

5지선다형

1. $\log_6 2 + \log_6 3$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

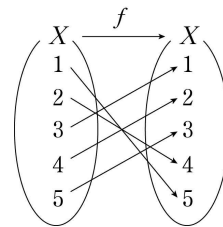
2. 첫째항이 7, 공차가 3인 등차수열의 제7항은? [2점]

- ① 24 ② 25 ③ 26 ④ 27 ⑤ 28

3. 두 집합 $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 $n(A \cap B)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 그림은 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$(f \circ f)(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 3이고 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

6. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $2g(5)=4$ 이다. $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 10 이하의 자연수 a 에 대하여 $\left(\frac{2}{a^3}\right)^{\frac{1}{2}}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

8. 자연수 x 에 대하여 명제

‘ $5 \leq x \leq 9$ 이면 $x \leq 8$ 이다.’

가 거짓임을 보여 주는 x 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

수학 영역(나형)

3

9. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여

$$A \cap X = A, X \cup (A \cup B) = A \cup B$$

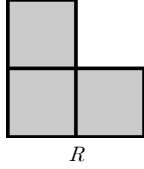
를 만족시키는 집합 X 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

10. $\log 1.44 = a$ 일 때, $2 \log 12$ 를 a 로 나타낸 것은? [3점]

- ① $a+1$ ② $a+2$ ③ $a+3$ ④ $a+4$ ⑤ $a+5$

11. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 3개로 이루어진 도형 R 가 있다.



자연수 n 에 대하여 $2n$ 개의 도형 R 를 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 만든 직사각형의 넓이를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=10}^{15} a_n$ 의 값은?

[3점]

- ① 378 ② 396 ③ 414 ④ 432 ⑤ 450

12. $x \geq -1$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \sqrt{x+1} + 1$ 과 $x \geq 1$ 에서 정의된 함수 $g(x) = (x-1)^2 - 1$ 에 대하여 $(g \circ f \circ f)(15)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

13 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{m}{5}\right)^{n+1} + 2}{\left(\frac{m}{5}\right)^n + 1} = 2$ 가 되도록 하는 자연수 m 의 개수는?

[3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

14 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$p: x \leq -5$ 또는 $x > 3,$

$q: x = \frac{2a+1}{3}$

$\sim p$ 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 정수 a 의 최솟값과 최댓값의 합은? [4점]

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

15. 자연수 n 에 대하여 $n(n-4)$ 의 세제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 하고, $n(n-4)$ 의 네제곱근 중 실수인 것의 개수를 $g(n)$ 이라 하자. $f(n) > g(n)$ 을 만족시키는 모든 n 의 값의 합은? [4점]
- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

16. 첫째항이 양수이고 공비가 -2 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^9 (|a_k| + a_k) = 66$$

일 때, a_1 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{31}$ ② $\frac{5}{31}$ ③ $\frac{7}{31}$ ④ $\frac{9}{31}$ ⑤ $\frac{11}{31}$

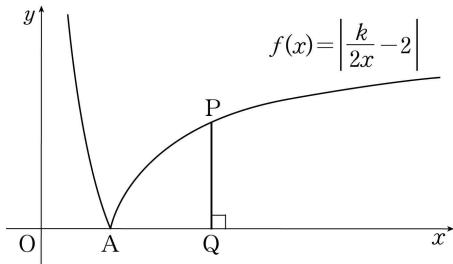
17. 자연수 k 에 대하여 함수

$$f(x) = \left| \frac{k}{2x} - 2 \right| \quad (x > 0)$$

의 그래프와 x 축의 교점을 A, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 P에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 > —
- ㄱ. 점 A의 좌표는 $(\frac{k}{4}, 0)$ 이다.
 - ㄴ. 점 P의 x 좌표가 점 A의 x 좌표보다 클 때, 선분 PQ의 길이는 2보다 작다.
 - ㄷ. 점 P의 x 좌표가 k 일 때, 삼각형 AQP의 넓이가 자연수가 되도록 하는 k 의 최솟값은 16이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



18. 자연수 n 에 대하여 원점을 지나는 직선과

곡선 $y = -(x-n)(x-n-2)$ 가 제1사분면에서 접할 때, 접점의 x 좌표를 a_n , 직선의 기울기를 b_n 이라 하자.

다음은 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

원점을 지나고 기울기가 b_n 인 직선의 방정식은 $y = b_n x$ 이다. 이 직선이 곡선 $y = -(x-n)(x-n-2)$ 에 접하므로 이차방정식 $b_n x = -(x-n)(x-n-2)$ 의 근 $x = a_n$ 은 중근이다. 그러므로 이차방정식

$$x^2 + \{b_n - 2(n+1)\}x + n(n+2) = 0$$

에서 이차식

$$x^2 + \{b_n - 2(n+1)\}x + n(n+2)$$

는 완전제곱식으로 나타내어진다. 그런데 $a_n > 0$ 이므로

$$x^2 + \{b_n - 2(n+1)\}x + n(n+2) = \{x - \sqrt{n(n+2)}\}^2$$

에서

$$a_n = \boxed{(가)}, \quad b_n = \boxed{(나)}$$

이다. 따라서 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = \boxed{(다)}$ 이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 값을 α 라 할 때, $2f(\alpha) + g(\alpha)$ 의 값은? [4점]

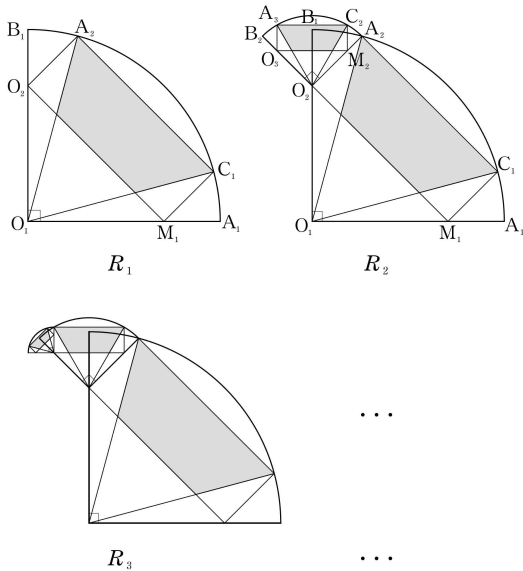
- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

수학 영역(나형)

19. 그림과 같이 중심이 O_1 , 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 $O_1A_1B_1$ 에서 두 선분 O_1A_1, O_1B_1 위에 두 점 M_1, O_2 를 각각 $\overline{O_1M_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}\overline{O_1A_1}, \overline{O_1O_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\overline{O_1B_1}$ 이 되도록 정하자. 두 점 M_1, O_2 와 호 A_1B_1 위의 두 점 C_1, A_2 를 꼭짓점으로 하는 직사각형 $O_2M_1C_1A_2$ 를 그리고, 직사각형 $O_2M_1C_1A_2$ 와 삼각형 $O_1C_1A_2$ 의 내부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 중심이 O_2 , 반지름의 길이가 $\overline{O_2A_2}$ 이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 $O_2A_2B_2$ 를 점 B_2 가 부채꼴 $O_1A_1B_1$ 의 외부에 있도록 그리고, 두 선분 O_2A_2, O_2B_2 위에 두 점 M_2, O_3 을 각각 $\overline{O_2M_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\overline{O_2A_2}, \overline{O_2O_3} = \frac{\sqrt{2}}{2}\overline{O_2B_2}$ 가 되도록 정하자. 두 점 M_2, O_3 과 호 A_2B_2 위의 두 점 C_2, A_3 을 꼭짓점으로 하는 직사각형 $O_3M_2C_2A_3$ 을 그리고, 직사각형 $O_3M_2C_2A_3$ 과 삼각형 $O_2C_2A_3$ 의 내부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{7}{6}$
- ② $\frac{4}{3}$
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{5}{3}$
- ⑤ $\frac{11}{6}$

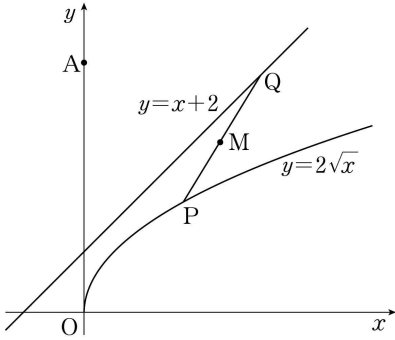
20. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 19 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 집합 A 의 모든 원소 a 에 대하여 $2a \notin A$ 이다.
- (나) 집합 A 의 모든 원소의 합은 짝수이다.

집합 A 의 원소의 개수가 최대일 때, 모든 원소의 합의 최댓값은? [4점]

- ① 124
- ② 132
- ③ 140
- ④ 148
- ⑤ 156

21. 그림과 같이 함수 $y=2\sqrt{x}$ 의 그래프 위를 움직이는 점 P와 직선 $y=x+2$ 위를 움직이는 점 Q에 대하여 선분 PQ의 중점을 M이라 하자. 점 M과 점 A(0, 8) 사이의 거리의 최솟값은? [4점]



- ① $\frac{13\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{27\sqrt{2}}{8}$ ③ $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{29\sqrt{2}}{8}$ ⑤ $\frac{15\sqrt{2}}{4}$

단답형

22. $a = 9^{11}$ 일 때, $\frac{1}{\log_a 3}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $y = \frac{2x-7}{x-3}$ 의 그래프의 점근선은 두 직선 $x = a$, $y = b$ 이다. 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + 2b_n) = 9, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n + b_n) = 90$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. $\log_x(-x^2 + 4x + 5)$ 가 정의되기 위한 모든 정수 x 의 값의 합을 구하시오. [4점]

25. 첫째항이 4인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$$

을 만족시킨다. $a_4 = 34$ 일 때, a_2 의 값을 구하시오. [3점]

27. 모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_2 = 1, \quad a_6 - a_4 = 18$$

일 때, $\frac{1}{a_1}$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 전체집합

$$U = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수가 아닌 } 30 \text{ 이하의 자연수}\}$$

의 부분집합 A 에 대하여 $n(A)=4$ 이고 집합 A 의 모든 원소의 합은 100이다. 집합 A 의 모든 원소를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 x_1, x_2, x_3, x_4 라 할 때, $x_4 - x_3 + x_2 - x_1$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

29. 자연수 m 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k 의 값의 합을 $A(m)$ 이라 하자.

3×2^m 은 첫째항이 3이고 공비가 2 이상의 자연수인 등비수열의 제 k 항이다.

예를 들어, 3×2^2 은 첫째항이 3이고 공비가 2인 등비수열의 제3항, 첫째항이 3이고 공비가 4인 등비수열의 제2항이 되므로 $A(2) = 3 + 2 = 5$ 이다. $A(200)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 정사각형의 개수를 S_n 이라 하자.

- (가) 정사각형은 한 변의 길이가 1이고 꼭짓점의 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수이다.
 (나) 연립부등식 $\frac{1}{2}x^2 < y < x^2$, $0 < x < 2n-1$ 을 만족시키는 점 (x, y) 중에는 정사각형의 내부에 있는 점이 있다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_{n+1} - S_n}{n^2}$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항
 ◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.