2006년도 9월 고1 전국연합학력평가
정답 및 해설

• 수리 영역 •

정 답

1	③	2	④	3	⑤	4	①	5	④	6	③	7	②	8	⑤
9	②	10	①	11	④	12	⑤	13	②	14	①	15	④	16	③
17	⑤	18	①	19	③	20	③	21	④	22	80	23	213	24	117
25	29	26	12	27	64	28	29	29	105	30	23				

해 설

1. **[출제의도] 이중근호를 계산할 수 있는가를 묻는 문항이다.**

$\sqrt{3+2\sqrt{2}}+\sqrt{3-2\sqrt{2}}$

$=(\sqrt{2}+1)+(\sqrt{2}-1)=2\sqrt{2}$

2. **[출제의도] 분수식을 계산하여 주어진 식을 간단히 할 수 있는가를 묻는 문항이다.**

분모, 분자에 x^2 을 곱하여 간단히 하면

$$\frac{x-\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x^2}}=\frac{x^3-x}{x^2-1}=\frac{x(x^2-1)}{x^2-1}=x$$

3. **[출제의도] 이차부등식을 풀 수 있는가를 묻는 문항이다.**

$x^2-4x+2 \leqq 2x-3$ 에서

$x^2-6x+5 \leqq 0$

$(x-1)(x-5) \leqq 0$

$1 \leqq x \leqq 5$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 $1, 2, 3, 4, 5$ 의 5 개이다.

4. **[출제의도] 근을 대입하여 삼차방정식의 계수를 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.**

$x=2$ 가 $x^3+x^2+ax-8=0$ 의 근이므로

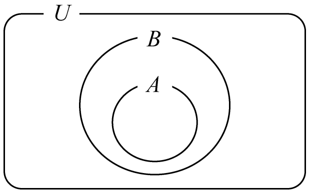
$2^3+2^2+2a-8=0$

$2a+4=0$

$\therefore\ a=-2$

5. **[출제의도] 집합의 기본연산 결과에 따른 두 집합 사이의 포함관계를 이해하는 문항이다.**

$A\cup B=B$ 를 만족하는 A , B 를 벤다이어그램으로 나타내면 그림과 같다.



따라서 보기 중 $A\cup B=B$ 이기 위한 필요충분조건은 $A^c \supset B^c$ 이다.

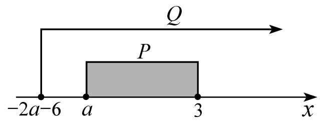
[참고]

$A\cup B=B$ 가 성립하기 위한 필요충분조건들은

$A\subset B$, $A^c\supset B^c$, $A\cap B=A$, $A-B=\varnothing$, $B\cup A^c=U$ 등이 있다.

6. **[출제의도] 명제 $p \to q$ 가 참이 되도록 하는 조건을 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.**

조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하면 다음과 같이 수직선으로 나타낼 수 있다.



$-2a-6 \leqq a$

$\therefore\ a \geqq -2$

따라서 상수 a 의 최소값은 -2 이다.

7. **[출제의도] 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 미정계수의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.**

$x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 a , b 이므로

$a+b=-a$, $ab=b$

두 식을 연립하여 풀면

$a=1$, $b=-2$

$\therefore\ a^2+b^2=5$

[오답풀이]

$x=a$ 를 대입하면 $2a^2+b=0$ $\therefore$ $b=-2a^2$ $\cdots$ ㉠

$x=b$ 를 대입하면 $b^2+ab+b=0$ $\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하여 풀면

$a=1$, $b=-2$ 또는 $a=-\frac{1}{2}$, $b=-\frac{1}{2}$

그런데 $a=-\frac{1}{2}$, $b=-\frac{1}{2}$ 일 때 $x^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}=0$ 의 두 근은 $x=-\frac{1}{2}$ 과 $x=1$ 이므로 a, b 는 $x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 아니다.

8. **[출제의도] 절대값을 포함한 일차부등식을 풀 수 있는가를 묻는 문항이다.**

$$\begin{aligned}|2x-1|\leqq a\ &\Leftrightarrow\ -a \leqq 2x-1 \leqq a\\ &\Leftrightarrow\ -a+1 \leqq 2x \leqq a+1\\ &\Leftrightarrow\ \frac{-a+1}{2} \leqq x \leqq \frac{a+1}{2}\\ &\Leftrightarrow\ b \leqq x \leqq 3\end{aligned}$$

$\frac{-a+1}{2}=b,\ \frac{a+1}{2}=3$ 에서

$-a+1=2b,\ a+1=6$

두 식을 연립하여 풀면

$\therefore a=5,\ b=-2$

$\therefore a+b=3$

9. **[출제의도] 좌표평면에서 선분의 내분점을 구할 수 있는가를 묻

는 문항이다.

선분 AB 를 $t:(1-t)$ 로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{t\cdot 6+(1-t)\cdot(-2)}{t+(1-t)},\ \frac{t\cdot(-3)+(1-t)\cdot 5}{t+(1-t)}\right)=(8t-2,\ 5-8t)$$

이 점이 제1 사분면에 있을 때

$8t-2>0,\ 5-8t>0$

$\therefore\ \frac{1}{4}<t<\frac{5}{8}$

10. [출제의도] 주어진 자료를 이해하여 표준편차를 비교할 수 있는가를 묻는 문항이다.

그래프에서 강수량이 평균을 중심으로 가장 많이 흩어져 있는 도시는 서울이고, 가장 적게 흩어져 있는 도시는 뉴욕이다.

따라서 표준편차가 큰 도시부터 차례로 나열하면 서울, 도쿄, 뉴욕이다.

[참고]

실제로 서울, 도쿄, 뉴욕의 표준편차는 각각 약 112.8 , 49.3 , 9.5 이다.

[오답풀이]

주어진 그래프를 도수분포다각형으로 착각하여 서울이 표준편차가 가장 작은 도시로 오해할 수 있으나, 이 그래프는 가로축이 변량, 세로축이 도수를 나타내는 것이 아니다.

11. [출제의도] 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하여 주어진 식의 최소값을 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.

$x^2-2x+a=0$ 이 허근을 가지므로

$\frac{D}{4}=1-a<0$ 에서 $a-1>0$ 이다.

산술평균과 기하평균의 관계에서

$$a-1+\frac{4}{a-1}\ \geq\ 2\sqrt{(a-1)\times\frac{4}{(a-1)}}=4$$

(단, 등호는 $a=3$ 일 때 성립한다.)

따라서 $a-1+\frac{4}{a-1}$ 의 최소값은 4 이다.

12. [출제의도] 주어진 조건을 이용하여 두 다항식의 최대공약수와 최소공배수를 추론할 수 있는가를 묻는 문항이다.

(나)와 $x(x-1)$ 의 최소공배수가 $x(x-1)(x+1)(x+2)$ 이므로 (나)는 $(x+1)(x+2)$ 를 인수로 갖는다.

(가)와 $x(x-1)(x-2)$ 의 최대공약수가 $x(x-1)$ 이므로 (가)에는 $x(x-1)$ 이라는 인수가 있다.

따라서 $x(x+1)(x-2)(x+2)$ 와 (가)의 최대공약수인 (나)는 x 를 인수로 갖고, $x-1$ 을 인수로 갖지 않는다.

그러므로 (나)에 알맞은 식은 $x(x+1)(x+2)$ 이다.

[참고]

두 다항식 A , B 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 G, L 이라 하면 $A=aG$, $B=bG$ (a, b 는 서로소)이고

$L=abG$, $AB=GL$ 이 성립한다.

13. [출제의도] 삼차방정식의 허근이 주어졌을 때 켤레근 사이의 관계를 추론할 수 있는가를 묻는 문항이다.

ㄱ. $x^3+1=(x+1)(x^2-x+1)=0$ 에서 α 는 이차방정식 $x^2-x+1=0$ 의 근이므로 $\alpha^2-\alpha+1=0$ (참)

ㄴ. α 가 $x^2-x+1=0$ 의 근이므로 $\overline{\alpha}$ 도 근이 된다.
근과 계수의 관계에서
$\alpha+\overline{\alpha}=\alpha\overline{\alpha}=1$ (참)

ㄷ. α , $\overline{\alpha}$ 가 방정식 $x^3+1=0$ 의 근이므로
$\alpha^3=(\overline{\alpha})^3=-1$
$\therefore\ \alpha^3+(\overline{\alpha})^3=-2$
한편, $\alpha+\overline{\alpha}=\alpha\overline{\alpha}=1$ 이므로
$\alpha^2+(\overline{\alpha})^2=(\alpha+\overline{\alpha})^2-2\alpha\overline{\alpha}=1-2=-1$
$\therefore\ \alpha^3+(\overline{\alpha})^3\neq\alpha^2+(\overline{\alpha})^2$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

[다른 풀이]

ㄷ. $\alpha^3+(\overline{\alpha})^3=(\alpha+\overline{\alpha})\{\alpha^2-\alpha\overline{\alpha}+(\overline{\alpha})^2\}$
$\qquad=\alpha^2+(\overline{\alpha})^2-1\neq\alpha^2+(\overline{\alpha})^2$

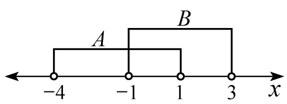
14. [출제의도] 이차부등식을 풀어 집합의 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문항이다.

$A=\{x\mid -4<x<1\}$

$A\cup B=\{x\mid -4<x<3\}$

$A\cap B=\{x\mid -1<x<1\}$

수직선을 이용하면



$B=\{x\mid x^2+ax+b<0\}=\{x\mid -1<x<3\}$

이므로 $x^2+ax+b=(x+1)(x-3)=x^2-2x-3$ 이다.

$a=-2$, $b=-3$ 이므로 $a+b=-5$ 이다.

15. [출제의도] 켤레복소수의 성질을 증명할 수 있는가를 묻는 문항이다.

복소수 $z=a+bi$ (a, b 는 실수, $i=\sqrt{-1}$)가 허수이므로

$$\boxed{b \neq 0}$$

$z' = x + yi$ (x, y 는 실수)로 놓으면

$z + z' = (a+x) + (b+y)i = 0$ 이 실수이므로

$\boxed{b + y = 0}$ … ㉠

또, $zz' = (ax - by) + (ay + bx)i$ 도 실수이므로

$\boxed{ay + bx = 0}$ … ㉡

㉠에서 $y = -b$ 이고, 이것을 ㉡에 대입하면

$-ab + bx = 0$ $\quad\therefore\ b(-a+x) = 0$

그런데 $b \neq 0$ 이므로 $-a + x = 0$ $\quad\therefore\ x = a$

따라서 $z' = x + yi = a - bi$ 이므로 z 의 켤레복소수이다.

[오답풀이]

복소수 $z = a + bi$ 가 허수이면 $a = 0$ 으로 착각하기 쉬우나 $a = 0$, $b = 0$ 이면 z 는 실수가 된다.

16. [출제의도] 주어진 유리식에서 문자 사이의 관계를 추론할 수 있는가를 묻는 문항이다.

ㄱ. $a = 3f$ 이면 $\dfrac{1}{3f} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{f}$ 에서

$b + 3f = 3b$ $\quad\therefore\ b = \dfrac{3}{2}f$ (참)

ㄴ. 물체와 상의 크기가 같으면 $a = b$ 이므로

$\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{a} = \dfrac{1}{f}$ $\quad\therefore\ a = 2f$ (참)

ㄷ. (반례) $a = \dfrac{3}{2}f$ 이면 $\dfrac{1}{\frac{3}{2}f} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{f}$ 에서 $b = 3f$ 이다.

따라서 물체와 상의 크기의 비는 $\dfrac{3}{2}f : 3f = 1 : 2$ 이므로

상의 크기는 물체의 크기의 2 배이다. (거짓)

그러므로 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

17. [출제의도] 방정식을 풀어 두 집합의 합집합의 원소를 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.

$A \cap B = \{2\}$ 이므로

$A = \{1, a^3 - 3a\}$ 에서 $a^3 - 3a = 2$, $(a+1)^2(a-2) = 0$

$\therefore\ a = -1$ 또는 $a = 2$

(i) $a = -1$ 일 때,

$B = \{a+2, a^2 - a\} = \{1, 2\}$ 이므로 적당하지 않다.

(ii) $a = 2$ 일 때,

$B = \{a+2, a^2 - a\} = \{2, 4\}$ 이므로 적당하다.

(i), (ii)에서 $a = 2$ 이고 $A \cup B = \{1, 2, 4\}$ 이다.

따라서 $A \cup B$ 의 모든 원소의 합은 7 이다.

18. [출제의도] 주어진 입체의 부피를 다항식으로 나타내고 이를 인수분해할 수 있는가를 묻는 문항이다.

구하는 입체의 부피는 원래의 정육면체의 부피에서 구멍 부분의 부피를 빼면 된다.

구멍 부분의 부피는 밑면이 한 변의 길이가 y 인 정사각형이고 높이가 x 인 정사각기둥 3 개의 부피에서 중복된 부분인 한 모서리의 길이가 y 인 정육면체의 부피를 두 번 빼면 된다.

따라서 구멍 부분의 부피가 $3xy^2 - 2y^3$ 이므로

구하는 입체의 부피는 $x^3 - (3xy^2 - 2y^3) = x^3 - 3xy^2 + 2y^3$ 이다.

$x = y$ 일 때 이 식의 값이 0 이 되므로 $x - y$ 가 인수이다.

조립제법에 의하여 인수분해하면

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 0 & -3 & 2 \\ & & 1 & 1 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore\ x^3 - 3xy^2 + 2y^3 &= (x-y)(x^2 + xy - 2y^2) \\ &= (x-y)^2(x+2y) \end{aligned}$$

19. [출제의도] 주어진 자료에서 평균과 분산을 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.

모둠 2의 학생들이 읽은 책의 권수의 평균은 $\dfrac{6+6+3+1}{4} = 4$ 이고

분산은

$$\frac{(6-4)^2 + (6-4)^2 + (3-4)^2 + (1-4)^2}{4} = \frac{4+4+1+9}{4} = \frac{9}{2}$$

한편, 모둠 1의 학생들이 읽은 책의 권수의 평균이 모둠 2의 학생들이 읽은 책의 권수의 평균과 같으므로

$\dfrac{7 + x + y + 2}{4} = 4$

$\therefore\ x + y = 7$ … ㉠

모둠 1의 학생들이 읽은 책의 권수의 분산이 $\dfrac{9}{2}$ 보다 작으므로

$$\frac{(7-4)^2 + (x-4)^2 + (y-4)^2 + (2-4)^2}{4} < \frac{9}{2}$$

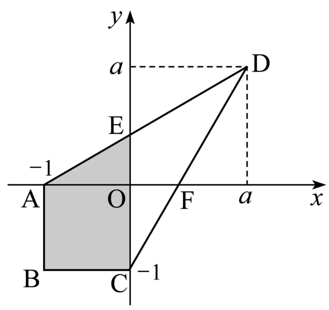
$\therefore (x-4)^2 + (y-4)^2 < 5$ … ㉡

㉠, ㉡을 모두 만족하는 정수 x, y 는

$x = 3$, $y = 4$ 또는 $x = 4$, $y = 3$

따라서 $xy = 12$ 이다.

20. [출제의도] 내분점을 이용하여 주어진 도형의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.



선분 AD 와 y 축의 교점을 E, 선분 CD 와 x 축의 교점을 F 라 하자.

이때, 점 E 가 선분 AD 를 $m : n$으로 내분한다면

$\mathrm{E}\left(\dfrac{ma + n(-1)}{m+n}, \dfrac{ma}{m+n}\right)$

$\dfrac{ma + n(-1)}{m+n} = 0$ 에서 $n = ma$, 즉 $\mathrm{E}\left(0, \dfrac{a}{a+1}\right)$ 이다.

이때 사다리꼴 ABCE의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times \left\{1 + \left(\dfrac{a}{a+1} + 1\right)\right\} \times 1$

삼각형 CDE의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times \left(\dfrac{a}{a+1} + 1\right) \times a$

두 도형의 넓이가 같으므로

$\dfrac{1}{2} \times \dfrac{3a+2}{a+1} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{2a+1}{a+1} \times a$

$3a + 2 = 2a^2 + a$, $a^2 - a - 1 = 0$

$\therefore\ a = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$ ($\because\ a > 0$)

[다른 풀이]

$\triangle\mathrm{AOE} = \triangle\mathrm{COF}$ 이므로 $\square\mathrm{ABCO} = \square\mathrm{OFDE}$ 이다.

따라서 $\triangle\mathrm{ODE} = \dfrac{1}{2}\square\mathrm{ABCO} = \dfrac{1}{2}$ 이다.

점 D에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 하자.

점 E의 좌표를 $(0, k)$라 하면

$\triangle\mathrm{AOE} \backsim \triangle\mathrm{DHE}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AO}} : \overline{\mathrm{DH}} = \overline{\mathrm{OE}} : \overline{\mathrm{HE}}$ 에서

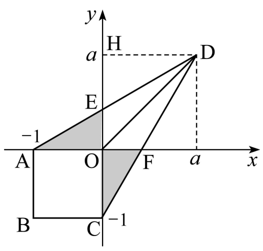
$1 : a = k : (a-k)$, $ak = a - k$

$k = \dfrac{a}{a+1}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ODE} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{a}{a+1} \times a = \dfrac{1}{2}$

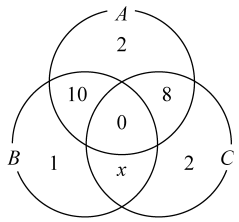
$\dfrac{a^2}{a+1}=1$ 에서 $a^2-a-1=0$ 이므로

$\therefore\ a=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ ($\because\ a>0$)



21. [출제의도] 주어진 상황을 집합으로 나타내고 이를 통해 유한집합의 원소의 개수를 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.

주어진 상황을 벤다이어그램으로 나타내면



$\therefore\ x=35-(2+1+2+10+8)=12$

이때, A가 얻은 표는 $2+10+8=20$

B가 얻은 표는 $1+10+12=23$

C가 얻은 표는 $2+8+12=22$

따라서 표를 많이 얻은 후보의 순서는 B, C, A 이다.

22. [출제의도] 곱셈공식을 이용하여 주어진 식의 값을 계산할 수 있는가를 묻는 문항이다.

$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=5^3-3\times3\times5=80$

23. [출제의도] 두 복소수가 서로 같을 조건을 이해하고 있는가를 묻는 문항이다.

양변에 $(1-i)(1+i)$를 곱하여 정리하면

$x(1+i)+y(1-i)=2(12-9i)$

$(x+y)+(x-y)i=24-18i$

두 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$x+y=24,\ x-y=-18$

$\therefore\ x=3,\ y=21$

$\therefore\ x+10y=3+10\cdot21=213$

24. [출제의도] 나머지정리와 조립제법을 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.

$f(x)=x^3-ax+9$로 놓자.

$f(x)$를 $x-2$로 나누었을 때 나머지가 3이므로 나머지 정리에 의해

$f(2)=2^3-2a+9=3$

$\therefore\ a=7$

조립제법을 이용하여 $f(x)=x^3-7x+9$를 $x-2$로 나눌 때의 몫 $Q(x)$를 구하면

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & 0 & -7 & 9 \\ & & 2 & 4 & -6 \\ \hline & 1 & 2 & -3 & \boxed{3} \end{array}$$

$x^3-7x+9=(x-2)(x^2+2x-3)+3$

$\therefore\ Q(x)=x^2+2x-3$

따라서 $Q(10)=10^2+2\cdot10-3=117$ 이다.

25. [출제의도] 항등식의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문항이다.

$x^2-3x+6=a(x-1)(x-2)+b(x-2)(x-3)+c(x-3)(x-1)$에서

$x=1$ 을 대입하면 $1^2-3\cdot1+6=2b$ 에서 $b=2$

$x=2$ 를 대입하면 $2^2-3\cdot2+6=-c$ 에서 $c=-4$

$x=3$ 을 대입하면 $3^2-3\cdot3+6=2a$ 에서 $a=3$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=9+4+16=29$

[다른 풀이]

우변을 전개하면

$(a+b+c)x^2-(3a+5b+4c)x+2a+6b+3c$ 에서

$a+b+c=1$, $3a+5b+4c=3$, $2a+6b+3c=6$

위의 식을 연립하여 풀면

$a=3$, $b=2$, $c=-4$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=9+4+16=29$

26. [출제의도] 편차의 성질을 이용하여 주어진 자료에서 분산을 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.

수학 점수의 편차의 합은 0 이므로

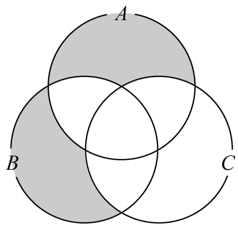
$-3+x-5+3+1=0\quad\therefore\ x=4$

따라서 수학 점수의 분산은

$\dfrac{(-3)^2+4^2+(-5)^2+3^2+1^2}{5}=\dfrac{60}{5}=12$

27. [출제의도] 특정한 원소를 갖는 부분집합의 개수를 추론할 수 있는가를 묻는 문항이다.

$A\cup C=B\cup C$이려면 벤다이어그램에서 어두운 부분에 속하는 원소가 없어야 한다.



즉, $A-B\subset C, B-A\subset C$이므로 C는 $\{1,5,6,7\}$을 포함하는 U의 부분집합이다.

따라서 구하는 집합 C의 개수는

$2^{10-4}=2^6=64$

[참고]

$n(A)=k$ 일 때,

(1) A 의 부분집합의 개수는 2^k 이다.

(2) A 의 특정한 원소 m 개를 갖는 A 의 부분집합의 개수는 2^{k-m} 이다. (단, $m\leqq k$)

28. [출제의도] 두 이차방정식을 동시에 만족하는 근을 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.

두 이차방정식을 동시에 만족하는 근을 α라 하면

$9\alpha^2+a\alpha+20=0$ … ㉠

$20\alpha^2+a\alpha+9=0$ … ㉡

㉠−㉡에서 $-11(\alpha^2-1)=0$이므로 $\alpha=1$ 또는 $\alpha=-1$ 이다.

$\alpha=1$ 이면 $9+a+20=0\quad\therefore\ a=-29$

$\alpha=-1$ 이면 $20-a+9=0\quad\therefore\ a=29$

$a>0$ 이므로 $a=29$이다.

[다른 풀이]

$9x^2+ax+20=0$ 의 두 근이 α , β 이면

$20x^2+ax+9=0$ 의 두 근은 $\dfrac{1}{\alpha}$, $\dfrac{1}{\beta}$ 이다.

그런데 $\alpha\beta=\dfrac{20}{9}\neq1$ 이므로 두 방정식을 동시에 만족하는 근은 $\alpha=\dfrac{1}{\alpha}$ 이다. 따라서 $\alpha=1$ 또는 $\alpha=-1$ 이다.

$\alpha=1$ 이면 $9+a+20=0\quad\therefore\ a=-29$

$\alpha=-1$ 이면 $20-a+9=0\quad\therefore\ a=29$

$a>0$ 이므로 $a=29$이다.

29. [출제의도] 비례식을 이용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있는 가를 묻는 문항이다.

높이가 같은 삼각형의 넓이는 밑변의 길이에 비례하므로

$18 : 45 = 42 : S$

$45 \times 42 = 18 \times S$

$\therefore\ S = 105$

[다른 풀이]

네 선분 AE, BE, CE, DE 의 길이를 각각 a, b, c, d 라 놓으면

$\frac{1}{2}ab = 18$, $\frac{1}{2}ad = 45$, $\frac{1}{2}bc = 42$, $\frac{1}{2}cd = S$

$\therefore\ \frac{1}{4}abcd = 18 \times S = 45 \times 42$

$\therefore\ S = 105$

30. **[출제의도] 실생활의 상황을 비례식으로 표현하고 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문항이다.**

A가 부칠 수하물의 무게가 26kg이고 B가 부칠 수하물의 무게가 27kg이므로 두 사람이 부칠 수하물의 무게의 합은 53kg이다.

이 수하물을 A 혼자서 모두 부칠 때의 초과 무게는 $(53-a)$ kg이고, 각자 자신의 수하물을 부칠 때의 초과 무게의 합은 $(53-2a)$ kg이다.

그런데 초과 무게에 대해 부과되는 1 kg 당 요금은 일정하므로

$(53-a) : 30 = (53-2a) : 7$

$(53-a) \times 7 = 30 \times (53-2a)$

$7 \cdot 53 - 7a = 30 \cdot 53 - 60a$

$53a = 23 \cdot 53$

$\therefore\ a = 23$

따라서 운송 요금을 내지 않고 부칠 수 있는 수하물의 무게는 23kg이다.