2006학년도 전국연합학력평가
정답 및 해설 (고1)

• 2교시 수리 영역 •

1	⑤	**2**	④	**3**	④	**4**	③	**5**	①	**6**	④	**7**	④	**8**	②
9	②	**10**	⑤	**11**	②	**12**	①	**13**	③	**14**	⑤	**15**	②	**16**	①
17	⑤	**18**	⑤	**19**	③	**20**	③	**21**	①	**22**	8	**23**	3	**24**	5
25	4	**26**	13	**27**	12	**28**	24	**29**	31	**30**	130				

1. [출제의도] 명제의 참 거짓 판별하기

[해설] $Q \subset P$이므로 명제 $q \to p$는 항상 참이다.

따라서, 명제의 대우 $\sim p \to \sim q$도 항상 참이다.

2. [출제의도] 무리식의 값 계산하기

[해설] $ab = (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) = 1$

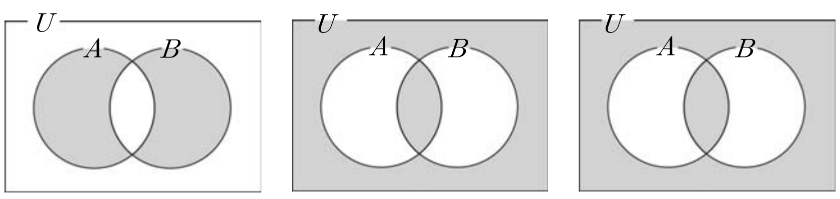
$b-a = (\sqrt{2}+1)-(\sqrt{2}-1) = 2$

따라서, $\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b} = \dfrac{b-a}{ab} = \dfrac{2}{1} = 2$

3. [출제의도] 집합의 연산 표현방법 이해하기

[해설] <보기>의 ㄱ, ㄴ, ㄷ을 벤 다이어그램으로 나타내면

ㄱ　　　ㄴ　　　ㄷ



따라서, ㄴ, ㄷ이 참이다.

[별해] ㄱ. $(A \cup B)-(A \cap B) = (A-B) \cup (B-A)$

ㄴ. $(A \cap B) \cup (A \cup B)^C = \{(A \cap B)^C \cap (A \cup B)\}^C$

$= \{(A \cup B)-(A \cap B)\}^C = \{(A-B) \cup (B-A)\}^C$

ㄷ. $(A \cup B^C) \cap (B \cup A^C) = (A^C \cap B)^C \cap (B^C \cap A)^C$

$= (B-A)^C \cap (A-B)^C = \{(A-B) \cup (B-A)\}^C$

따라서, ㄴ, ㄷ이 참이다.

4. [출제의도] 두 직선의 평행조건 구하기

[해설] 두 직선이 서로 평행하므로 $\dfrac{1}{k} = \dfrac{k}{2k+3} \neq \dfrac{-1}{-3}$이어야 한다.

$2k+3 = k^2 \;\Rightarrow\; k^2-2k-3 = 0$

$\Rightarrow\; (k+1)(k-3) = 0 \quad \therefore k = 3,\ -1$

따라서, 평행한 경우는 $k=-1$($k=3$일 경우는 두 직선이 일치)

5. [출제의도] 복소수 계산하기

[해설] $\dfrac{2}{z} = \dfrac{2}{1+i} = 1-i$이므로 $\left(z-\dfrac{2}{z}\right)^2 = (2i)^2 = -4$

6. [출제의도] 다항식의 계수의 합 구하기

[해설] $(ax-1)^3 = a^3x^3-3a^2x^2+3ax-1$이므로

모든 항의 계수의 합은 $a^3-3a^2+3a-1 = 64$

$\Rightarrow\; a^3-3a^2+3a-65 = 0$

$\Rightarrow\; (a-5)(a^2+2a+13) = 0$

따라서, 만족하는 실수 $a = 5$

[별해] 다항식 $f(x)$의 모든 항의 계수의 합은 $f(1)$과 같으므로

$(ax-1)^3$ 의 모든 항의 계수의 합은 $(a-1)^3$이다.

$(a-1)^3 = 64$

따라서, 만족하는 실수 $a = 5$

7. [출제의도] 약수와 배수의 성질을 활용하여 서로소 관계 이해하기

[해설] 귀류법을 이용하여 증명하고자 하므로

'2006과 $2006-n$이 $\boxed{\text{서로소가 아니다.}}$'라고 가정하면

2006과 $2006-n$은 $\boxed{2}$ 이상의 공약수가 존재한다.

$2006 = at$, $2006-n = bt$ (a, b, t는 자연수, $t \geq 2$)라 하면

$n = (\boxed{a-b}) \times t$이므로 t는 2006과 n의 공약수이다.

이것은 '2006과 n이 서로소이다.'에 모순이므로

2006과 $2006-n$도 서로소이다.

8. [출제의도] 다항식의 인수분해 하기

[해설] $xy(x+y)-yz(y+z)-zx(z-x)$

$= (y+z)x^2+(y^2-z^2)x-yz(y+z) = (y+z)\{x^2+(y-z)x-yz\}$

$= (y+z)(x+y)(x-z) = (x+y)(y+z)(x-z)$

9. [출제의도] 원의 방정식 구하기

[해설] 원의 중심의 좌표는 $\left(\boxed{\dfrac{x_1+x_2}{2}},\ \boxed{\dfrac{y_1+y_2}{2}}\right)$이고

반지름의 길이는 $\dfrac{1}{2}\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ 이므로

원의 방정식은 $\left(x-\boxed{\dfrac{x_1+x_2}{2}}\right)^2+\left(y-\boxed{\dfrac{y_1+y_2}{2}}\right)^2$

$= \dfrac{1}{4}\{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2\}$

$\Rightarrow\; x^2-(x_1+x_2)x+\dfrac{1}{4}(x_1+x_2)^2+y^2-(y_1+y_2)y+\dfrac{1}{4}(y_1+y_2)^2$

$= \dfrac{1}{4}(x_2-x_1)^2+\dfrac{1}{4}(y_2-y_1)^2$

$\Rightarrow\; x^2-(x_1+x_2)x+x_1x_2+y^2-(y_1+y_2)y+y_1y_2 = 0$

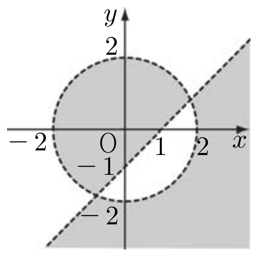
따라서, $(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2) = \boxed{0}$ 이다.

10. [출제의도] 부등식의 영역 구하기

[해설] $(x^2+y^2-4)(x-y-1)>0$

$\Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2-4>0 \\ x-y-1>0 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x^2+y^2-4<0 \\ x-y-1<0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2>4 \\ y<x-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x^2+y^2<4 \\ y>x-1 \end{cases}$



(단, 점선으로 된 경계는 영역에 포함되지 않는다.)

11. [출제의도] 다항식의 최대공약수 구하기

[해설] 다항식 $x^3-x=x(x-1)(x+1)$, $x^2+(a+1)x+a=(x+1)(x+a)$ 에서 이차의 최대공약수는 $(x+1)(x+a)$이다.

$\therefore$ $x+a=x$ 또는 $x+a=x-1$

$\Rightarrow$ $a=0$ 또는 $a=-1$

따라서, 모든 a의 값의 합은 -1

12. [출제의도] 부분집합의 개수 구하기

[해설] $A\cap X=X$, $(A-B)\cup X=X$에서 $(A-B)\subset X\subset A$이므로

$\{1, 2\}\subset X\subset\{1, 2, 3, 4, 5\}$이다.

1, 2를 포함하는 A의 부분집합 중 모든 원소의 합이 3의 배수가 되는 것은

$\{1, 2\}$, $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 2, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 4, 5\}$의 4개

13. [출제의도] 복소수의 성질 이해하기

[해설] $z=x+yi$(x, y는 실수)일 때, $z^2=x^2-y^2+2xyi$에서

z^2이 음의 실수가 되려면 $x=0$, $y\neq 0$이다.

복소수 $(a^2+3a+2)+(a^2+2a)i$가 순허수이어야 하므로

$a^2+3a+2=0$이고 $a^2+2a\neq 0$

$\therefore$ $a=-1$

14. [출제의도] 복소수의 연산에 대한 성질 이해하기

[해설] $x^2+x+1=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha\beta=1$, $\alpha^3=\beta^3=1$, $\alpha^2=\beta$, $\beta^2=\alpha$

ㄱ. S는 곱셈에 대하여 닫혀 있다. (참)

$\times$	1	α	β
1	1	α	β
α	α	β	1
β	β	1	α

ㄴ. S는 나눗셈에 대하여 닫혀 있다. (참)

$\div$	1	α	β
1	$\frac{1}{1}=1$	$\frac{1}{\alpha}=\beta$	$\frac{1}{\beta}=\alpha$
α	$\frac{\alpha}{1}=\alpha$	$\frac{\alpha}{\alpha}=1$	$\frac{\alpha}{\beta}=\beta$
β	$\frac{\beta}{1}=\beta$	$\frac{\beta}{\alpha}=\alpha$	$\frac{\beta}{\beta}=1$

ㄷ. S에서 α의 곱셈에 대한 역원은 β이다. (참)

곱셈에 대한 항등원은 1이고 $\alpha\beta=1$이므로 α의 곱셈에 대한 역원은 β이다.

15. [출제의도] 절대부등식의 성질 이해하기

[해설] $\triangle$ABC 에서 $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$, $\overline{AB}=c$라 하면

$S_1=a^2$, $S_2=b^2$, $S_3=c^2$이고,

$a+b+c=12$이다.

여기에서 $(1^2+1^2+1^2)(a^2+b^2+c^2)\geq(a+b+c)^2=12^2$이 성립한다.

$\frac{a}{1}=\frac{b}{1}=\frac{c}{1}$ $(a=b=c=4)$일 때,

$a^2+b^2+c^2$의 값이 최소이므로

$\triangle$ABC 의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2=4\sqrt{3}$

16. [출제의도] 조건을 이용하여 이차식 구하기

[해설] $x^2+x-3=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha+\beta=-1$, $\alpha\beta=-3$, $\alpha^2+\alpha=3$이다.

$f(x)=x^2+ax+b$라 하면

$f(\alpha)=\alpha^2+a\alpha+b=1$ …… ①

$f(\beta)=\beta^2+a\beta+b=1$ …… ②

①$-$②에서 $\alpha^2-\beta^2+a\alpha-a\beta=0$

$\Rightarrow$ $(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)+a(\alpha-\beta)=0$

$\Rightarrow$ $(\alpha-\beta)(\alpha+\beta+a)=0$

$\Rightarrow$ $\alpha\neq\beta$이므로 $\alpha+\beta+a=0$

$\therefore$ $a=-(\alpha+\beta)=-(-1)=1$

$a=1$을 ①에 대입하면 $\alpha^2+\alpha+b=1$

$b=1-(\alpha^2+\alpha)=1-3=-2$

$\therefore$ $f(x)=x^2+x-2$

[별해] $f(\alpha)-1=f(\beta)-1=0$이므로

이차방정식 $f(x)-1=0$의 두 근은 α, β이다.

$f(x)$의 이차항의 계수는 1이므로

$f(x)-1=(x-\alpha)(x-\beta)=x^2+x-3$

$\therefore$ $f(x)=x^2+x-2$

17. [출제의도] 삼각형의 무게중심 구하기

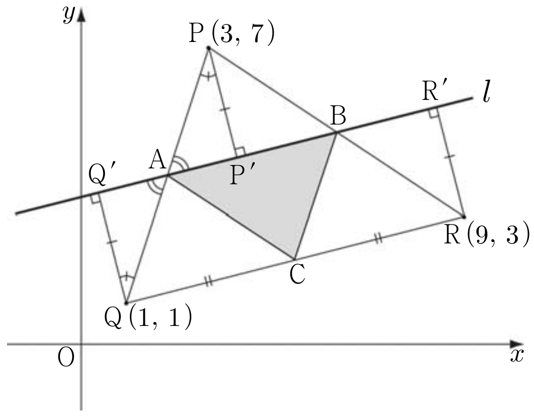
[해설] 세 점 P, Q, R 에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 P$'$, Q$'$, R$'$라 하면

$\triangle$PAP$'\equiv\triangle$QAQ$'$($\because$ASA합동)이므로 점 A는 선분 PQ의 중점이다.

마찬가지로 점 B는 선분 PR의 중점이다.

따라서, 세 점 A, B, C는 각각 선분 PQ, 선분 PR, 선분 QR의 중점이므로

$\triangle$ABC의 무게중심은 $\triangle$PQR의 무게중심과 일치한다.



$\triangle$ABC의 무게중심을 G(x, y)라 하면

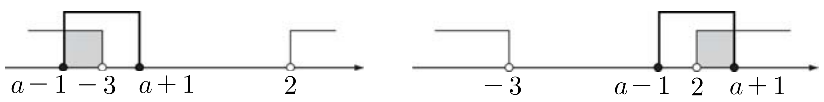
$x=\frac{3+1+9}{3}=\frac{13}{3}$, $y=\frac{7+1+3}{3}=\frac{11}{3}$

따라서, $x+y=\dfrac{13}{3}+\dfrac{11}{3}=8$

18. [출제의도] 연립부등식의 해 구하기

[해설] (i) $x^2+x-6=(x+3)(x-2)>0 \quad \therefore x<-3$ 또는 $x>2$

(ii) $|x-a| \leqq 1 \Rightarrow -1 \leqq x-a \leqq 1 \quad \therefore a-1 \leqq x \leqq a+1$



연립방정식의 해가 존재하려면 $a-1<-3$ 또는 $a+1>2$이어야 한다.

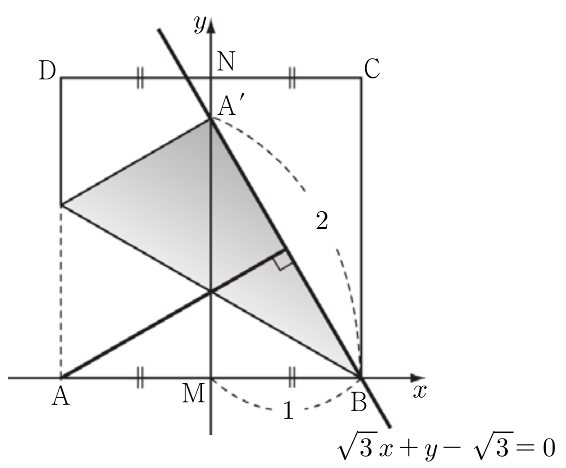
따라서, $a<-2$ 또는 $a>1$

19. [출제의도] 점과 직선 사이의 거리 구하기

[해설] 정사각형 ABCD를 좌표평면 위에 놓자.

점 M을 원점으로 하고 직선 AB를 x축 위에 잡으면 $\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{MB}}=1$이므로

$\mathrm{A}(-1,\ 0)$, $\mathrm{B}(1,\ 0)$, $\overline{\mathrm{A'B}}=\overline{\mathrm{AB}}=2$, $\mathrm{A'}(0,\ \sqrt{3})$이다.



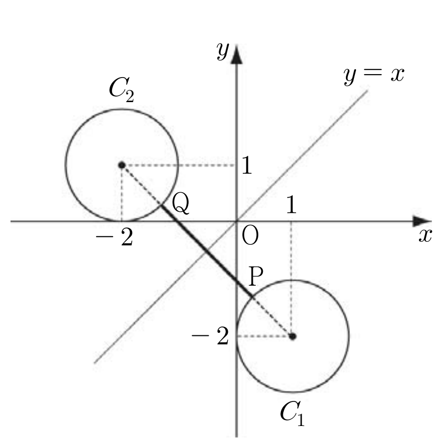
직선 A′B의 방정식은 $\sqrt{3}x+y-\sqrt{3}=0$이므로,

점 A에서 직선 A′B 사이의 거리는 $\dfrac{|-\sqrt{3}-\sqrt{3}|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}}=\sqrt{3}$

20. [출제의도] 대칭이동한 도형 구하기

[해설] C_1 : $(x-1)^2+(y+2)^2=1$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면

C_2 : $(x+2)^2+(y-1)^2=1$



$\overline{\mathrm{PQ}}$의 최소값은 두 원의 중심사이의 거리에서 두 원의 반지름의 길이의 합을 뺀 것이므로 $\sqrt{3^2+3^2}-2=3\sqrt{2}-2$

21. [출제의도] 도형의 평행이동 이해하기

[해설] 임의의 실수 t에 대하여 $(t,\ t+\sqrt{2})\in B$라 하면

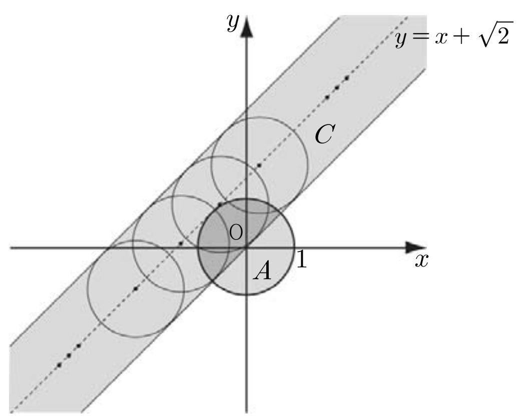
집합 C는 $x^2+y^2 \leqq 1$을 x축 방향으로 t,

y축 방향으로 $t+\sqrt{2}$만큼 평행이동한 영역이다.

즉, $C=\{(x,\ y)\mid (x-t)^2+(y-t-\sqrt{2})^2 \leqq 1,\ t$는 실수$\}$

따라서, $A\cap C$가 나타내는 영역의 넓이는

반지름의 길이가 1인 반원의 넓이이므로 $\dfrac{\pi}{2}$이다.



22. [출제의도] 두 무리수가 서로 같을 조건 구하기

[해설] $(a+b)+(2a-b)\sqrt{3}=6$이고, a, b가 유리수이므로

$a+b=6$, $2a-b=0$

$\therefore a=2$, $b=4$

따라서, $ab=8$

23. [출제의도] 유리식의 값 구하기

[해설] $\dfrac{a}{2}=b-1=\dfrac{c+1}{3}=k\ (k\neq 0)$라 하면

$a=2k$, $b=k+1$, $c=3k-1$

$\therefore \dfrac{6a}{b+c}=\dfrac{6\cdot 2k}{(k+1)+(3k-1)}=\dfrac{12k}{4k}=3$

24. [출제의도] 항등식의 성질을 이용하여 미정계수 구하기

[해설] 다항식 ax^3+bx^2+1이 x^2-x-1로 나누어떨어지므로

$ax^3+bx^2+1=(x^2-x-1)(ax-1)$

$\Rightarrow ax^3+bx^2+1=ax^3-(a+1)x^2-(a-1)x+1$

위 식은 항등식이므로 $b=-a-1$, $-a+1=0$

$\therefore a=1$, $b=-2$

따라서, $a^2+b^2=5$

25. [출제의도] 연립방정식의 해 구하기

[해설] 연립방정식 $\begin{cases} x-y+2=0 & \cdots\cdots ① \\ x^2+3x-y-1=0 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①을 ②에 대입하면

$x^2+3x-(x+2)-1=0$

$\Rightarrow x^2+2x-3=0$

$\Rightarrow (x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-3$, $y=-1$ 또는 $x=1$, $y=3$ 이므로

따라서, $|\alpha+\beta|=4$

26. [출제의도] 해를 이용하여 이차부등식 구하기

[해설] 이차부등식 $x^2+ax+b<0$에서 해가 $3<x<8$이므로

$(x-3)(x-8)<0$

$\Leftrightarrow\ x^2-11x+24<0$

$\Leftrightarrow\ x^2+ax+b<0$

$\therefore\ a=-11,\ b=24$

따라서, $a+b=-11+24=13$

27. [출제의도] 분산 구하기

[해설] $(\text{분산})=\dfrac{\{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}\}}{(\text{도수의 총합})}$이므로

$$S^2=\frac{(-2)^2\times1+(-1)^2\times2+0^2\times4+1^2\times2+2^2\times1}{10}=1.2$$

따라서, $10S^2=12$

28. [출제의도] 최대 · 최소 문제 해결하기

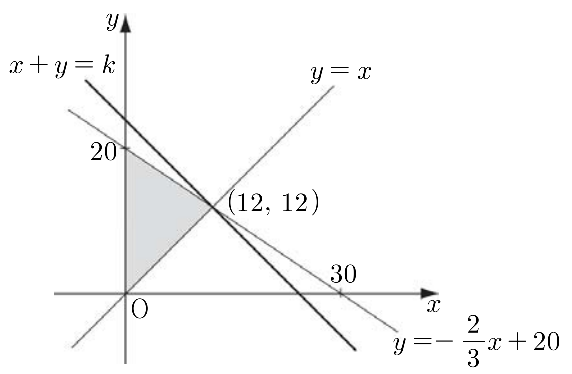
[해설] 구입하려는 사과와 배의 개수를 각각 x개, y개라 하면

$x\geq0,\ y\geq0,$

$y\geq x,\ 1000x+1500y\leq30000$일 때

$x+y$의 최대값을 구하면 된다.

$x+y=k$(k는 상수)라 놓고 주어진 영역에서 최대가 되는 경우를 구하면



직선 $y=-x+k$가 $(12,\ 12)$를 지날 때, k의 값이 최대가 된다.

따라서, $x+y$의 최대값은 24

29. [출제의도] 원의 접선의 방정식 구하기

[해설] 접점을 $\mathrm{Q}(x_1,\ y_1)$이라 하면 점 Q는 원 위의 점이므로

$x_1^2+y_1^2=9$ …… ①

접점 Q에서의 접선의 방정식을 구하면

$x_1x+y_1y=9$ …… ②

이 때, ②가 점 $(4,\ 3)$을 지나므로 점 $(4,\ 3)$을 ②에 대입하면

$4x_1+3y_1=9$ …… ③

③을 ①에 대입하면

$$x_1^2+\left(-\frac{4}{3}x_1+3\right)^2=9\quad\Rightarrow\quad 25x_1^2-72x_1=0$$

$$\therefore\ x_1=0\ \text{또는}\ x_1=\frac{72}{25}$$

이것을 각각 ③에 대입하여 y_1을 구하면

$$x_1=0\text{일 때 }y_1=3,\ x_1=\frac{72}{25}\text{일 때 }y_1=-\frac{21}{25}$$

그러므로 기울기는 0 또는 $\dfrac{24}{7}$

따라서, 조건에 맞는 기울기는 $\dfrac{24}{7}$이므로 $p+q=7+24=31$

[별해] $\mathrm{P}(4,\ 3)$을 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식은 $y-3=m(x-4)$이다.

원과 직선이 접하려면 원의 중심으로부터 직선까지의 거리가 반지름과

같아야 하므로 $\dfrac{|4m-3|}{\sqrt{m^2+1}}=3$이고

양변을 제곱하여 정리하면 $16m^2-24m+9=9m^2+9$

$\Rightarrow\ 7m^2-24m=0$

$\therefore\ m=0$ 또는 $m=\dfrac{24}{7}$

따라서, 조건에 맞는 기울기는 $\dfrac{24}{7}$이므로 $p+q=7+24=31$

30. [출제의도] 대칭이동을 이용한 최소 거리 구하기

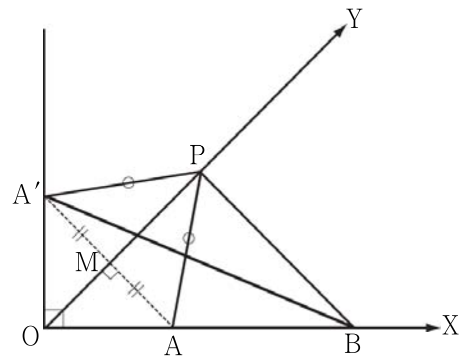
[해설] 점 A를 반직선 OY에 대하여 대칭이동한 점을 A′,

반직선 OY와 선분 AA′의 교점을 M이라 하자.

$\triangle\mathrm{AMP}\equiv\triangle\mathrm{A'MP}$($\because$ SAS합동),

$\triangle\mathrm{AOM}\equiv\triangle\mathrm{A'OM}$($\because$ SAS합동)이므로

$\angle\mathrm{AOA'}=90^\circ$, $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$, $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OA'}}$



A′, P, B가 일직선 상에 있을 때, $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}$의 길이가 최소가 된다.

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{PB}}\geq\overline{\mathrm{A'B}}=130$

따라서, 구하는 최소값은 130