

# 수학 영역(나형)

## 제 2 교시

1

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - 4x + 9)$ 의 값은? [2점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

2. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합  $A = \{2, 4\}$ 에 대하여 집합  $A^C$ 의 원소의 개수는? (단,  $A^C$ 은  $A$ 의 여집합이다.) [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3.  $\log_3 1 + \log_3 9$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an + 2}{2n - 1} = 1$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

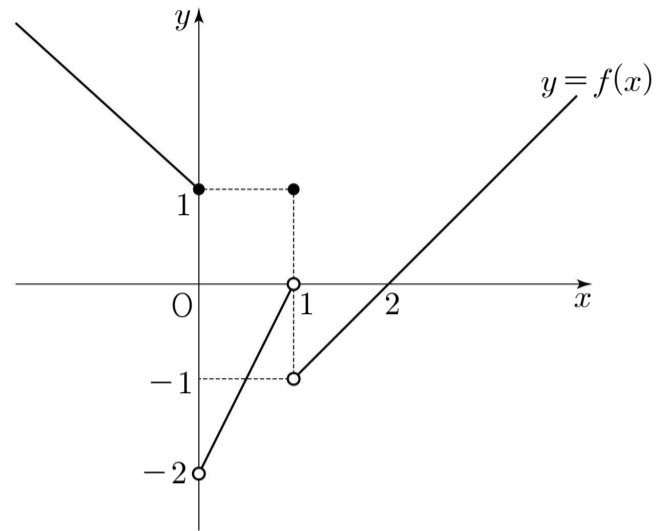
5. 함수  $f(x) = x^3 + 2x^2 + x$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

6. 두 함수  $f(x) = x - 3$ ,  $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여  
 $(g \circ f)(5)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

7. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(0) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

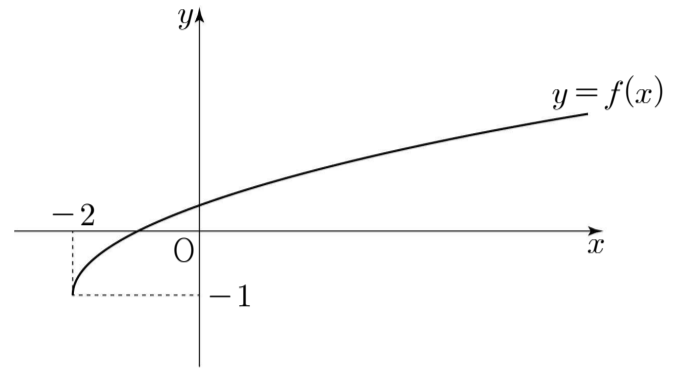
8. 함수  $f(x) = \int (3x^2 - 6x) dx$ 에 대하여  $f(0) = 7$ 일 때,  
 $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9. 유리함수  $f(x) = \frac{x+b}{x-a}$ 의 그래프가 점 (3, 7)을 지나고,  
 직선  $x = 2$ 를 한 점근선으로 가질 때,  $a+b$ 의 값은?  
 (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

10. 무리함수  $f(x) = \sqrt{x+a} + b$ 의 그래프가 그림과 같을 때,  
 $f(7)$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]



- ①  $\frac{3}{2}$       ② 2      ③  $\frac{5}{2}$       ④ 3      ⑤  $\frac{7}{2}$

11.  $\sqrt[3n]{8^4}$ 이 자연수가 되도록 하는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합은?

[3점]

- ① 7      ② 9      ③ 11      ④ 13      ⑤ 15

12. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{n+4}{2n-1}a_n$$
을 만족시킨다.  $a_1 = 1$ 일 때,  $a_5$ 의 값은? [3점]

- ① 16      ② 18      ③ 20      ④ 22      ⑤ 24

13. 등비급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x-3}{2}\right)^n$  이 수렴하도록 하는 모든 정수  $x$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

14. 함수  $f(x) = x^2 - ax + 3$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 1$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

15. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t > 0)$ 에서의 위치  $x$ 가

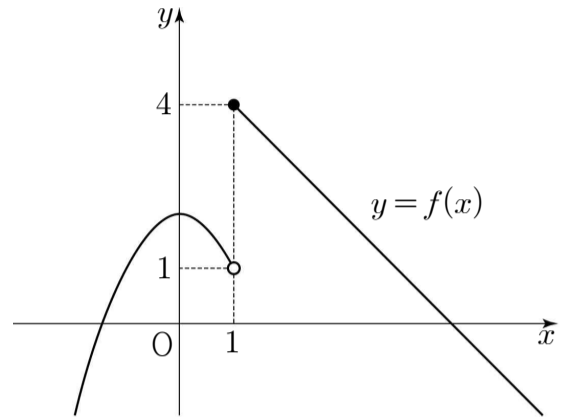
$$x = t^3 - 9t^2 + 8t$$

이다. 점 P가 처음으로 원점을 지날 때, 점 P의 속도는? [4점]

- ① -15    ② -13    ③ -11    ④ -9    ⑤ -7

16. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

함수  $g(x) = x^2 + ax - 9$ 일 때, 함수  $f(x)g(x)$ 가  $x = 1$ 에서 연속이 되도록 하는 상수  $a$ 의 값은? [4점]



- ① 6    ② 7    ③ 8    ④ 9    ⑤ 10

17. 닫힌 구간  $[1, 4]$ 에서 함수  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 8$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M+m$ 의 값은? [4점]

- ① 28      ② 32      ③ 36      ④ 40      ⑤ 44

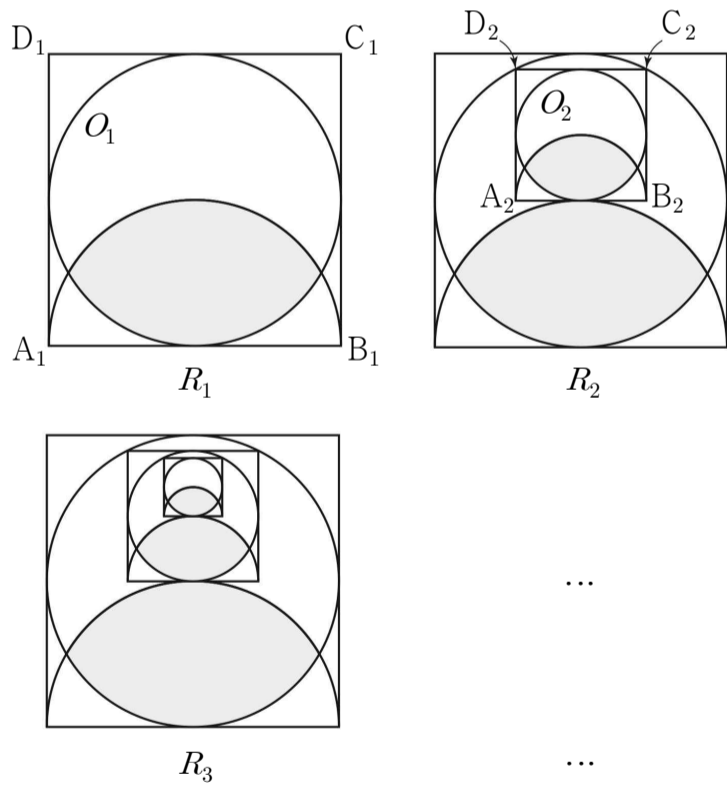
18. 다섯 개의 실수  $a, x, y, z, b$ 는 이 순서대로 등차수열을 이루고, 다섯 개의 실수  $a, p, q, r, b$ 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $ab \neq 0$ ) [4점]

< 보 기 >

- ㄱ.  $a+b=2y$   
 ㄴ.  $aprb=q^3$   
 ㄷ.  $(x+z)^2 \geq 4pr$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다.  
 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 에 내접하는 원  $O_1$ 과 선분  $A_1B_1$ 을  
 지름으로 하는 원의 위쪽 반원을 그린다.  
 원  $O_1$ 의 내부와 선분  $A_1B_1$ 을 지름으로 하는 원의 위쪽 반원의  
 내부의 공통부분인  $\odot$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  
 $R_1$ 이라 하자.  
 그림  $R_1$ 에서 원  $O_1$ 의 내부의 색칠하지 않은 부분인  $\smile$  모양의  
 도형 내부에 원  $O_1$ 의 중심을 지나고 선분  $A_1B_1$ 에 평행한 직선 위의  
 두 점  $A_2, B_2$ 와 원  $O_1$  위의 두 점  $C_2, D_2$ 를 꼭짓점으로 하는  
 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다.  
 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 에 내접하는 원  $O_2$ 과 선분  $A_2B_2$ 를 지름으로  
 하는 원의 위쪽 반원을 그린다.  
 원  $O_2$ 의 내부와 선분  $A_2B_2$ 를 지름으로 하는 원의 위쪽 반원의  
 내부의 공통부분인  $\odot$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  
 $R_2$ 라 하자.  
 그림  $R_2$ 에서 원  $O_2$ 의 내부의 색칠하지 않은 부분인  $\smile$  모양의  
 도형 내부에 그림  $R_1$ 에서 그림  $R_2$ 를 얻는 것과 같은 방법으로  
 만들어지는  $\odot$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_3$ 이라  
 하자.  
 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는  
 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{9}{4} \left( \frac{4}{3} \pi - \sqrt{3} \right)$
- ②  $\frac{5}{2} \left( \frac{4}{3} \pi - \sqrt{3} \right)$
- ③  $\frac{7}{2} \left( \frac{4}{3} \pi - \sqrt{3} \right)$
- ④  $\frac{4}{3} \left( \frac{8}{3} \pi - \sqrt{3} \right)$
- ⑤  $\frac{7}{4} \left( \frac{8}{3} \pi - \sqrt{3} \right)$

20. 전체집합  $U = \{x | x \text{는 } 21 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합  
 $X, Y$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $n(X \cup Y) = 17, n(X \cap Y) = 1$
- (나) 집합  $X$ 의 임의의 서로 다른 두 원소는  
서로 나누어떨어지지 않는다.

집합  $X$ 의 모든 원소의 합을  $S(X)$ , 집합  $Y$ 의 모든 원소의 합을  
 $S(Y)$ 라 할 때,  $S(X) - S(Y)$ 의 최댓값은? (단,  $n(X) \geq 2$ )

[4점]

- ① 140
- ② 144
- ③ 148
- ④ 152
- ⑤ 156



21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 가 있다. 실수  $t$ 에 대하여 함수  $|f(x)-t|$ 가 미분가능하지 않은 서로 다른 점의 개수를  $g(t)$ 라 할 때, 함수  $f(x), g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식  $f'(x)=0$ 의 실근은 1, 4뿐이다.
- (나) 함수  $g(t)$ 는  $t=2$ 와  $t=-25$ 에서만 불연속이다.
- (다) 방정식  $f(x)=0$ 은 4보다 큰 실근을 갖는다.

$f(-1)$ 의 값은? [4점]

- ① 41      ② 44      ③ 47      ④ 50      ⑤ 53

단답형

22.  $2^{\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{5}{4}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x)=3x-7$ 에 대하여  $f^{-1}(8)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24.  $\sum_{k=1}^{10} (k+1)^2 - \sum_{k=1}^{10} (k-1)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+k & (x \leq 2) \\ x^2+4x+6 & (x > 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $k$ 의 값을 구하시오.

[3점]

26. 실수  $x$ 에 대한 두 조건  $p, q$ 가

$$p : x^2 - 4n^2 < 0,$$

$$q : x^2 - 6x + 5 = 0$$

이다.  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 자연수  $n$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

27. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n^2} - 2\right)$ 가

수렴할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 5a_n}{n^2 + a_n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_{10}$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가)  $a_1 = 2$

(나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여 이차방정식

$x^2 - 2\sqrt{a_n}x + a_{n+1} - 3 = 0$ 이 중근을 갖는다.

29. 두 실수  $a(a \neq 0)$ ,  $b$ 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \frac{1}{3}ax^3 - bx^2 - (a-4)x - 3a^2,$$

$$g(x) = (a+b)x^2 - 2(a+2)x$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수  $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 증가하고  
방정식  $f(x)+g(x)=0$ 이 서로 다른 2개의 실근을 갖는다.

다음은 실수  $b$ 의 범위를 구하는 과정이다.

함수  $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 증가하므로  $a$ 는 양수이다.

방정식  $f'(x)=0$ 의 판별식을  $D$ 라 하면

$$D = 4b^2 + \boxed{\text{(가)}} \leq 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

방정식  $f(x)+g(x)=0$ 이 서로 다른 2개의 실근을 가지므로

$$\text{방정식 } x^3 + 3x^2 - 9x = \boxed{\text{(나)}} \text{의 서로 다른 실근의}$$

개수는 2이다.

$$h(x) = x^3 + 3x^2 - 9x \text{라 하자.}$$

함수  $h(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

$x$	...	-3	...	1	...
$h'(x)$	+	0	-	0	+
$h(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

따라서  $a = \boxed{\text{(다)}} \dots\dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서

$$-\sqrt{3} \leq b \leq \sqrt{3}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $F(a)$ ,  $G(a)$ 라 하고,  
(다)에 알맞은 수를  $k$ 라 할 때,  $F(5)+G(4)+k$ 의 값을 구하시오.

[4점]

30. 자연수  $m$ 에 대하여 집합  $A_m$ 을

$$A_m = \{ab \mid \log_2 a + \log_4 b \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수,}$$

$$a(1 \leq a \leq m) \text{은 자연수, } b = 2^k (k \text{는 정수})\}$$

라 하자.  $n(A_m) = 205$ 가 되도록 하는  $m$ 의 최댓값을 구하시오.

[4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.