

# 수리 영역

제 2 교시

성명

수험번호

						1				
--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

1

- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 선택 과목, 답을 표기할 때에는 반드시 ‘수험생이 지켜야 할 일’에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’ 이 포함되면 그 ‘0’ 도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

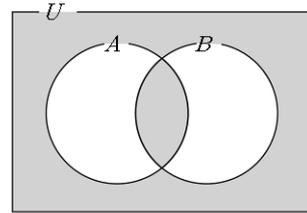
1. 전체집합  $U$ 에서 두 조건  $p, q$ 를 만족하는 원소 전체의 집합을 각각  $P, Q$ 라고 하자.  $Q \subset P$ 일 때, 항상 참인 명제는?  
(단,  $P \neq Q, Q \neq \phi$ ) [2점]

- ①  $p \rightarrow q$
- ②  $p \rightarrow \sim q$
- ③  $q \rightarrow \sim p$
- ④  $\sim q \rightarrow p$
- ⑤  $\sim p \rightarrow \sim q$

2.  $a = \sqrt{2}-1, b = \sqrt{2}+1$ 일 때,  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③  $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤  $\frac{5}{2}$

3. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대한 벤 다이어그램에서 어두운 부분을 집합으로 바르게 나타낸 것을 <보기>에서 모두 고르면? (단,  $X^C$ 은  $X$ 의 여집합이고,  $A \cap B \neq \phi$ 이다.) [3점]



<보기>

- ㉠.  $(A \cup B) - (A \cap B)$
- ㉡.  $(A \cap B) \cup (A \cup B)^C$
- ㉢.  $(A \cup B^C) \cap (B \cup A^C)$

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

4. 두 직선  $x + ky - 1 = 0, kx + (2k + 3)y - 3 = 0$ 이 서로 평행할 때 상수  $k$ 의 값은? [3점]

- ① -5
- ② -3
- ③ -1
- ④ 1
- ⑤ 3

5. 복소수  $z = 1+i$ 일 때,  $\left(z - \frac{2}{z}\right)^2$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

[3점]

- ① -4
- ② -2
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 4

6.  $x$ 에 대한 다항식  $(ax-1)^3$ 의 전개식에서 모든 항의 계수의 합이 64일 때, 실수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

7. 다음은 '2006보다 작은 자연수  $n$ 에 대하여 2006과  $n$ 이 서로소이면 2006과  $2006-n$ 도 서로소이다.'를 증명한 것이다.

[증명]

'2006과  $2006-n$ 이 (가)'라고 가정하면  
 2006과  $2006-n$ 은 (나) 이상의 공약수가 존재한다.  
 $2006 = at$ ,  $2006-n = bt$  ( $a, b, t$ 는 자연수,  $t \geq 2$ )라 하면  
 $n = ((다)) \times t$ 이므로  $t$ 는 2006과  $n$ 의 공약수이다.  
 이것은 '2006과  $n$ 이 서로소이다.'에 모순이므로  
 2006과  $2006-n$ 도 서로소이다.

위의 증명에서 (가) ~ (다)를 바르게 짝지은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
① 서로소이다.	2	2	$a+b$
② 서로소이다.	3	3	$a-b$
③ 서로소가 아니다.	2	2	$a+b$
④ 서로소가 아니다.	2	3	$a-b$
⑤ 서로소가 아니다.	3	3	$a+b$

8.  $x, y, z$ 에 대한 다항식  $xy(x+y) - yz(y+z) - zx(z-x)$ 의 인수는? [3점]

- ①  $x-y$
- ②  $x-z$
- ③  $y-z$
- ④  $x-y+z$
- ⑤  $x+y+z$

9. 다음은 '서로 다른 두 점  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 를 지름의 양끝으로 하는 원의 방정식은

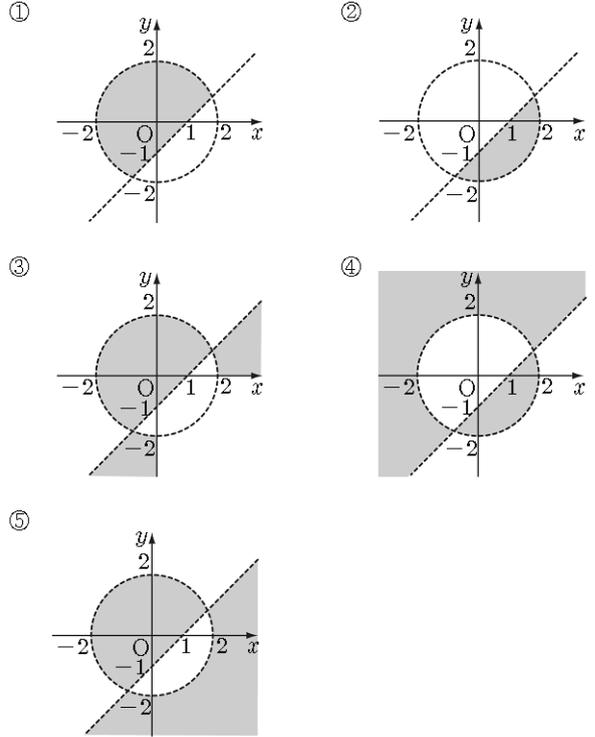
$(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2) = \boxed{\text{(가)}}$ 이다.'를 증명한 것이다.

**[증명]**  
 원의 중심의 좌표는  $(\boxed{\text{(나)}}, \boxed{\text{(다)})}$ 이고  
 반지름의 길이는  $\frac{1}{2}\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$  이므로  
 원의 방정식은  $(x-\boxed{\text{(나)}})^2+(y-\boxed{\text{(다)}})^2$   
 $= \frac{1}{4}\{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2\}$ 이다.  
 위의 식을 정리하면  
 $(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2) = \boxed{\text{(가)}}$ 이다.

위의 증명에서 (가) ~ (다)를 바르게 짝지은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	-1	$\frac{x_1+x_2}{2}$	$\frac{y_1+y_2}{2}$
②	0	$\frac{x_1+x_2}{2}$	$\frac{y_1+y_2}{2}$
③	0	$\frac{x_1-x_2}{2}$	$\frac{y_1-y_2}{2}$
④	1	$\frac{x_1+x_2}{2}$	$\frac{y_1+y_2}{2}$
⑤	1	$\frac{x_1-x_2}{2}$	$\frac{y_1-y_2}{2}$

10. 부등식  $(x^2+y^2-4)(x-y-1) > 0$ 을 만족하는 영역을 바르게 색칠한 것은? (단, 점선으로 된 경계는 영역에 포함되지 않는다.) [3점]



11.  $x$ 에 대한 두 다항식  $x^3 - x$ ,  $x^2 + (a+1)x + a$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 하는 모든  $a$ 값의 합은? [3점]

- ① -3
- ② -1
- ③ 1
- ④ 3
- ⑤ 5

12. 두 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여  
 $A \cap X = X$ ,  $(A - B) \cup X = X$   
 를 만족하고, 모든 원소의 합이 3의 배수인 집합  $X$ 의 개수는?  
 [4점]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

13. 복소수  $(a^2 + 3a + 2) + (a^2 + 2a)i$ 를 제곱하면 음의 실수가 된다. 이 때, 실수  $a$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [4점]

- ① -3
- ② -2
- ③ -1
- ④ 0
- ⑤ 1

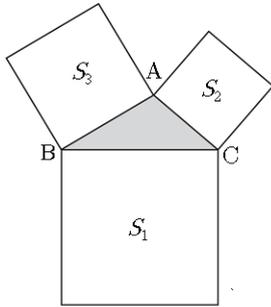
14. 이차방정식  $x^2 + x + 1 = 0$ 의 서로 다른 두 근을  $\alpha$ ,  $\beta$ 라 할 때, 집합  $S = \{1, \alpha, \beta\}$ 에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ.  $S$ 는 곱셈에 대하여 닫혀 있다.
- ㄴ.  $S$ 는 나눗셈에 대하여 닫혀 있다.
- ㄷ.  $S$ 에서  $\alpha$ 의 곱셈에 대한 역원은  $\beta$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 그림과 같이 물레의 길이가 12인  $\triangle ABC$ 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이를 각각  $S_1, S_2, S_3$ 라 하자.  $S_1 + S_2 + S_3$ 의 값이 최소가 될 때,  $\triangle ABC$ 의 넓이는? [4점]

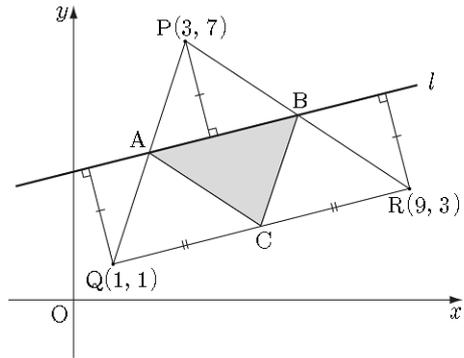


- ① 6
- ②  $4\sqrt{3}$
- ③ 8
- ④  $6\sqrt{3}$
- ⑤ 10

16. 이차방정식  $x^2 + x - 3 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $f(\alpha) = f(\beta) = 1$ 을 만족하는 이차식  $f(x)$ 는? (단,  $f(x)$ 의 이차항의 계수는 1이다.) [4점]

- ①  $x^2 + x - 2$
- ②  $x^2 - x - 4$
- ③  $x^2 + x + 4$
- ④  $x^2 - 2x + 2$
- ⑤  $x^2 + 2x + 4$

17. 그림과 같이 좌표평면 위의 세 점  $P(3, 7), Q(1, 1), R(9, 3)$ 으로부터 같은 거리에 있는 직선  $l$ 이 선분  $PQ, PR$ 과 만나는 점을 각각  $A, B$ 라 하자. 선분  $QR$ 의 중점을  $C$ 라 할 때,  $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표를  $G(x, y)$ 라 하면  $x + y$ 의 값은? [4점]

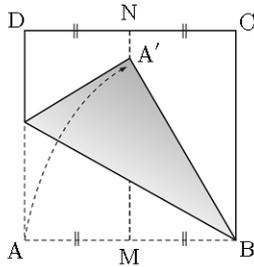


- ①  $\frac{16}{3}$
- ② 6
- ③  $\frac{20}{3}$
- ④  $\frac{22}{3}$
- ⑤ 8

18. 연립부등식  $\begin{cases} x^2 + x - 6 > 0 \\ |x - a| \leq 1 \end{cases}$ 가 항상 해를 갖기 위한 실수  $a$ 의 값의 범위는? [4점]

- ①  $-2 < a < 1$
- ②  $-1 \leq a \leq 2$
- ③  $a < -1$  또는  $a > 0$
- ④  $a \leq -2$  또는  $a \geq 0$
- ⑤  $a < -2$  또는  $a > 1$

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 모양의 종이를 꼭지점 A가 선분 MN 위에 놓이도록 접었을 때, 점 A가 선분 MN과 만나는 점을 A'이라 하자. 이 때, 점 A와 직선 A'B 사이의 거리는? (단, M은 선분 AB의 중점, N은 선분 CD의 중점이다.) [4점]



- ①  $\sqrt{2}$   
 ②  $\frac{3}{2}$   
 ③  $\sqrt{3}$   
 ④ 2  
 ⑤  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

20. 원  $C_1: x^2 - 2x + y^2 + 4y + 4 = 0$ 을 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 원을  $C_2$ 라 하자.  $C_1$  위의 임의의 점 P와  $C_2$  위의 임의의 점 Q에 대하여 두 점 P, Q 사이의 최소 거리는? [4점]

- ①  $2\sqrt{3} - 2$   
 ②  $2\sqrt{3} + 2$   
 ③  $3\sqrt{2} - 2$   
 ④  $3\sqrt{2} + 2$   
 ⑤  $3\sqrt{3} - 2$

21. 세 집합  $A, B, C$ 에 대하여

$$A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x, y \text{는 실수}\},$$

$$B = \{(x, y) \mid y = x + \sqrt{2}, x, y \text{는 실수}\},$$

$$C = \{(x_1 + x_2, y_1 + y_2) \mid (x_1, y_1) \in A, (x_2, y_2) \in B\}$$

라 할 때,  $A \cap C$ 가 나타내는 영역의 넓이는? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}\pi$   
 ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$   
 ③  $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$   
 ④  $\frac{3}{4}\pi$   
 ⑤  $\pi$

단답형 (22 ~ 30)

22. 유리수  $a, b$ 가  $(1 + 2\sqrt{3})a + (1 - \sqrt{3})b = 6$ 을 만족시킬 때,  $ab$ 의 값을 구하시오. [2점]

23. 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $\frac{a}{2} = b - 1 = \frac{c+1}{3} \neq 0$ 일 때,  
 $\frac{6a}{b+c}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 연립방정식  $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ x^2 + 3x - y - 1 = 0 \end{cases}$ 의 해를  $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때,  
 $|\alpha + \beta|$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 상수  $a, b$ 에 대하여 다항식  $ax^3 + bx^2 + 1$ 이  $x^2 - x - 1$ 로  
 나누어떨어질 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 이차부등식  $x^2 + ax + b < 0$ 의 해가  $3 < x < 8$ 일 때,  
 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 표는 학생 10명의 수학 점수에 대한 도수와 편차를 나타낸 것이다.

계급값	도수	편차	
	1	-2	
	2	-1	
	4	0	
	2	1	
	1	2	
합계	10		

위 표에서 10명의 수학 점수에 대한 분산을  $S^2$ 이라 할 때,  $10S^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

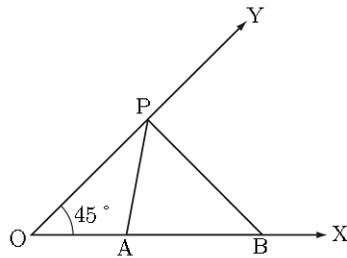
28. 사과를 1개에 1000원, 배를 1개에 1500원에 판매하는 가게에서 배를 사과의 개수 이상으로 구입하려고 할 때, 30000원을 가지고 구입할 수 있는 사과의 개수를  $x$ , 배의 개수를  $y$ 라 하자. 이 때,  $x+y$ 의 최대값을 구하시오. [4점]

29. 점  $P(4, 3)$ 에서 원  $x^2 + y^2 = 9$ 에 그은 두 접선 중 기울기가

양수인 접선의 기울기를  $\frac{q}{p}$ 라 할 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30.  $\angle XOY = 45^\circ$ 인 반직선  $OX$  위에  $\overline{OA} = 50$ ,  $\overline{OB} = 120$ 인 두 점  $A, B$ 가 있다. 반직선  $OY$  위의 임의의 점  $P$ 에 대하여  $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최소값을 구하시오. [4점]



※ 확인사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.