2016학년도 6월 고2 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 수학 영역[나형] •

정 답

1	⑤	2	②	3	③	4	④	5	③
6	①	7	②	8	④	9	③	10	⑤
11	④	12	②	13	⑤	14	③	15	⑤
16	①	17	④	18	③	19	①	20	②
21	①	22	16	23	2	24	43	25	29
26	110	27	14	28	21	29	75	30	84

해 설

1. [출제의도] 거듭제곱근 계산하기

$\sqrt[3]{27}\times 2^3=\sqrt[3]{3^3}\times 2^3=3\times 8=24$

2. [출제의도] 집합의 연산 이해하기

두 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $B=\{2,\ 4,\ 5\}$에 대하여 집합 $A\cap B=\{2,\ 4\}$이므로 집합 $A\cap B$의 원소의 합은 6이다.

3. [출제의도] 수열의 극한 계산하기

$$\lim_{n\to\infty}\frac{3n^2+5}{2n^2-n}=\lim_{n\to\infty}\frac{3+\frac{5}{n^2}}{2-\frac{1}{n}}=\frac{3}{2}$$

4. [출제의도] 함수의 역함수 이해하기

$f(2)=4$, $f^{-1}(1)=4$이므로

$f(2)+f^{-1}(1)=4+4=8$이다.

5. [출제의도] 등비수열의 일반항 계산하기

등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r라 하자.

$a_1=24,\ a_2=a_1r=12$

$24r=12,\ r=\frac{1}{2}$

따라서 $a_4=a_1r^3=24\left(\frac{1}{2}\right)^3=24\times\frac{1}{8}=3$이다.

6. [출제의도] 수렴하는 수열의 극한의 대소관계 이해하기

부등식

$$2n^3+2n\le a_n\le 2n^3+5n+1$$

에서 각 변을 $5n^3$으로 나누면

$$\frac{2n^3+2n}{5n^3}\le\frac{a_n}{5n^3}\le\frac{2n^3+5n+1}{5n^3}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2n^3+2n}{5n^3}\le\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{5n^3}\le\lim_{n\to\infty}\frac{2n^3+5n+1}{5n^3}$$

$$\frac{2}{5}\le\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{5n^3}\le\frac{2}{5}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{5n^3}=\frac{2}{5}$$

이다.

7. [출제의도] 유리함수의 그래프 이해하기

$y=\frac{3x-1}{x-1}=\frac{3(x-1)+2}{x-1}=\frac{2}{x-1}+3$에서

함수 $y=\frac{2}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 함수 $y=\frac{3x-1}{x-1}$의 그래프와 일치한다.

따라서 $a=1,\ b=3$이다.

그러므로 $a+b=1+3=4$이다.

[다른 풀이]

함수 $y=\frac{2}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면

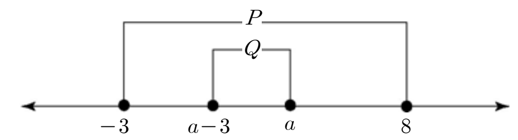
$$y=\frac{2}{x-a}+b=\frac{2+b(x-a)}{x-a}=\frac{bx+2-ab}{x-a}=\frac{3x-1}{x-1}$$

이므로 $a=1$, $b=3$이다.

그러므로 $a+b=1+3=4$이다.

8. [출제의도] 명제의 필요조건 이해하기

p는 q이기 위한 필요조건이면



$-3\le a-3$이고 $a\le 8$이므로 $0\le a\le 8$이다.

정수 a는 $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8$이므로 모든 정수 a의 개수는 9이다.

9. [출제의도] $\sum$의 성질 이해하기

$$\sum_{k=1}^{5}(a_k+2)^2=\sum_{k=1}^{5}(a_k^2+4a_k+4)$$
$$=\sum_{k=1}^{5}a_k^2+4\sum_{k=1}^{5}a_k+\sum_{k=1}^{5}4$$
$$=40+4\times 12+5\times 4$$
$$=108$$

10. [출제의도] 함수의 역함수와 합성함수 이해하기

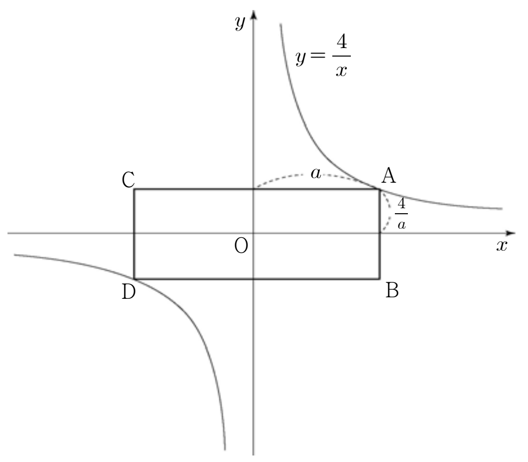
$g^{-1}(x)=x+3$이므로

$f(g^{-1}(x))=2(x+3)+1=2x+7$이다.

따라서 $a=2,\ b=7$이다.

그러므로 $ab=14$이다.

11. [출제의도] 절대부등식을 이용한 최솟값 문제 해결하기



점 A에서 x축, y축에 이르는 거리는 각각 $\frac{4}{a}$, a $(a>0)$이므로 직사각형 ACDB의 둘레의 길이는 $4\left(a+\frac{4}{a}\right)$이다.

$$a+\frac{4}{a}\ge 2\sqrt{a\times\frac{4}{a}}=4$$

$$4\left(a+\frac{4}{a}\right)\ge 16$$

(단, 등호는 $a=2$일 때, 성립한다.)

이므로 직사각형 ACDB의 둘레의 길이의 최솟값은 16이다.

12. [출제의도] 상용로그 이해하기

$$\frac{1}{4}\log 2^{2n}+\frac{1}{2}\log 5^n=\frac{n}{2}\log 2+\frac{n}{2}\log 5$$
$$=\frac{n}{2}\log 10=\frac{n}{2}$$

이다. $\frac{n}{2}$이 정수이므로 n은 2의 배수이다.

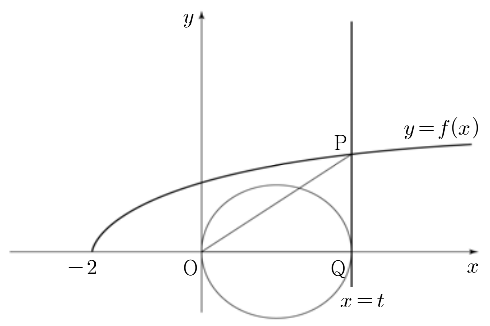
따라서 50 이하의 자연수 n의 개수는 25이다.

13. [출제의도] 무리함수의 그래프 이해하기

$f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{3\sqrt{2}}{2}$, $f(16)=3\sqrt{2}$이고 $f\left(\frac{5}{2}\right)$, a, $f(16)$은 등비수열이다. a가 등비중항이므로 $a^2=9$이다.

a가 양수이므로 $a=3$이다.

14. [출제의도] 무리함수의 그래프를 이용하여 함수의 극한 문제 해결하기



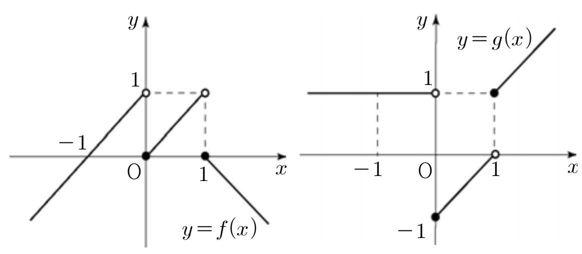
$$S(t)=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OQ}}\times\overline{\mathrm{PQ}}=\frac{1}{2}\times t\times\sqrt{t+2}$$

$$C(t)=\pi\times\left(\frac{\overline{\mathrm{OQ}}}{2}\right)^2=\frac{t^2}{4}\pi$$

그러므로 $\frac{C(t)}{t\times S(t)}=\frac{t^2}{4}\pi\times\frac{2}{t^2\sqrt{t+2}}$이다.

따라서 $\lim_{t\to 0+}\frac{C(t)}{t\times S(t)}=\frac{\pi}{4}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}\pi$이다.

15. [출제의도] 함수의 연속 증명하기



ㄱ. $\lim_{x\to 0+}f(x)=0$ (참)

ㄴ. $\lim_{x\to 1-}f(x)=1,\ \lim_{x\to 1-}g(x)=0$이므로

$\lim_{x\to 1-}f(x)g(x)=0$이다. (참)

ㄷ. $h(x)=f(x)g(x)$라 하자.

i) $h(1)=f(1)\times g(1)=0\times 1=0$

ii) $\lim_{x\to 1-}h(x)=\lim_{x\to 1-}f(x)g(x)=0$

iii) $\lim_{x\to 1+}f(x)=0,\ \lim_{x\to 1+}g(x)=1$이므로

$\lim_{x\to 1+}h(x)=\lim_{x\to 1+}f(x)g(x)=0$이다.

i), ii), iii)에 의하여 함수 $f(x)g(x)$는 $x=1$에서 연속이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

16. [출제의도] 등차수열의 합을 이용하여 수열의 극한 문제 해결하기

$a_1=1$, $a_2+a_4=(a_1+d)+(a_1+3d)=2a_1+4d=18$

에서 $d=4$이다.

$S_n=\frac{n\{2a_1+(n-1)d\}}{2}=\frac{n\{2+4(n-1)\}}{2}=2n^2-n$이고,

$S_{n+1}=2(n+1)^2-(n+1)=2n^2+3n+1$이다.

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{S_{n+1}}-\sqrt{S_n}\right)$$
$$=\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{2n^2+3n+1}-\sqrt{2n^2-n}\right)$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\sqrt{2n^2+3n+1}-\sqrt{2n^2-n}\right)\left(\sqrt{2n^2+3n+1}+\sqrt{2n^2-n}\right)}{\sqrt{2n^2+3n+1}+\sqrt{2n^2-n}}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{4n+1}{\sqrt{2n^2+3n+1}+\sqrt{2n^2-n}}$$
$$=\frac{4}{2\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

[다른 풀이]

공차 d를 다음과 같이 구할 수도 있다.

정답 및 해설

2016학년도 6월
전국연합학력평가

고2

$2a_3 = a_2 + a_4 = 18$ 이므로 $a_3 = 9$ 이다.

$$a_3 = a_1 + 2d = 1 + 2d = 9$$
$$d = 4$$

이다.

17. [출제의도] 로그의 성질을 이용한 실생활 문제 해결하기

$TL_1 = 10\log a$, $TL_2 = 10\log 4$ 이므로

$\dfrac{TL_1}{TL_2} = \dfrac{10\log a}{10\log 4} = \log_4 a = \dfrac{5}{2}$ 이다.

따라서 $a = 4^{\frac{5}{2}} = 2^5 = 32$ 이다.

18. [출제의도] 로그의 성질 이해하기

$\log_a 2 = X$, $\log_b 2 = Y$라고 하자.

$X+Y=2$, $\dfrac{1}{X}+\dfrac{1}{Y} = \dfrac{X+Y}{XY} = -1$ 이므로 $XY=-2$ 이다.

$$(\log_a 2)^2 + (\log_b 2)^2 = X^2 + Y^2$$
$$= (X+Y)^2 - 2XY$$
$$= 2^2 - 2(-2) = 8$$

19. [출제의도] 함수의 극한을 이용하여 수열 문제 해결하기

i) $0<x<1$ 일 때, $\lim\limits_{n\to\infty} x^n = 0$ 이므로

$f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{ax^n}{1+x^n} = 0$ 이다.

ii) $x=1$ 일 때, $\lim\limits_{n\to\infty} x^n = 1$ 이므로

$f(1) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{ax^n}{1+x^n} = \dfrac{a}{2}$ 이다.

iii) $x>1$ 일 때, $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{x^n} = 0$ 이므로

$f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{ax^n}{1+x^n} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a}{\dfrac{1}{x^n}+1} = a$ 이다.

i), ii), iii)에 의해

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (0<x<1) \\ \dfrac{a}{2} & (x=1) \\ a & (x>1) \end{cases}$$

이다.

$$f\left(\frac{1}{5}\right) = f\left(\frac{2}{5}\right) = f\left(\frac{3}{5}\right) = f\left(\frac{4}{5}\right) = 0,$$
$$f\left(\frac{5}{5}\right) = f(1) = \frac{a}{2},$$
$$f\left(\frac{6}{5}\right) = f\left(\frac{7}{5}\right) = f\left(\frac{8}{5}\right) = f\left(\frac{9}{5}\right) = f(2) = a$$

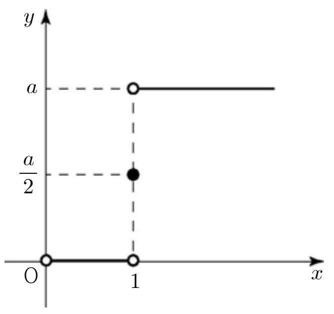
이므로

$$\sum_{n=1}^{10} f\left(\frac{k}{5}\right) = \frac{a}{2} + 5a = \frac{11}{2}a$$

이다. $\dfrac{11}{2}a = 33$ 이므로 $a=6$ 이다.

[참고]

$a>0$ 일 때, $y=f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



20. [출제의도] 수열의 합 증명하기

2 이상인 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{n}{n-k}\cdot\frac{1}{2^{k-1}} = \frac{n}{n-1} + \frac{n}{n-2}\cdot\frac{1}{2} + \cdots + \frac{n}{2^{n-2}}$$

라 하자.

$$a_{n+1} = \sum_{k=1}^{n} \frac{n+1}{n+1-k}\cdot\frac{1}{2^{k-1}}$$
$$= \boxed{\frac{n+1}{n}} + \frac{n+1}{n-1}\cdot\frac{1}{2} + \frac{n+1}{n-2}\cdot\frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{n+1}{2^{n-1}}$$
$$= \boxed{\frac{n+1}{n}} + (n+1)\left(\frac{1}{n-1}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{n-2}\cdot\frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}}\right)$$
$$= \boxed{\frac{n+1}{n}} + \frac{n+1}{2n}\left(\frac{n}{n-1} + \frac{n}{n-2}\cdot\frac{1}{2} + \cdots + \frac{n}{2^{n-2}}\right)$$

이므로

$$a_{n+1} = \boxed{\frac{n+1}{2n}}a_n + \frac{n+1}{n}$$

을 얻는다.

$a_2 = 2 < 4$, $a_3 = 3 < 4$ 이므로 (*)이 성립한다.

$n \geq 3$ 일 때 $a_n < 4$ 라 하자.

$$a_{n+1} = \frac{n+1}{2n}a_n + \frac{n+1}{n} < \frac{n+1}{2n}\cdot 4 + \frac{n+1}{n} = 3 + \frac{3}{n} \leq 4$$

이다.

그러므로 2 이상인 모든 자연수 n에 대하여 (*)이 성립한다.

따라서 $f(n) = \dfrac{n+1}{n}$, $g(n) = \dfrac{n+1}{2n}$ 이다.

$f(5) = \dfrac{6}{5}$, $g(10) = \dfrac{11}{20}$ 이고

$$\frac{48g(10)}{f(5)} = 48 \times \frac{\frac{11}{20}}{\frac{6}{5}} = 48 \times \frac{11}{24} = 22$$ 이다.

21. [출제의도] 등비급수를 이용하여 도형 문제 추론하기

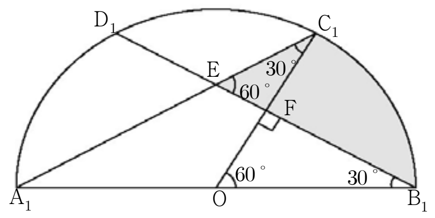


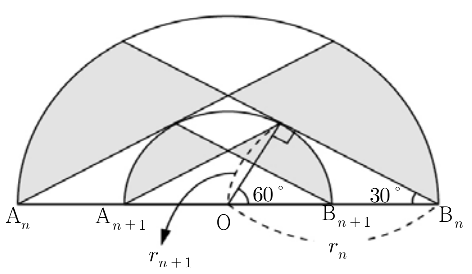
그림 R_1에서 두 선분 A_1C_1과 B_1D_1의 교점을 E, 두 선분 OC_1과 B_1D_1의 교점을 F라 하자. 삼각형 OB_1F와 삼각형 C_1EF는 세 내각의 크기가 30°, 60°, 90° 인 직각삼각형이므로 삼각비에 의해

$\overline{B_1F} = \sqrt{3}$, $\overline{OF} = \overline{C_1F} = 1$, $\overline{EF} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

이다. S_1은 부채꼴 OB_1C_1의 넓이와 삼각형 C_1EF의 넓이를 더한 값에서 삼각형 OB_1F의 넓이를 뺀 값의 2배와 같으므로

$$S_1 = \left\{\pi \times 2^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} + \frac{1}{2}\times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 1\right\}\times 2$$
$$= \frac{4\pi}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

이다. 그림 R_n에서 가장 작은 반원의 반지름의 길이를 r_n이라 하고, 그림 R_n을 얻는 과정에서 새로 얻은 모양의 넓이를 a_n이라 하자.



$r_{n+1} : r_n = 1:2$ 이므로

$$a_{n+1} : a_n = (r_{n+1})^2 : (r_n)^2$$
$$a_{n+1} : a_n = 1^2 : 2^2$$
$$a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n$$

이다. 따라서 수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 $\dfrac{4\pi}{3} - \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ 이고 공비가 $\dfrac{1}{4}$인 등비수열이므로

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{\frac{4\pi}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{16\pi - 8\sqrt{3}}{9}$$

이다. 그러므로 $a+b = 16-8 = 8$ 이다.

22. [출제의도] 함수의 극한 계산하기

$$\lim_{x\to 4} \frac{(x-4)(x+12)}{x-4} = \lim_{x\to 4}(x+12) = 16$$

23. [출제의도] 로그 계산하기

$$\log_3 18 - \frac{1}{2}\log_3 4 = \log_3 18 - \log_3 2$$
$$= \log_3 \frac{18}{2}$$
$$= \log_3 9$$
$$= 2$$

24. [출제의도] 급수의 성질 이해하기

급수 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{9}{2} - a_n\right)$ 이 수렴하므로 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{9}{2} - a_n\right) = 0$ 이고

$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \dfrac{9}{2}$ 이다.

따라서 $\lim\limits_{n\to\infty}(8a_n + 7) = 8 \times \dfrac{9}{2} + 7 = 43$ 이다.

25. [출제의도] 집합의 연산을 이용하여 실생활 문제 해결하기

두 동아리 A, B에 가입한 학생의 집합을 각각 A, B라고 하면

$$n(A\cup B) = 56,\ n(A) = 35,\ n(B) = 27$$

이다. $n(A\cup B) = n(A) + n(B) - n(A\cap B)$ 이므로

$$56 = 35 + 27 - n(A\cap B)$$
$$n(A\cap B) = 6$$

이다. 따라서

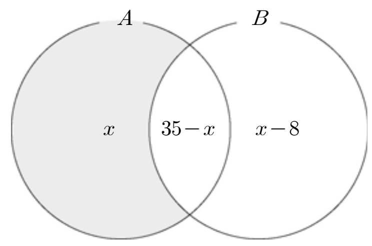
$$n(A-B) = n(A) - n(A\cap B) = 35 - 6 = 29$$

이다.

[다른 풀이]

동아리 A에만 가입한 학생의 수를 x라 하자.

조건을 벤다이어그램으로 나타내면 아래와 같다.



따라서

$$x + (35-x) + (x-8) = 56$$
$$x = 29$$

이다.

26. [출제의도] 수열의 합의 성질 이해하기

$$a_1 + 2a_2 + \cdots + na_n = 2n^2 + 3n$$

에서 $b_n = na_n$ 이라 하고 $\sum\limits_{k=1}^{n} b_k = S_n$ 이라 하면

$$b_n = S_n - S_{n-1}$$
$$= 2n^2 + 3n - \{2(n-1)^2 + 3(n-1)\}$$
$$= 4n+1 \quad (n \geq 2)$$

이다. $b_1 = 5$ 이므로 $b_n = 4n+1\ (n\geq 1)$ 이다. 따라서

$$a_n = \frac{b_n}{n} = 4 + \frac{1}{n} \quad (n\geq 1)$$

이다.

$$\sum_{n=1}^{10} \frac{2}{a_n - 4} = \sum_{n=1}^{10} \frac{2}{\left(4+\frac{1}{n}\right) - 4}$$
$$= \sum_{n=1}^{10} 2n = 2\sum_{n=1}^{10} n = 2\times 55 = 110$$

27. [출제의도] 거듭제곱근을 이용하여 수열의 합 문제

해결하기

$4^2<20<5^2$ 이고 $4<\sqrt[2]{20}<5$ 이므로

$$f(2)=4$$

이다.

$2^3<20<3^3$ 이고 $2<\sqrt[3]{20}<3$ 이므로

$$f(3)=2$$

이다.

$2^4<20<3^4$ 이고 $2<\sqrt[4]{20}<3$ 이므로

$$f(4)=2$$

이다.

$n\ge 5$일 때 $1^n<20<2^n$ 이고 $1<\sqrt[n]{20}<2$ 이므로

$$f(n)=1$$

이다. 따라서

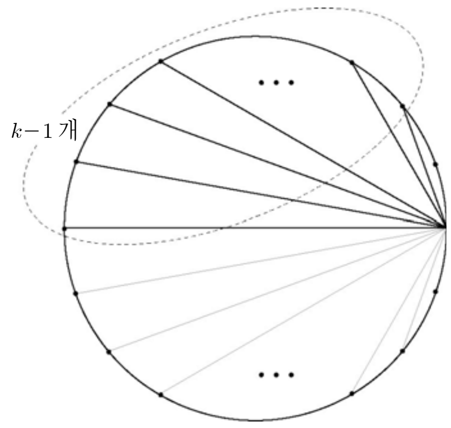
$$\sum_{n=2}^{10} f(n)=4+2+2+1\times 6=14$$

이다.

28. [출제의도] 정n각형의 대각선의 성질을 이용하여 수열의 규칙성 추론하기

정n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $n-3$개다.

ⅰ) $n=2k\ (k\ge 2)$ 일 때



한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $2k-3$ 이고 지름을 제외하면 $2k-4$이다. 그런데 지름을 기준으로 상하 대칭이므로 서로 다른 길이의 대각선의 개수는

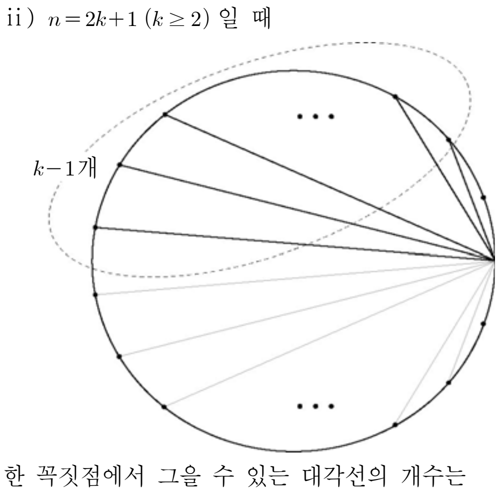
$$\frac{2k-4}{2}=k-2$$

이다. 따라서 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 서로 다른 길이의 대각선의 개수는 지름을 포함하여

$$(k-2)+1=k-1$$

이다.

ⅱ) $n=2k+1\ (k\ge 2)$ 일 때



한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는

$$(2k+1)-3=2k-2$$

이다. 그런데 지름을 기준으로 상하 대칭이므로 서로 다른 길이의 대각선의 개수는

$$\frac{2k-2}{2}=k-1$$

이다.

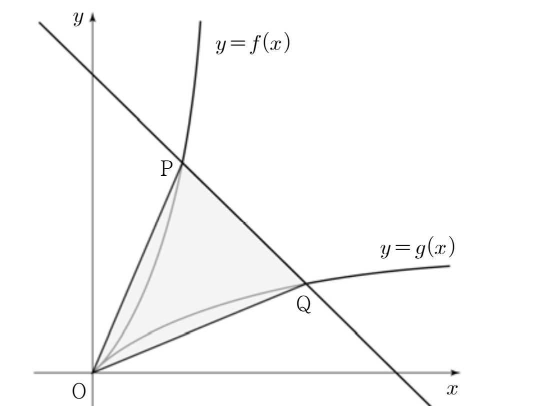
ⅰ)과 ⅱ)에 의해

$$a_{22}=10,\ a_{25}=11$$

이다. 따라서 $a_{22}+a_{25}=21$ 이다.

29. [출제의도] 역함수의 성질을 이용하여 수열 문제

해결하기



점 P는 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=-x+n+2$와의 교점이다.

$$x^2+nx=-x+n+2$$
$$x^2+(n+1)x-(n+2)=0$$
$$(x-1)(x+n+2)=0$$
$$x=1\ (\because x\ge 0)$$

따라서 $\mathrm{P}(1,\ n+1)$이다. 점 Q는 점 P와 직선 $y=x$에 대한 대칭인 점이므로

$$\mathrm{Q}(n+1,\ 1)$$

이다. 그러므로

$$\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{\{(n+1)-1\}^2+\{1-(n+1)\}^2}$$
$$=\sqrt{2n^2}$$
$$=\sqrt{2}\,n$$

이고 점 O에서 직선 $y=-x+n+2$까지의 거리(d)는

$$d=\frac{|n+2|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{n+2}{\sqrt{2}}$$

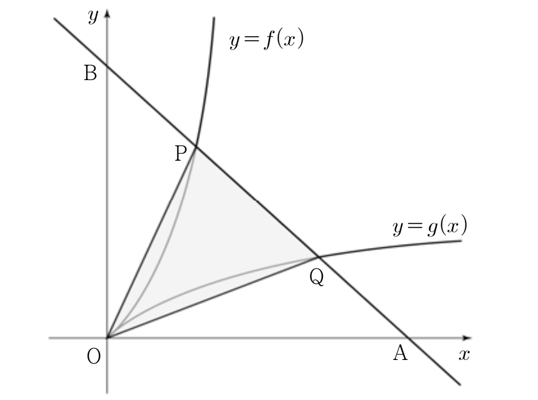
이다. 따라서 삼각형 POQ의 넓이 S_n은

$$S_n=\frac{1}{2}\times\frac{n+2}{\sqrt{2}}\times\sqrt{2}\,n=\frac{n(n+2)}{2}$$

이다. 그러므로

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{50}{S_n}=50\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n(n+2)}$$
$$=50\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$$
$$=50\lim_{n\to\infty}\left\{\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots\right.$$
$$\left.\cdots+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}\right)+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\right\}$$
$$=50\times\frac{3}{2}$$
$$=75$$

[다른 풀이]



삼각형 POQ의 넓이를 다음과 같이 구할 수도 있다.

(삼각형 POQ의 넓이)

=(삼각형 OAB의 넓이)-2(삼각형 OAQ의 넓이)

$$=\frac{1}{2}(n+2)^2-2\times\left\{\frac{1}{2}\times(n+2)\times 1\right\}$$
$$=\frac{n(n+2)}{2}$$

30. [출제의도] 실수의 성질을 이용하여 수열 문제

해결하기

$ab<0$이므로 a와 b의 부호가 다르다.

1) $a<0,\ b>0$일 때

세 수 $a,\ b,\ ab$에서 a와 ab는 음수, b는 양수이다. 음수 두 개와 양수 한 개가 등비수열이 되는 배열은 (음수, 양수, 음수)이므로 세 수의 배열은

$$a,\ b,\ ab \text{ 또는 } ab,\ b,\ a$$

뿐이다. 그러므로 b가 등비중항이므로

$$b^2=a\times ab$$
$$b=a^2$$

이다. 따라서 세 수 $a,\ b,\ ab$는 $a,\ a^2,\ a^3$이다.

$a<0,\ a^2>0,\ a^3<0$이므로 세 수를 배열하여 등차수열로 되는 경우의 등차중항은 음수인 a 또는 a^3이다.

ⅰ) a가 등차중항인 경우

$$2a=a^3+a^2$$
$$a(a+2)(a-1)=0$$

$a<0$이므로 $a=-2$이고 $b=4$이다.

ⅱ) a^3이 등차중항인 경우

$$2a^3=a+a^2$$
$$a(a-1)(2a+1)=0$$

$a<0$이므로 $a=-\frac{1}{2}$이고 $b=\frac{1}{4}$이다.

따라서 a의 값은 $-2,\ -\frac{1}{2}$이다.

2) $a>0,\ b<0$일 때

1)과 같은 방법에 의해 a의 값은 $4,\ \frac{1}{4}$이다.

1)과 2)에 의해 a의 값은 $-2,\ -\frac{1}{2},\ 4,\ \frac{1}{4}$이다. 따라서 $k=-2-\frac{1}{2}+4+\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$이고 $48k=84$이다.