

수학 영역(가형)

제 2 교시

1

1. 지수방정식 $2^{2x+1} = 32$ 를 만족시키는 x 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \times 3^n}{3^n + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

3. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(1) = 2$ 일 때,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

4. 중심각의 크기가 2(라디안)이고 넓이가 36인 부채꼴의 호의 길이는? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

2

수학 영역(가형)

5. $2 \leq x \leq 8$ 에서 정의된 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}} 4x$ 의 최댓값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

6. 함수 $f(x) = (x + \pi) \sin x$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\pi$ ② $-\frac{\pi}{2}$ ③ 0
④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ π

7. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 + 2x} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x + 1} = 3$$

을 만족시킨다. $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 8 ③ 11
④ 14 ⑤ 17

8. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = x^3 + ax^2 + 1$$

을 만족시킬 때, $f(-1)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11
 ④ 13 ⑤ 15

9. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $2\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0$ 의 모든 실근의 합은? [3점]

- ① π ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ 2π
 ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 3π

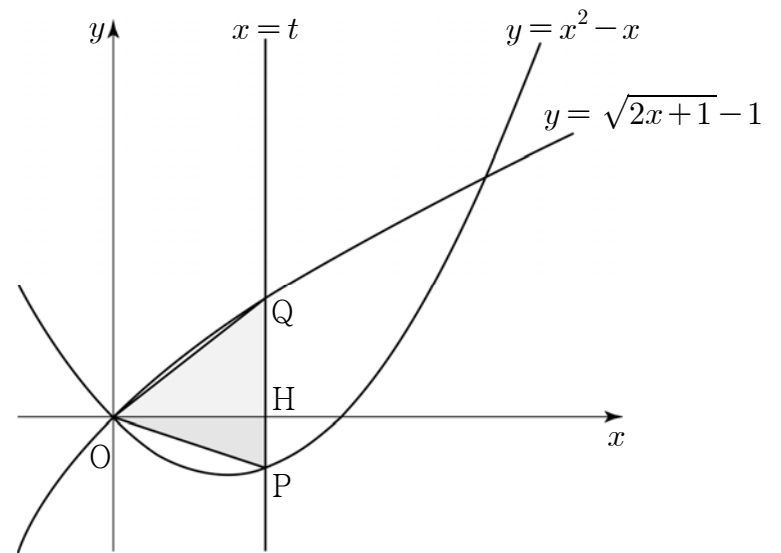
10. 그림과 같이 두 곡선 $y = x^2 - x$, $y = \sqrt{2x+1} - 1$ 이

직선 $x = t$ ($0 < t < 1$)와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고,

직선 $x = t$ 가 x 축과 만나는 점을 H라 하자.

원점 O에 대하여 두 삼각형 OPH, OHQ의 넓이를 각각

$A(t)$, $B(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{B(t)}{A(t)}$ 의 값은? [3점]



- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$
 ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2

11. 두 집합

$$A = \{x \mid \log_4(\log_2 x) \leq 1\}, B = \{x \mid x^2 - 5ax + 4a^2 < 0\}$$

에 대하여 $A \cap B = B$ 를 만족시키는 자연수 a 의 개수는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

12. 점토 A의 압축지수 C_c 는 어느 압밀시험 장치에서 일정하고 다음과 같이 계산된다고 한다.

$$C_c = \frac{e_1 - e_2}{\log p_2 - \log p_1}$$

(단, 하중강도가 p_1 (kg/cm²)과 p_2 (kg/cm²)일 때의 간극비는 각각 e_1, e_2 이다.)

이 압밀시험 장치에서 점토 A의 하중강도가 3.2 kg/cm²와

6.4 kg/cm²일 때의 간극비는 각각 0.5, 0.3이었고,

하중강도가 x kg/cm²일 때 간극비가 0.1이 되었다. x 의 값은?

[3점]

- ① 9.6 ② 11.2 ③ 12.8
 ④ 14.4 ⑤ 16

[13 ~ 14] 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

(가) $f(x) = \begin{cases} x^3 & (0 \leq x < 1) \\ -x^2 + 2x & (1 \leq x < 2) \end{cases}$
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 이다.

13. $\int_0^1 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
 ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

14. 자연수 n 에 대하여 직선 $y = \frac{1}{n}x$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가

만나는 점의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{a_n \times a_{n+2}}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

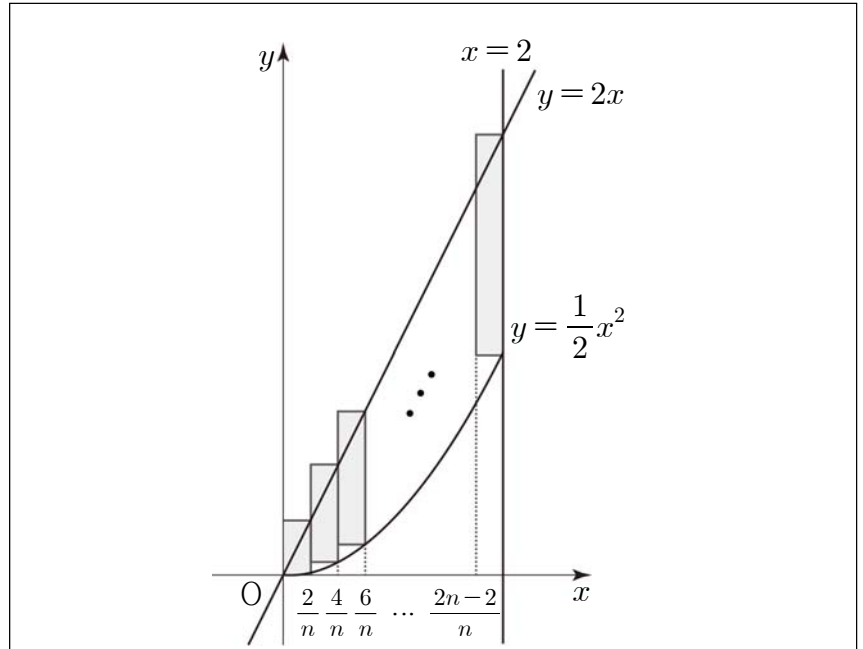
6

수학 영역(가형)

15. 곡선 $y = x^4 + 2x^2 + a$ 가 직선 $y = 8x + 2$ 에 접하도록 하는 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5
 ④ 7 ⑤ 9

16. 다음은 곡선 $y = \frac{1}{2}x^2$ ($0 \leq x \leq 2$)과 두 직선 $y = 2x$, $x = 2$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 과정이다.



두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 를 $f(x) = \frac{1}{2}x^2$, $g(x) = 2x$ 라 하자.

그림과 같이 닫힌 구간 $[0, 2]$ 를 n 등분하여 구간

$$\left[0, \frac{2}{n}\right], \left[\frac{2}{n}, \frac{4}{n}\right], \left[\frac{4}{n}, \frac{6}{n}\right], \dots, \left[\frac{2n-2}{n}, 2\right]$$

를 얻는다.

각 구간에서 가로 길이가 $\frac{2}{n}$ 이고 구간의 오른쪽 끝점에서의 두 함수값의 차를 세로 길이로 하는 직사각형을 만든다.

왼쪽에서 k 번째 직사각형의 넓이를 S_k 라 하면

$$S_k = \frac{8k}{n^2} - \boxed{\text{(가)}} \times k^2$$

직사각형 n 개의 넓이의 합은

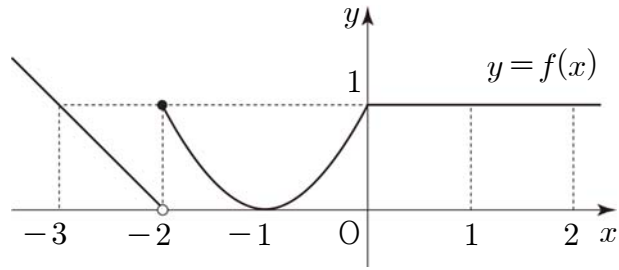
$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n S_k &= \sum_{k=1}^n \left(\frac{8k}{n^2} - \boxed{\text{(가)}} \times k^2 \right) \\ &= \frac{4(n+1)}{n} - \boxed{\text{(나)}} \end{aligned}$$

구하는 도형의 넓이는 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n S_k = \frac{8}{3}$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $p(n)$, $q(n)$ 이라 할 때, $p(2) \times q(3)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{28}{27}$ ② $\frac{31}{27}$ ③ $\frac{34}{27}$
 ④ $\frac{37}{27}$ ⑤ $\frac{40}{27}$

17. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



함수 $g(x)=\begin{cases} f(x) & (|x|>1) \\ -f(x) & (|x|\leq 1) \end{cases}$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $g(1) = -1$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = 1$

ㄷ. 열린 구간 $(-3, 2)$ 에서 함수 $g(x)$ 가 불연속인 점은 2개다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

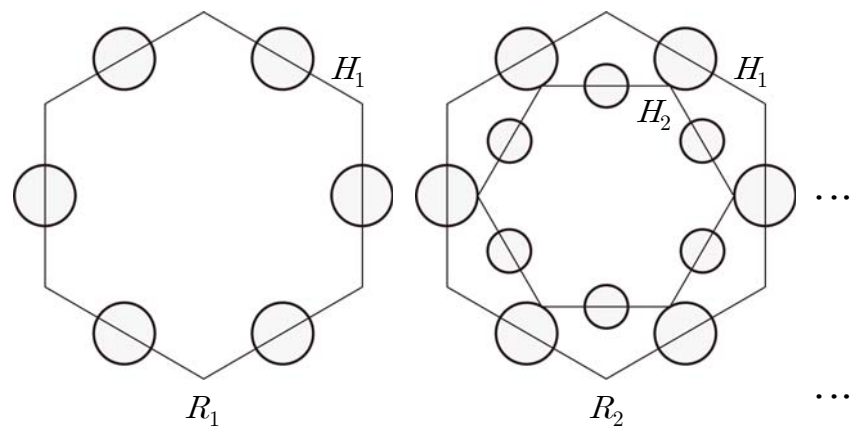
18. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정육각형 H_1 이 있다. 정육각형 H_1 의 각 변에 대하여 변을 삼등분하는 점을 지름의 양 끝점으로 하는 원을 그리고, 6개의 원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 정육각형 H_1 의 내부에 있는 각 반원의 호를 이등분하는 점을 꼭짓점으로 하는 정육각형을 H_2 라 하자. 정육각형 H_2 의 각 변에 대하여 변을 삼등분하는 점을 지름의 양 끝점으로 하는 원을 그리고, 새로 그려진 6개의 원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 정육각형 H_2 의 내부에 있는 각 반원의 호를 이등분하는 점을 꼭짓점으로 하는 정육각형을 H_3 이라 하자. 정육각형 H_3 의 각 변에 대하여 변을 삼등분하는 점을 지름의 양 끝점으로 하는 원을 그리고, 새로 그려진 6개의 원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = k(3\sqrt{3} - m)\pi$ 이다.

$11k+m$ 의 값은? (단, k, m 은 유리수이다.) [4점]



- ① 90 ② 101 ③ 112
 ④ 123 ⑤ 134

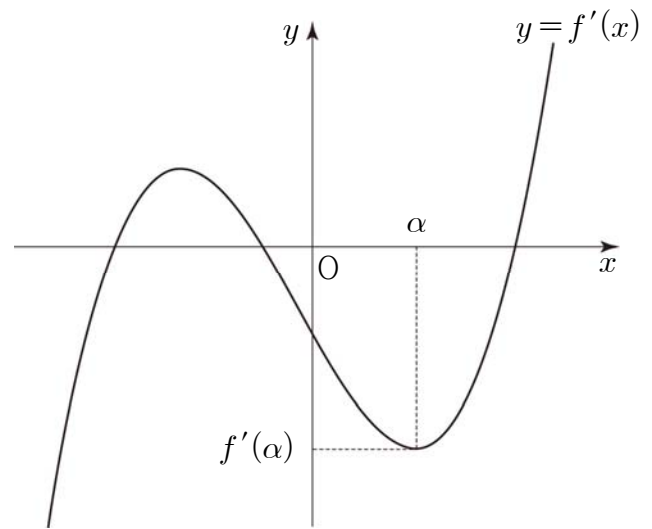
19. 두 함수 $f(x)=x^2-6x+10$, $g(x)=x$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x)=\frac{|f(x)-g(x)|+f(x)+g(x)}{2}$$

라 하자. 함수 $y=h(x)$ 의 그래프와 x 축, y 축 및 직선 $x=4$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{40}{3}$ ② 15 ③ $\frac{50}{3}$
 ④ $\frac{55}{3}$ ⑤ 20

20. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $y=f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



양수 α 에 대하여 $f'(\alpha) > -2$ 이고 $f(0)=0$ 이다. 함수 $h(x)$ 를 $h(x)=f(x)+2x$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 함수 $f'(x)$ 는 $x=\alpha$ 에서 극소이다.) [4점]

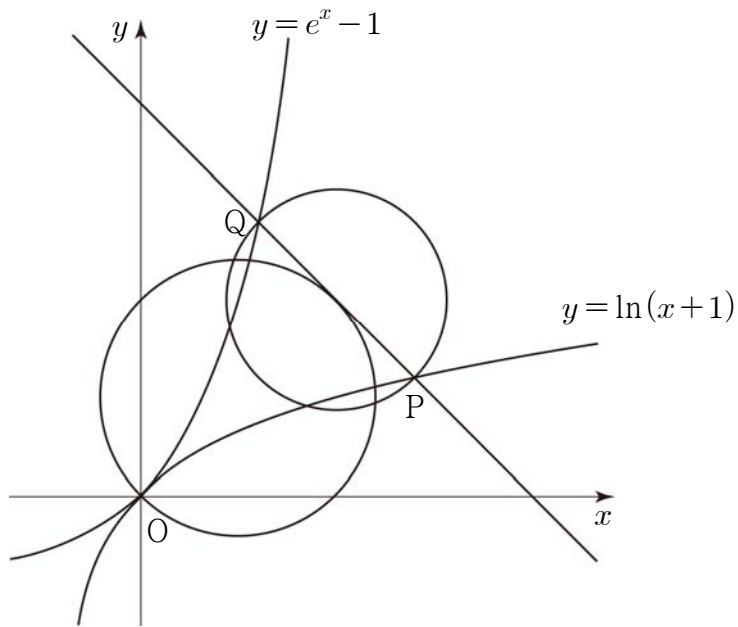
— < 보 기 > —

- ㄱ. $h'(\alpha) > 0$
 ㄴ. 함수 $y=h(x)$ 는 열린 구간 $(0, \alpha)$ 에서 감소한다.
 ㄷ. 방정식 $h(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

21. 곡선 $y = \ln(x+1)$ 위를 움직이는 점 $P(a, b)$ 가 있다. 점 P 를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y = e^x - 1$ 과 만나는 점을 Q 라 하자. 두 점 P, Q 를 지름의 양 끝점으로 하는 원의 넓이를 $S(a)$, 원점 O 와 선분 PQ 의 중점을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 넓이를 $T(a)$ 라 할 때, $\lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{4T(a) - S(a)}{\pi a^2}$ 의 값은? (단, $a > 0$)

[4점]



- ① 1
- ② $\frac{5}{4}$
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{7}{4}$
- ⑤ 2

단답형

22. 함수 $f(x) = 4x^2 - 3x + 1$ 에 대하여 $f'(6)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\sin \theta = \frac{4}{5}$ 일 때, $2 \sin \left(\theta - \frac{\pi}{3} \right) + \sqrt{3} \cos \theta$ 의 값이 p 이다. $20p$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = (5x+3)e^x$ 의 도함수가

$f'(x) = (ax+b)e^x$ 일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하시오.
[3점]

26. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(na_n - \frac{6n^2+1}{n+2} \right)$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x(x^2+a)}{x-3} & (x \neq 3) \\ b & (x = 3) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 곡선 $y = 4\sin\frac{1}{4}(x - \pi)$ ($0 \leq x \leq 10\pi$)와 직선 $y = 2$ 가 만나는 점들 중 서로 다른 두 점 A, B와 이 곡선 위의 점 P에 대하여 삼각형 PAB의 넓이의 최댓값이 $k\pi$ 이다. k 의 값을 구하시오.
(단, 점 P는 직선 $y = 2$ 위의 점이 아니다.) [4점]

28. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 속도 $v(t)$ 가 다음과 같다.

$$v(t) = \begin{cases} -3t^2 & (0 \leq t < 2) \\ a(t-2) - 12 & (t \geq 2) \end{cases}$$

점 P가 출발한 후, 시각 $t = 6$ 일 때 원점을 다시 지난다.
상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

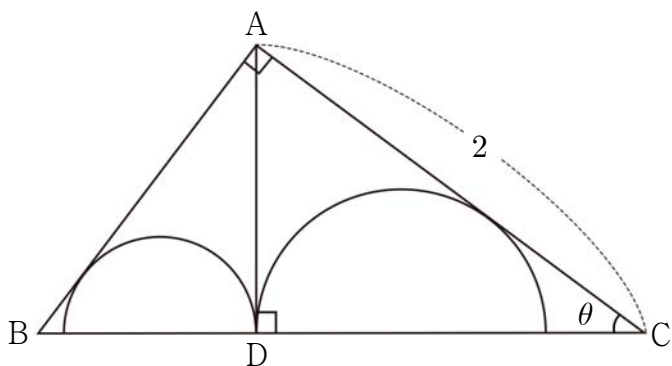
29. 그림과 같이 선분 AC의 길이가 2이고 $\angle A = 90^\circ$ 인

직각삼각형 ABC에 대하여 점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 D라 하고 $\angle ACD = \theta$ 라 하자.

삼각형 ABD에서 변 BD 위에 지름이 놓여 있고 변 AB에 접하면서 점 D를 지나는 반원의 넓이를 $S(\theta)$, 삼각형 ADC에서 변 DC 위에 지름이 놓여 있고 변 AC에 접하면서 점 D를 지나는 반원의

넓이를 $T(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2 \times T(\theta)} = \alpha$ 일 때, 60α 의 값을

구하시오. (단, 두 반원의 호는 점 D에서 만난다.) [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + ax + b & (x < 1) \\ 2x & (x \geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $g(t)$ 를 $g(t) = \int_t^{t+1} f(x) dx$ 라 하자.

$g(0) + g(1) = \frac{7}{2}$ 일 때, 함수 $g(t)$ 의 최솟값은 k 이다.

$120k$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

※ 확인 사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.