

제 2 교시

수학 영역(나형)

1

5지선다형

1.  $3^{-1} \times 9$ 의 값은? [2점]

- ① 3      ② 6      ③ 9      ④ 12      ⑤ 15

2. 두 집합

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{1, 3, 5\}$$

에 대하여  $n(A \cup B)$ 의 값은? [2점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+2} - 2^n}{4^n + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

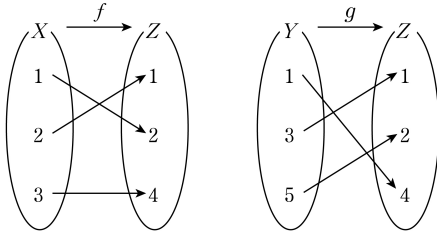
4. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4}, P(A \cap B^c) = \frac{1}{3}$$

일 때,  $P(B)$ 의 값은? (단,  $B^c$ 은  $B$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{3}{14}$       ②  $\frac{2}{7}$       ③  $\frac{5}{14}$       ④  $\frac{3}{7}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

5. 그림은 두 함수  $f: X \rightarrow Z$ ,  $g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



$(f^{-1} \circ g)(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

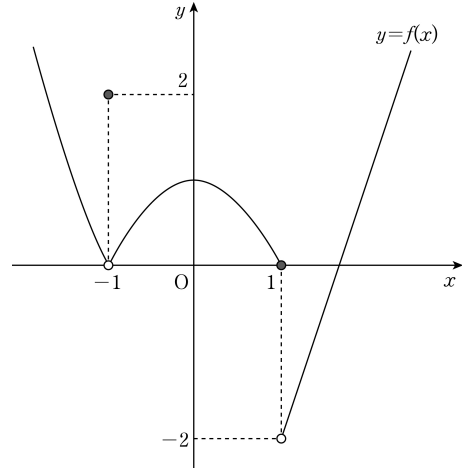
6. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 세 수  $a_1$ ,  $a_1 + a_2$ ,  $a_2 + a_3$ 이

이 순서대로 등차수열을 이룰 때,  $\frac{a_3}{a_2}$ 의 값은? (단,  $a_1 \neq 0$ )

[3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

7. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

# 수학 영역(나형)

3

8. 실수  $x$ 에 대한 두 조건

$$p: x^2 - a^2 \leq 0$$

$$q: |x - 2| \leq 5$$

에 대하여 명제  $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 양수  $a$ 의 최댓값은?

[3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_1^x f(t) dt = x^3 + ax^2 - 3x + 1$$

을 만족시킬 때,  $f(a)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

10. 어느 고등학교에서 3학년 학생 90명의 대학 탐방 활동을 계획했다. 아래 표는 해당 대학 A, B에 대한 학생들의 희망을 조사한 결과이다.

(단위: 명)

| 반  | 성별 | 대학 |    | 합계 |    |
|----|----|----|----|----|----|
|    |    | A  | B  |    |    |
| 1반 | 남  | 9  | 6  | 15 | 30 |
|    | 여  | 7  | 8  | 15 |    |
| 2반 | 남  | 12 | 8  | 20 | 30 |
|    | 여  | 6  | 4  | 10 |    |
| 3반 | 남  | 5  | 5  | 10 | 30 |
|    | 여  | 11 | 9  | 20 |    |
| 합계 |    | 50 | 40 | 90 |    |

이 90명의 학생 중에서 임의로 선택한 한 학생이 A 대학의 탐방을 희망한 학생일 때, 이 학생이 3반 여학생일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{3}{25}$       ②  $\frac{7}{50}$       ③  $\frac{9}{50}$       ④  $\frac{11}{50}$       ⑤  $\frac{6}{25}$

11. A, B를 포함한 8명의 요리 동아리 회원 중에서 요리 박람회에 참가할 5명의 회원을 임의로 뽑을 때, A 또는 B가 뽑힐 확률은? [3점]

- ①  $\frac{17}{28}$       ②  $\frac{19}{28}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④  $\frac{23}{28}$       ⑤  $\frac{25}{28}$

12. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = -t^2 + 10t$$

이다.  $t = a$ 에서의 점 P의 가속도가 0일 때, 상수  $a$ 의 값은?

[3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

13 등차수열  $\{a_n\}$ 이  $a_3 = 5$ ,  $a_6 = 11$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n})$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ③ 1      ④  $\sqrt{2}$       ⑤ 2

14 함수  $f(x) = \frac{bx}{ax+1}$ 의 정의역과 치역이 같다.

곡선  $y=f(x)$ 의 두 점근선의 교점이 직선  $y=2x+3$  위에 있을 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a$ 와  $b$ 는 0이 아닌 상수이다.) [4점]

- ①  $-\frac{2}{3}$       ②  $-\frac{1}{3}$       ③ 0      ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{2}{3}$

15. 어느 모집단의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

|          |               |               |     |   |
|----------|---------------|---------------|-----|---|
| $X$      | -2            | 0             | 1   | 계 |
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | $a$ | 1 |

이 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을  $\bar{X}$ 라 할 때,  $V(\bar{X})$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{5}{64}$       ②  $\frac{7}{64}$       ③  $\frac{9}{64}$       ④  $\frac{11}{64}$       ⑤  $\frac{13}{64}$

16. 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 2x+2 & (x < 0) \\ -x^2+2x+2 & (x \geq 0) \end{cases}$$

라 하자.

양의 실수  $a$ 에 대하여  $\int_{-a}^a f(x) dx$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 5      ②  $\frac{16}{3}$       ③  $\frac{17}{3}$       ④ 6      ⑤  $\frac{19}{3}$

17. 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} |x| \left\{ f\left(\frac{1}{x}\right) - f\left(-\frac{1}{x}\right) \right\} = a, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{x}\right) = 3$$

을 만족시킬 때,  $f(2)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

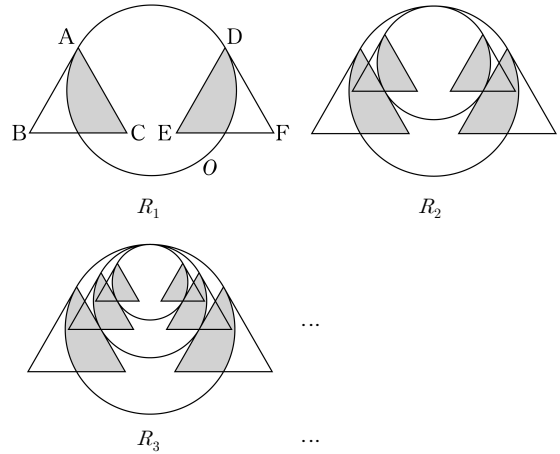
- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

18. 반지름의 길이가  $\sqrt{3}$ 인 원  $O$ 가 있다. 그림과 같이 원  $O$

위의 한 점  $A$ 에 대하여 정삼각형  $ABC$ 를 높이가 원  $O$ 의 반지름의 길이와 같고 선분  $BC$ 의 중점이 원  $O$  위의 점이 되도록 그린다. 그리고 정삼각형  $ABC$ 와 합동인 정삼각형  $DEF$ 를 점  $D$ 가 원  $O$  위에 있고 네 점  $B, C, E, F$ 가 한 직선 위에 있도록 그린다. 원  $O$ 의 내부와 정삼각형  $ABC$ 의 내부의 공통부분인  $\Delta$  모양의 도형과 원  $O$ 의 내부와 정삼각형  $DEF$ 의 내부의 공통부분인  $\Delta$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 두 선분  $AC, DE$ 에 동시에 접하고 원  $O$ 에 내접하는 원을 그린 후, 새로 그려진 원에 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는  $\Delta$  모양의 도형과  $\Delta$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $2\pi - \sqrt{3}$       ②  $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{3}$       ③  $\frac{6\pi - 3\sqrt{3}}{4}$   
 ④  $\frac{16\pi - 4\sqrt{3}}{7}$       ⑤  $\frac{18\pi - 9\sqrt{3}}{10}$

19. 점 P가 수직선 위의 원점에 놓여 있다. 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수가 6의 약수이면 점 P를 양의 방향으로 2만큼, 6의 약수가 아니면 음의 방향으로 1만큼 움직이는 시행을 반복한다. 점 P의 좌표가 9 이상 또는 -4 이하가 되거나 시행 횟수가 6회가 되면 위 시행을 멈춘다고 할 때, 점 P의 최종 위치의 좌표를 확률변수  $X$ 라 하자. 다음은 확률변수  $X$ 의 평균  $E(X)$ 를 구하는 과정이다.

위의 시행을 5회 이하로 하게 되는 경우는 6의 약수인 눈이 처음부터 연속으로 5회 나오거나 6의 약수가 아닌 눈이 처음부터 연속으로 4회 나오는 경우뿐이다. 확률변수  $X$ 가 가질 수 있는 값의 최솟값은 -4이고 최댓값은  $\boxed{\text{가}}$ 이다.

$$P(X=-4) = \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

$$P(X=-3) = \boxed{\text{나}} \times \left(\frac{2}{3}\right)^1 \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$P(X=0) = ({}_6C_2 - 1) \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

$$P(X=3) = {}_6C_3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

$$P(X=6) = {}_6C_4 \left(\frac{2}{3}\right)^4 \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$P(X=9) = \boxed{\text{다}} \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 \left(\frac{1}{3}\right)^1$$

$$P(X=\boxed{\text{가}}) = \left(\frac{2}{3}\right)^5$$

$$\text{따라서 } E(X) = \frac{1420}{243}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $a, b, c$ 라 할 때,  $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 17      ② 18      ③ 19      ④ 20      ⑤ 21

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f'\left(\frac{11}{3}\right) < 0$

(나) 함수  $f(x)$ 는  $x=2$ 에서 극댓값 35를 갖는다.

(다) 방정식  $f(x)=f(4)$ 는 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$f(0)$ 의 값은? [4점]

- ① 12      ② 13      ③ 14      ④ 15      ⑤ 16



# 수학 영역(나형)

9

21. 자연수  $n$  과 두 함수  $f(x) = \frac{1}{x-n} + n$ ,  $g(x) = \sqrt{x+n}$  에

대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 점  $P(a, b)$  의 개수를  $A_n$ 이라 하자.

- (가) 두 수  $a, b$  는 자연수이다.  
(나)  $n < a \leq 3n$ ,  $g(a) < b < f(a)$

$n \leq A_n \leq 3n$  을 만족시키는 모든  $A_n$  의 값의 합은? [4점]

- ① 22      ② 25      ③ 28      ④ 31      ⑤ 34

단답형

22.  ${}_nP_2 = 110$  을 만족시키는 자연수  $n$  의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = 4x^4 + 7x^2 + 1$  에 대하여  $f'(1)$  의 값을 구하시오.  
[3점]

24. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 가

$$A^C \cap B^C = \{1\}, \quad B^C = \{1, 5, 7\}$$

을 만족시킬 때, 집합  $A - B$ 의 모든 원소의 합을 구하시오.

[3점]

26. 함수  $y = x^3 + 2$ 의 그래프와 직선  $y = kx$ 가 만나는 교점의

개수를  $f(k)$ 라 할 때,  $\sum_{k=1}^6 f(k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = \log_2(n^2 + n)$$

일 때,  $\sum_{n=1}^{15} a_{2n+1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 확률변수  $X$ 는 평균이  $m$ , 표준편차가  $\sigma$ 인 정규분포를 따르고

$F(x) = P(X \leq x)$ 라 하자.

$m$ 이 자연수이고

$$0.5 \leq F\left(\frac{11}{2}\right) \leq 0.6915, \quad F\left(\frac{13}{2}\right) = 0.8413$$

일 때,  $F(k) = 0.9772$ 를 만족시키는 상수  $k$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [4점]

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 0.5 | 0.1915               |
| 1.0 | 0.3413               |
| 1.5 | 0.4332               |
| 2.0 | 0.4772               |

28. 다음 조건을 만족시키는 세 자연수  $a, b, c$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

(가)  $abc = 180$

(나)  $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$

29. 자연수  $n$ 에 대하여 좌표평면 위의 점  $P_n$ 의 좌표를  $(n, an-a)$ 라 하자. 두 점  $Q_n, Q_{n+1}$ 에 대하여 점  $P_n$ 이 삼각형  $Q_n Q_{n+1} Q_{n+2}$ 의 무게중심이 되도록 점  $Q_{n+2}$ 를 정한다. 두 점  $Q_1, Q_2$ 의 좌표가 각각  $(0, 0), (1, -1)$ 이고 점  $Q_{10}$ 의 좌표가  $(9, 90)$ 이다. 점  $Q_{13}$ 의 좌표를  $(p, q)$ 라 할 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $a > 1$ ) [4점]

30. 함수  $f(x) = |3x-9|$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}f(x+k) & (x < 0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 모든  $h(k)$ 의 값의 합을 구하시오. (단,  $k > 0$ )

[4점]

- (가) 함수  $g(x)h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.  
 (나)  $h'(3) = 15$

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.