

제 2 교시

수학 영역(나형)

1

5지선다형

1. $\log_6 4 + \log_6 9$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 집합 $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{1, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 집합 $B - A$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

3. $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt[3]{3}$ 일 때, $(ab)^6$ 의 값은? [2점]

- ① 60 ② 66 ③ 72 ④ 78 ⑤ 84

4. 등식 ${}_n P_2 - {}_7 C_2 = 21$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = t^3 - 6t^2 + 5$$

이다. 점 P의 가속도가 0일 때, 점 P의 속도는? [3점]

- ① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

7. 일차함수 $f(x)$ 가 $f(2x+1) = 4x+7$ 을 만족시킬 때, $f^{-1}(11)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 한 개의 동전을 4번 던질 때, 앞면이 적어도 한 번 나올 확률은? [3점]

- ① $\frac{7}{16}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{11}{16}$ ④ $\frac{13}{16}$ ⑤ $\frac{15}{16}$

8. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\frac{1+a_n}{a_n} = n^2+2$ 가 성립할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 서로 독립인 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = \frac{3}{16}$$

일 때, $P(B^C)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

10. 유리함수 $f(x) = \frac{x}{1-x}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

- <보 기>
- ㄱ. 함수 $f(x)$ 의 정의역과 치역이 서로 같다.
 ㄴ. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.
 ㄷ. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 어느 항공편 탑승객들의 1인당 수하물 무게는 평균이 15kg, 표준편차가 4kg인 정규분포를 따른다고 한다.

이 항공편 탑승객들을 대상으로 16명을 임의추출하여 조사한 1인당 수하물 무게의 평균이 17kg 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1587
 ④ 0.3085 ⑤ 0.3413

12. 그림과 같이 어느 카페의 메뉴에는 서로 다른 3가지의 주스와 서로 다른 2가지의 아이스크림이 있다. 두 학생 A, B가 이 5가지 중 1가지씩을 임의로 주문했다고 한다. A, B가 주문한 것이 서로 다를 때, A, B가 주문한 것이 모두 아이스크림일 확률은? [3점]



- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

13. 첫째항이 $\frac{1}{5}$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (a_n \leq 1) \\ a_n - 1 & (a_n > 1) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

14. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + a & (x \leq 2) \\ x^2 - 4 & (x > 2) \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} x - 4 & (x \leq 2) \\ \frac{1}{x-2} & (x > 2) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 $x=2$ 에서 연속이 되도록 하는 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6

수학 영역(나형)

15. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 점 A의 좌표는 $(1, 0)$ 이다.
- (나) 점 P_n 은 선분 OA를 $2^n : 1$ 로 내분하는 점이다.

$l_n = \overline{OP_n}$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{l_n}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)

[4점]

- ① $10 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$
- ② $10 + \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$
- ③ $11 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$
- ④ $11 + \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$
- ⑤ $12 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$

16. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	2	4	8	16	계
$P(X=x)$	$\frac{{}_4C_1}{k}$	$\frac{{}_4C_2}{k}$	$\frac{{}_4C_3}{k}$	$\frac{{}_4C_4}{k}$	1

$E(3X+1)$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① 13
- ② 14
- ③ 15
- ④ 16
- ⑤ 17

17. 다음은 어느 회사의 직원 중 임의로 선택한 100명의 출근 소요 시간을 조사한 표이다.

소요 시간	인원수(명)
30분 미만	4
30분 이상 60분 미만	16
60분 이상 90분 미만	50
90분 이상 120분 미만	30
합계	100

이 결과를 이용하여 얻은 이 회사의 전체 직원 중 출근 소요 시간이 60분 이상 120분 미만인 직원의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq p \leq b$ 일 때, $5000(b-a)$ 의 값은?

(단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 392 ② 784 ③ 1176 ④ 1568 ⑤ 1960

18. 서로 다른 두 점에서 만나는 두 곡선

$$C_1 : y = x^2 - 2x + 2, \quad C_2 : y = -x^2 + ax + b$$

의 한 교점을 P라 하고, 점 P에서 두 곡선 C_1, C_2 에 접하는 직선을 각각 l, m 이라 하자.

두 접선 l, m 이 서로 수직일 때, 곡선 C_2 는 두 실수 a, b 의 값에 관계없이 일정한 점 Q를 지난다. 다음은 점 Q의 좌표를 구하는 과정이다.

$f(x) = x^2 - 2x + 2, g(x) = -x^2 + ax + b$ 라 하고, 두 곡선 C_1, C_2 의 한 교점 P의 x 좌표를 t 라 하자.

두 접선 l, m 이 서로 수직이므로

$$f'(t)g'(t) = -1 \text{에서}$$

$$4t^2 - 2(a+2)t + \boxed{\text{(가)}} = 0 \dots\dots \text{㉠}$$

$$f(t) = g(t) \text{에서}$$

$$2t^2 - (a+2)t + 2 - b = 0 \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $b = \boxed{\text{(나)}} - a$ 를 $y = -x^2 + ax + b$ 에 대입하고 a 에 관하여 정리하면,

$$a(x-1) - x^2 - y + \boxed{\text{(나)}} = 0 \dots\dots \text{㉢}$$

㉢에서 $x-1=0, -x^2 - y + \boxed{\text{(나)}} = 0$ 을 만족시키는 x 와 y 의 값을 구하면 점 Q의 좌표는 $(1, \boxed{\text{(다)}})$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $h(a)$ 라 하고, (나)와 (다)에 알맞은 수를 각각 α, β 라 할 때, $h(\alpha) \times h(\beta)$ 의 값은? [4점]

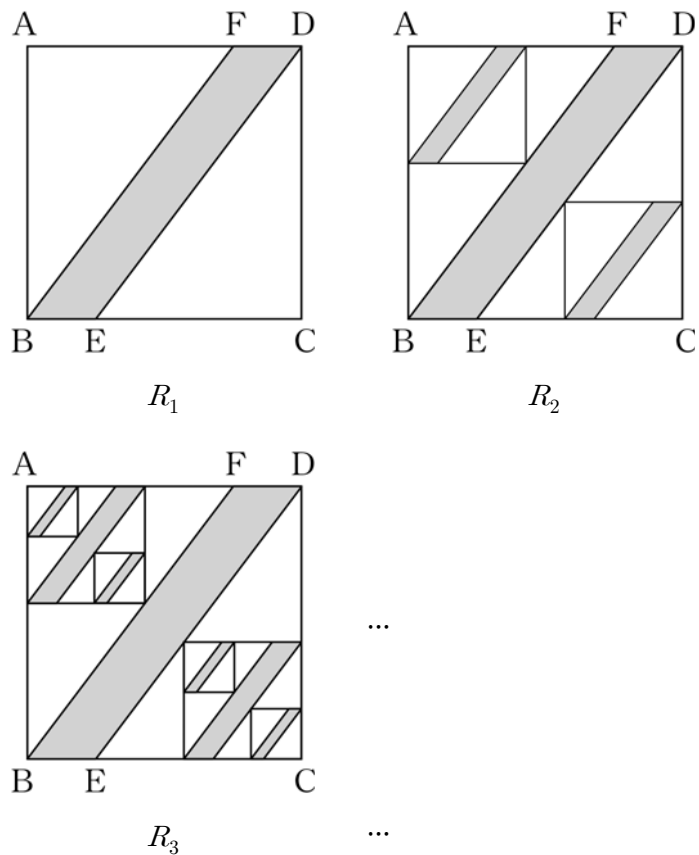
- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

19. 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD가 있다. 그림과 같이 선분 BC를 1:3으로 내분하는 점을 E, 선분 DA를 1:3으로 내분하는 점을 F라 하고 평행사변형 BEDF를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 정사각형 안에 있는 각 직각삼각형에 내접하는 가장 큰 정사각형을 각각 그리자. 새로 그려진 각 정사각형에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 평행사변형을 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 새로 그려진 정사각형 안에 있는 각 직각삼각형에 내접하는 가장 큰 정사각형을 각각 그리자. 새로 그려진 각 정사각형에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 평행사변형을 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 모든 평행사변형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{28}{5}$ ② $\frac{98}{17}$ ③ $\frac{196}{33}$ ④ $\frac{49}{8}$ ⑤ $\frac{196}{31}$

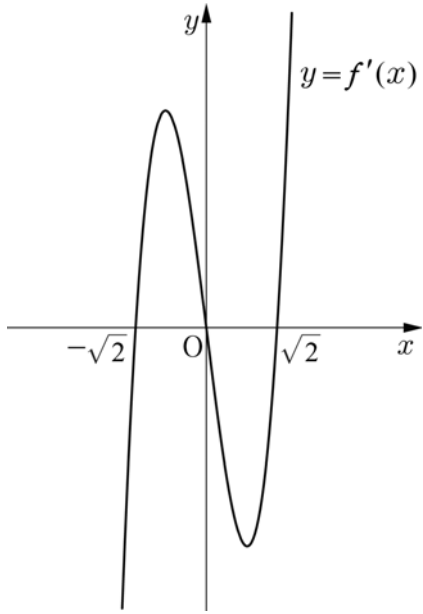
20. 두 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^{2n+1}}{1+x^{2n}}, \quad g(x) = x+a$$

의 그래프의 교점의 개수를 $h(a)$ 라 할 때, $h(0) + \lim_{a \rightarrow 1^+} h(a)$ 의 값은? (단, a 는 실수이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

21. 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같고, $f'(-\sqrt{2})=f'(0)=f'(\sqrt{2})=0$ 이다.



$f(0) = 1$, $f(\sqrt{2}) = -3$ 일 때, $f(m)f(m+1) < 0$ 을 만족시키는 모든 정수 m 의 값의 합은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^3+5)}{x-2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^3 + ax$ 에서 x 의 값이 0에서 2까지 변할 때의 평균변화율이 9일 때, $f'(3)$ 의 값을 구하시오.
(단, a 는 상수이다.) [3점]

24. 함수 $y=4x^3-12x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 함수를 $y=f(x)$ 라 하자.

$\int_0^3 f(x)dx=0$ 을 만족시키는 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

26. 유리함수 $y=\frac{4}{x}$ ($x>0$)의 그래프 위의 점 $P(a, b)$ 와 직선 $y=-x$ 사이의 거리가 5일 때, a^2+b^2 의 값을 구하시오.

[4점]

25. 1이 아닌 두 양수 a, b 에 대하여 $\frac{\log_a b}{2a} = \frac{18\log_b a}{b} = \frac{3}{4}$ 이

성립할 때, ab 의 값을 구하시오. [3점]

27. 등차수열 $\{a_n\}$ 과 공비가 1보다 작은 등비수열 $\{b_n\}$ 이
 $a_1 + a_8 = 8$, $b_2 b_7 = 12$, $a_4 = b_4$, $a_5 = b_5$
를 모두 만족시킬 때, a_1 의 값을 구하시오. [4점]

28. 다음 조건을 만족시키도록 서로 다른 5개의 바구니에 빨간색
공 3개와 파란색 공 6개를 모두 넣는 경우의 수를 구하시오.
(단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 각 바구니에 공은 1개 이상, 3개 이하로 넣는다.
- (나) 빨간색 공은 한 바구니에 2개 이상 넣을 수 없다.

수학 영역(나형)

29. 두 실수 x, y 에 대하여 조건 p, q 가

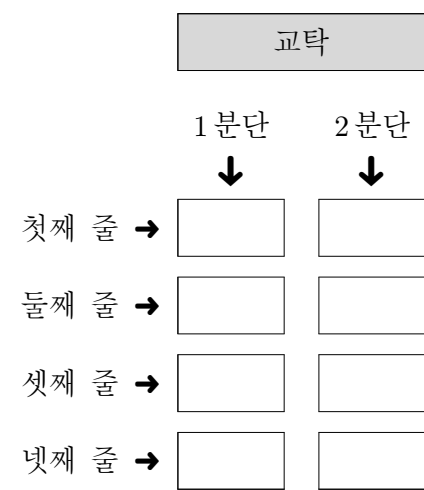
$$p : y \leq k - x^2$$

$$q : x^2 + (y - 20)^2 \leq 2$$

일 때, 명제 '어떤 x, y 에 대하여 p 이면 q 이다.'가 참이 되도록 하는 정수 k 의 최솟값을 구하시오. [4점]

30. 교내 수학경시대회에 A 학급 학생 3명, B 학급 학생 3명, C 학급 학생 2명이 참가 신청하였다. 그림과 같이 두 분단, 네 줄의 좌석에 다음 조건을 만족시키도록 이 학생 8명을 배정하는 방법의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 같은 줄의 바로 옆에 같은 학급 학생이 앉지 않도록 배정한다.
- (나) 같은 분단의 바로 앞뒤에 같은 학급 학생이 앉지 않도록 배정한다.
- (다) 같은 학급 학생을 같은 분단에 배정 할 경우 학급 번호가 작을수록 교탁에 가까운 자리에 배정한다.



- ※ 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.