C에 대하여 사각형 OACB의 넓이를 $f(\theta)$, 선분 OC의 길이의 제곱을 $g(\theta)$ 라 하자. $f(\theta)+g(\theta)$ 의 최댓값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① $2 + \sqrt{5}$ ② $2 + \sqrt{6}$ ③ $2 + \sqrt{7}$
- ④ $2 + 2\sqrt{2}$ ⑤ 5



16. 두 이차정사각행렬 A, B가

$$A+B=(BA)^2, \quad ABA=B+E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A=B^2$
 ㄴ. $B^{-1}=A^2+E$
 ㄷ. $A^5-B^5=A+B$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = a_2 = 1$ 이고,

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k \text{라 할 때,}$$

$$a_{n+1} = \frac{S_n^2}{S_{n-1}} + (2n-1)S_n \quad (n \geq 2)$$

를 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$ 이므로 주어진 식으로부터

$$S_{n+1} = \frac{S_n^2}{S_{n-1}} + 2nS_n \quad (n \geq 2)$$

이다. 양변을 S_n 으로 나누면

$$\frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{S_n}{S_{n-1}} + 2n$$

이다. $b_n = \frac{S_{n+1}}{S_n}$ 이라 하면 $b_1 = 2$ 이고

$$b_n = b_{n-1} + 2n \quad (n \geq 2)$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \boxed{\text{(가)}} \times (n+1) \quad (n \geq 1)$$

이므로

$$S_n = \boxed{\text{(가)}} \times \{(n-1)!\}^2 \quad (n \geq 1)$$

이다. 따라서 $a_1 = 1$ 이고, $n \geq 2$ 일 때

$$a_n = S_n - S_{n-1} = \boxed{\text{(나)}} \times \{(n-2)!\}^2$$

이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(10) + g(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 110 ② 125 ③ 140 ④ 155 ⑤ 170

18. 정규분포 $N(50, 8^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 16인

표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} , 정규분포

$N(75, \sigma^2)$ 을 따르는 모집단에서

크기가 25인 표본을 임의추출하여

구한 표본평균을 \bar{Y} 라 하자.

$P(\bar{X} \leq 53) + P(\bar{Y} \leq 69) = 1$ 일 때,

$P(\bar{Y} \geq 71)$ 의 값을 오른쪽

표준정규분포표를 이용하여 구한

것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.2	0.3849
1.4	0.4192
1.6	0.4452

- ① 0.8413 ② 0.8644 ③ 0.8849
 ④ 0.9192 ⑤ 0.9452

19. 좌표공간에 점 $A(2, 2, 1)$ 과 평면 $\alpha: x+2y+2z-14=0$ 이 있다. 평면 α 위의 점 P 가 $\overline{AP} \leq 3$ 을 만족시킬 때, 점 P 가 나타내는 도형의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{10}{3}\pi$ ② $\frac{11}{3}\pi$ ③ 4π ④ $\frac{13}{3}\pi$ ⑤ $\frac{14}{3}\pi$

20. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표를 $f(x)$ 라 하자.

$$f(n+10) = f(n) + 1$$

- 을 만족시키는 100 이하의 자연수 n 의 개수는? [4점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

21. $0 < t < 41$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = x^3 + 2x^2 - 15x + 5$ 와 직선 $y = t$ 가 만나는 세 점 중에서 x 좌표가 가장 큰 점의 좌표를 $(f(t), t)$, x 좌표가 가장 작은 점의 좌표를 $(g(t), t)$ 라 하자. $h(t) = t \times \{f(t) - g(t)\}$ 라 할 때, $h'(5)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{79}{12}$ ② $\frac{85}{12}$ ③ $\frac{91}{12}$ ④ $\frac{97}{12}$ ⑤ $\frac{103}{12}$

단답형

22. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$2(a_2 + a_3) = a_9$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 4 \sin 7x$ 에 대하여 $f'(2\pi)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 닫힌 구간 $[0, 1]$ 의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가

$$f(x) = kx(1-x^3) \quad (0 \leq x \leq 1)$$

일 때, $24k$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [3점]

25. 첫째항이 1이고 공비가 r ($r > 1$)인 등비수열 $\{a_n\}$ 에

대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{S_n} = \frac{3}{4}$ 이다. r 의 값을

구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ 인 타원

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

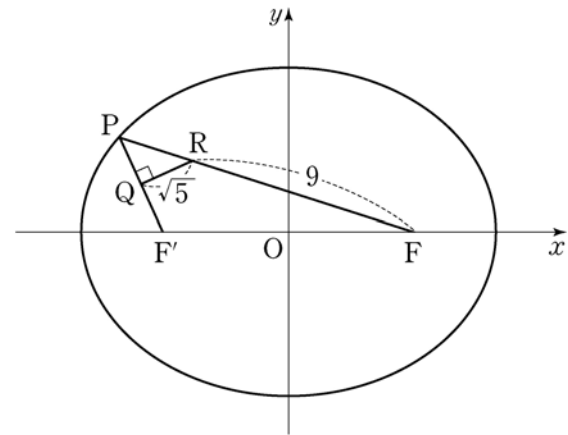
이 있다. 타원 위에 있고 제2사분면에 있는

점 P 에 대하여 선분 PF' 의 중점을 Q , 선분 PF 를 1:3으로

내분하는 점을 R 라 하자. $\angle PQR = \frac{\pi}{2}, \overline{QR} = \sqrt{5}, \overline{RF} = 9$

일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 양수이다.)

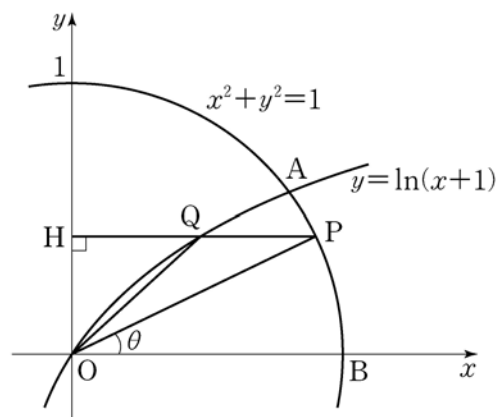
[4점]



27. 좌표공간에 서로 수직인 두 평면 α 와 β 가 있다.
 평면 α 위의 두 점 A, B에 대하여 $\overline{AB} = 3\sqrt{5}$ 이고 직선 AB는 평면 β 에 평행하다. 점 A와 평면 β 사이의 거리가 2이고, 평면 β 위의 점 P와 평면 α 사이의 거리는 4일 때, 삼각형 PAB의 넓이를 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 곡선 $y = \ln(x+1)$ 이 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 점 B(1, 0)에 대하여 호 AB 위의 점 P에서 y축에 내린 수선의 발을 H, 선분 PH와 곡선 $y = \ln(x+1)$ 이 만나는 점을 Q라 하자. $\angle POB = \theta$ 라 할 때, 삼각형 OPQ의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 HQ의 길이를 $L(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{L(\theta)} = k$ 일 때, $60k$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, O는 원점이다.)

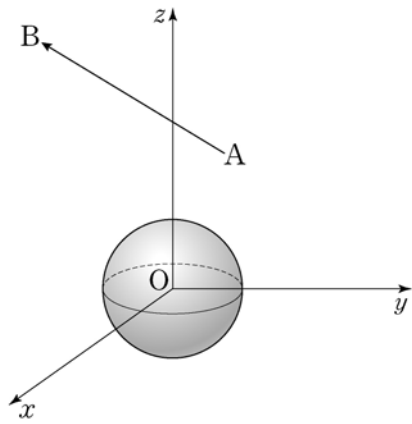
[4점]



29. 좌표공간의 두 점 $A(2, \sqrt{2}, \sqrt{3}), B(1, -\sqrt{2}, 2\sqrt{3})$ 에 대하여 점 P 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $|\overrightarrow{AP}|=1$
- (나) \overrightarrow{AP} 와 \overrightarrow{AB} 가 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{6}$ 이다.

중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 구 위의 점 Q 에 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값이 $a+b\sqrt{33}$ 이다. $16(a^2+b^2)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $x \leq b$ 일 때, $f(x) = a(x-b)^2 + c$ 이다. (단, a, b, c 는 상수이다.)
- (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = \int_0^x \sqrt{4-2f(t)} dt$ 이다.

$\int_0^6 f(x) dx = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.