2007년도 3월 고1 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 수리 영역 •

정 답

1	④	2	①	3	⑤	4	④	5	①	6	④	7	⑤	8	③
9	②	10	②	11	①	12	③	13	②	14	②	15	⑤	16	③
17	③	18	⑤	19	①	20	③	21	④	22	16	23	63	24	194
25	15	26	136	27	24	28	15	29	22	30	60				

해 설

1. [출제의도] 제곱근의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\sqrt{2^2}+\sqrt{2^4} = \sqrt{2^2}+\sqrt{4^2}$

$=2+4$

$=6$

2. [출제의도] 식의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\dfrac{2a^2-5a}{a} = 2a-5$

$=2\times\dfrac{3}{2}-5$

$=3-5$

$=-2$

3. [출제의도] 연립방정식의 해를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

연립방정식 $\begin{cases}2x+5y=a\\ bx+y=-10\end{cases}$ 에 $x=-1$, $y=2$를 대입하면

$\begin{cases}2\times(-1)+5\times2=a\\ b\times(-1)+2=-10\end{cases}$

위 식을 풀면 $a=8$, $b=12$

$\therefore a+b=20$

4. [출제의도] 집합의 연산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

각 집합을 원소나열법으로 나타내면 다음과 같다.

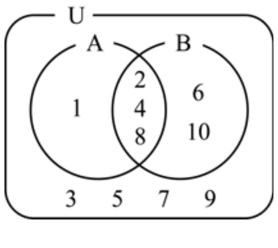
$U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A=\{1, 2, 4, 8\}$

$B=\{2, 4, 6, 8, 10\}$

이때 $A^C=\{3, 5, 6, 7, 9, 10\}$이므로 $A^C-B=\{3, 5, 7, 9\}$

따라서 A^C-B의 원소는 4개이다.



5. [출제의도] 이차방정식의 중근을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$x^2-2(k+1)x+k^2-1=0$

$x^2-2(k+1)x+(k+1)^2-(k+1)^2+k^2-1=0$

이차방정식이 중근을 가지려면 (완전제곱식)=0의 꼴이어야 하므로

$-(k+1)^2+k^2-1=0$

$-(k^2+2k+1)+k^2-1=0$

$-2k-2=0$

$\therefore k=-1$

[다른풀이]

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 중근을 가지려면 $b^2-4ac=0$이어야 하므로

$4(k+1)^2-4(k^2-1)=0$

$(k+1)^2-(k^2-1)=0$

$k^2+2k+1-k^2+1=0$

$2k+2=0$

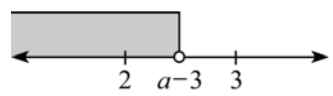
$\therefore k=-1$

6. [출제의도] 일차부등식의 해를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

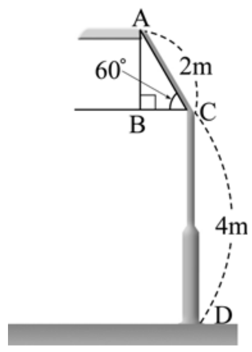
$3x-a<2x-3$에서 $x<a-3$

가장 큰 정수가 2가 되려면 $2<a-3\leqq 3$이어야 한다.

따라서 $5<a\leqq 6$



7. [출제의도] 삼각비를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.



그림의 직각삼각형 ABC에서

$\angle ACB=60°$이므로

$\overline{AB}=\overline{AC}\sin 60°$

$=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=\sqrt{3}$

따라서 가로등의 높이는

$h=\overline{CD}+\overline{AB}=4+\sqrt{3}$ (m)

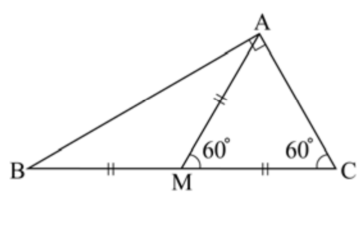
8. [출제의도] 삼각비의 값을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점 M은 삼각형 ABC의 외접원의 중심이다.

따라서 $\overline{AM}=\overline{CM}$이고 $\angle AMC=60°$이므로 $\triangle AMC$는 정삼각형이다.

삼각형 ABC에서 $\angle C=60°$이므로

$\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\tan 60°=\sqrt{3}$



[다른풀이]

점 M은 삼각형 ABC의 외접원의 중심이다.

따라서 $\overline{AM}=\overline{CM}$이고 $\angle AMC=60°$이므로 삼각형 AMC는 정삼각형이다.

삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=a$라 하면 $\overline{BC}=2a$이므로 피타고라스의 정리에 의해

$\overline{AB}=\sqrt{4a^2-a^2}=\sqrt{3a^2}=\sqrt{3}\,a$

$\therefore \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{\sqrt{3}\,a}{a}=\sqrt{3}$

9. [출제의도] 피타고라스의 정리를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

그림에서 구의 중심을 O라 하면 $\triangle OAB$는 직각삼각형이다.

반지름의 길이를 r라 하면 $\overline{OA}=12-r$

피타고라스의 정리에 따라

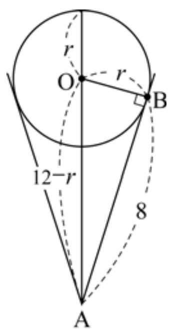
$\overline{OA}^2=\overline{OB}^2+\overline{AB}^2$

$(12-r)^2=r^2+8^2$

$144-24r+r^2=r^2+64$

$144-24r=64$

$\therefore r=\frac{10}{3}$ (cm)



10. [출제의도] 확률을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

던지는 횟수가 3이 되려면 1회, 2회에는 2 또는 4의 눈이 나오지 않고 3회에 2 또는 4의 눈이 나오면 된다.

주사위를 한 번 던져 2 또는 4의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$이고

2 또는 4의 눈이 나오지 않을 확률은 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{27}$이다.

11. [출제의도] 주어진 조건을 이용하여 이차함수의 그래프의 모양을 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서

기울기는 음수이고 y절편은 양수이므로 $a<0,\ b>0$이다.

$\therefore ab<0$ ⋯ ㉠

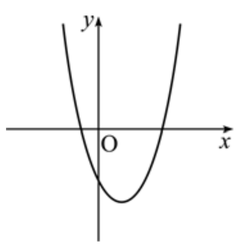
그래프에서 $x=1$일 때의 y의 값이 양수이므로

$a+b>0$ ⋯ ㉡

한편 이차함수 $y=x^2-(a+b)x+ab$의 그래프에서

축의 식은 $x=\frac{a+b}{2}$이고, y절편은 ab이다.

따라서 ㉠, ㉡에 의해 그래프의 모양은 다음과 같다.



[다른풀이]

$y=ax+b$의 그래프에서 기울기는 음수이고 y절편은 양수이므로

$a<0,\ b>0$

또, $f(x)=ax+b$라 할 때, $f(1)=a+b>0$이므로

(a의 절대값) < (b의 절대값)이다.

$y=x^2-(a+b)x+ab$

$=(x-a)(x-b)$이므로

$y=x^2-(a+b)x+ab$의 그래프는 아래로 볼록하고 x축 위의 두 점 $(a,0)$, $(b,0)$을 지나는 포물선이다.

이 때 $a<0,\ b>0$이고 (a의 절대값) < (b의 절대값)이므로

그래프의 모양은 ①과 같다.

12. [출제의도] 이진법으로 나타낸 수의 성질을 이용하여 규칙을 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

10행의 왼쪽에서 8번째 수는 $10010000000_{(2)}$이므로 십진법으로 나타내면

$$\begin{aligned}10010000000_{(2)}&=2^{10}+2^7\\&=2^3\times2^7+2^7\\&=(2^3+1)\times2^7\\&=9\times2^7\end{aligned}$$

$\therefore a=9$

13. [출제의도] 이차함수의 그래프의 평행이동을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$y=2x^2+4x$

$=2(x^2+2x)$

$=2(x^2+2x+1-1)$

$=2(x+1)^2-2$

따라서 $y=2x^2+4x$의 그래프는 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

$\therefore a+b=(-1)+(-2)=-3$

14. [출제의도] 제곱근의 성질을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

자연수 k에 대하여 $\sqrt{78-3n}=k$라 하면

$78-3n=k^2$이므로 $n=\frac{78-k^2}{3}$이다.

이 때, n은 자연수이므로 $78-k^2$은 3의 배수이다.

그런데 78은 3의 배수이므로 k^2도 3의 배수이다.

따라서 k는 3의 배수이다.

또, $78-k^2>0$이므로 $k=3$ 또는 $k=6$이다.

그러므로 구하는 자연수 n의 값은

$k=3$일 때, $n=\frac{78-3^2}{3}=23$

$k=6$일 때, $n=\frac{78-6^2}{3}=14$

따라서 (가), (나), (다)에 들어갈 수의 합은 $3+3+23=29$이다.

[참고]

[k가 자연수일 때 k^2이 3의 배수이면 k가 3의 배수인 이유]

모든 자연수는 $3m,\ 3m-1,\ 3m-2$ $(m=1,2,3,\cdots)$로 놓을 수 있다.

이 때 $(3m)^2=9m^2=3(3m^2)$

$(3m-1)^2=9m^2-6m+1=3(3m^2-2m)+1$

$(3m-2)^2=9m^2-12m+4=3(3m^2-4m+1)+1$이다.

이 중에서 제곱하여 3의 배수가 되는 것은 3의 배수인 $3m$뿐이다.

15. [출제의도] 삼각형의 합동을 증명할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $\angle ACD+\angle ACE=\angle BCE+\angle ACE=60^\circ$이므로

$\angle ACD=\angle BCE$ (참)

ㄴ. $\triangle ACD$와 $\triangle BCE$에서

$\overline{AC}=\overline{BC}$, $\overline{DC}=\overline{EC}$, $\angle ACD=\angle BCE$이므로

$\triangle ACD\equiv\triangle BCE$ (SAS 합동)이다.

$\therefore \overline{AD}=\overline{BE}$ (참)

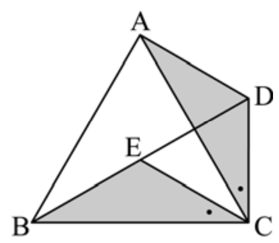
ㄷ. $\angle BEC=180^\circ-\angle DEC=180^\circ-60^\circ=120^\circ$이고

$\angle ADC=\angle BEC$이므로

$\angle ADB=\angle ADC-\angle EDC$

$=120^\circ-60^\circ=60^\circ$ (참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.



16. [출제의도] 제곱근의 뜻과 인수분해를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$2007=\sqrt{2007^2}$, $2008=\sqrt{2008^2}$이므로

2007과 2008 사이에 있는 점에 대응하는 수는

$\sqrt{2007^2+1}$, $\sqrt{2007^2+2}$, $\sqrt{2007^2+3}$, $\cdots$, $\sqrt{2008^2-1}$

이다. 따라서 구하는 점의 개수는

$(2008^2-1)-(2007^2+1)+1$

$=(2008^2-2007^2)-1$

$=(2008-2007)(2008+2007)-1$

$=4015-1$

$=4014$

17. **[출제의도] 도수, 상대도수, 누적도수 사이의 관계를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

40이상 50미만인 계급의 도수가 4이므로 도수의 총합은 $36+4=40$이다. 또 20이상 30미만인 계급의 상대도수가 0.4이므로 이 계급의 도수는 $40\times0.4=16$이다.

따라서 20이상 30미만인 계급의 누적도수는 $14+16=30$이므로 30이상 40미만인 계급의 도수는 $36-30=6$이다.

통학 시간이 30분 이상인 학생 수는 $6+4=10$(명)이므로

구하는 값은 $\frac{10}{40}\times100=25\,(\%)$

[다른풀이]

표를 완성하면 다음과 같다.

통학 시간(분)	도수(명)	상대도수	누적도수(명)
0이상 ~ 10미만	2	0.05	2
10 ~ 20	12	0.3	14
20 ~ 30	16	0.4	30
30 ~ 40	6	0.15	36
40 ~ 50	4	0.1	40
합 계	40	1	

$0.15+0.1=0.25$이므로 구하는 값은 $0.25\times100=25\,(\%)$

18. **[출제의도] 입체도형의 겉넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

밑넓이는 반지름의 길이가 4cm인 원의 넓이의 2배이므로

$2\times16\pi=32\pi(\mathrm{cm}^2)$

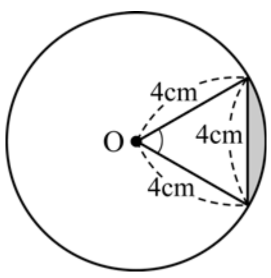
입체도형의 윗부분은 아래 그림의 어두운 부분이다.

(어두운 부분의 호의 길이)$=8\pi\times\frac{60}{360}(\mathrm{cm})$

이므로 옆넓이는

$8\pi\times4+8\pi\times\frac{60}{360}\times6+4\times6=40\pi+24(\mathrm{cm}^2)$

따라서 구하는 겉넓이는 $32\pi+40\pi+24=72\pi+24(\mathrm{cm}^2)$



19. **[출제의도] 이차함수의 그래프를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

사각형 ABCD가 정사각형이므로 $\overline{OA}=\overline{OD}$이다.

점 A의 좌표는 $(0,b)$이므로 $\overline{OA}=b$

$y=ax^2-b$에 $y=0$을 대입하면

$ax^2-b=0$에서 $x=\pm\sqrt{\frac{b}{a}}$이므로 점 D의 좌표는 $\left(\sqrt{\frac{b}{a}},0\right)$

따라서 $\overline{OD}=\sqrt{\frac{b}{a}}$

$\overline{OA}=\overline{OD}$에서 $b=\sqrt{\frac{b}{a}}$

양변을 제곱하면 $b^2=\frac{b}{a}$, $ab^2-b=0$

$b(ab-1)=0$

$b\neq0$이므로 $ab=1$

20. **[출제의도] 닮음비와 부피의 비 사이의 관계를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

세 도형 P, Q, R의 옆넓이의 비가 $9:7:9$이므로

아래 그림과 같은 세 사각뿔의 옆넓이의 비는

차례로 $9:(9+7):(9+7+9)$에서 $9:16:25$이다.

즉, 세 사각뿔의 닮음비가 $3:4:5$이므로

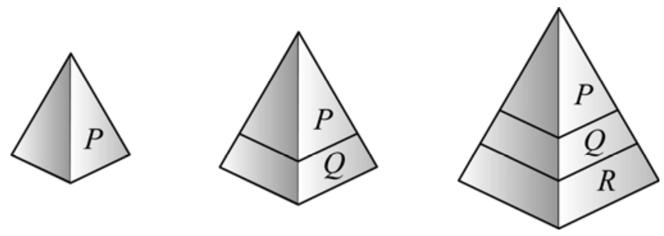
부피의 비는 $27:64:125$이다.

따라서 도형 Q와 원래 사각뿔의 부피의 비는

$37:125$이므로, 도형 Q의 부피를 x라 하면

$37:125=x:250$

$\therefore x=74(\mathrm{cm}^3)$



21. **[출제의도] 원의 성질을 이용하여 실생활의 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

원의 중심을 O, 6명의 위치를 A, B, C, D, E, F라 하고,

선분 CD와 선분 BE의 교점을 G라 하자.

사각형 ACDB에서 $\angle C=\angle D$이고, $\angle A=\angle B$이므로

$\angle A+\angle C=180°$

따라서 $\overline{AB}\,/\!\!/\,\overline{CD}$

같은 방법으로 사각형 CEFD에서 $\overline{CD}\,/\!\!/\,\overline{EF}$

또, $\overline{CA}\,/\!\!/\,\overline{EB}$, $\overline{EB}\,/\!\!/\,\overline{OD}$임을 알 수 있다.

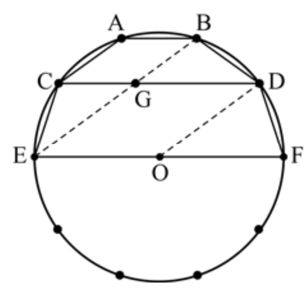
따라서 사각형 ACGB, GEOD는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{CG}=\overline{AB}$, $\overline{GD}=\overline{EO}$

$\therefore \overline{CD}=\overline{CG}+\overline{GD}$

$=\overline{AB}+\overline{EO}$

$=a+\frac{1}{2}b=\frac{2a+b}{2}\,(\mathrm{m})$



22. **[출제의도] 유리수의 사칙계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$\left(-\frac{1}{2}\right)^2\times3-(-4)\div\square=1$

$\frac{1}{4}\times3-(-4)\div\square=1$

$\frac{3}{4}-1=(-4)\div\square$

$-\frac{1}{4}=\frac{-4}{\square}$

$\therefore\square=16$

23. **[출제의도] 세 자연수의 최소공배수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

구하는 수를 n이라 하자.

n을 4, 5, 6으로 나눈 나머지가 모두 3이므로 $n-3$은 4, 5, 6의 공

배수이다.

4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로

$n-3=60$

$\therefore n=63$

24. [출제의도] 이차방정식의 해를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$(x-8)(x-10)=15$ 를 전개하여 정리하면

$x^2-18x+65=0$, $(x-13)(x-5)=0$

$\therefore x=13$ 또는 $x=5$

따라서 $a^2+b^2=13^2+5^2=194$

[다른풀이]

$x^2-18x+65=0$

$(x-9)^2=16$

$x-9=4$ 또는 $x-9=-4$

$\therefore x=13$ 또는 $x=5$

25. [출제의도] 연립부등식의 해를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

부등식의 각 변에 5를 곱하면

$5(2x-7)<3x+2\leqq 5(4x-3)$

$10x-35<3x+2\leqq 20x-15$

연립부등식 $\begin{cases}10x-35<3x+2\\3x+2\leqq 20x-15\end{cases}$ 를 풀면 $x<\frac{37}{7}$, $x\geqq 1$

$\therefore 1\leqq x<\frac{37}{7}$

따라서 $A=\{1,2,3,4,5\}$이므로 모든 원소의 합은 15이다.

26. [출제의도] 자연수의 성질과 인수분해를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

a, b, c, d, e는 연속한 자연수이므로 $e-a=4$이다.

$e^2-a^2=(e-a)(e+a)$

$\quad\quad=4(e+a)=64$

$\therefore e+a=16$

$e+a=(a+4)+a=2a+4=16$

$\therefore a=6$, $e=10$

$\therefore a^2+e^2=36+100=136$

[다른풀이]

$e=a+4$이므로 $e^2-a^2=(a+4)^2-a^2=8a+16$

$8a+16=64$

$\therefore a=6$, $e=10$

$\therefore a^2+e^2=36+100=136$

27. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$2\times 2^6\times 2^5=2^{12}$이므로 세 수의 곱은 2^{12}이다.

따라서 $2^2\times c\times 2^6=2^{12}$에서 $c=2^4=16$

$a\times c\times 2^5=a\times 2^4\times 2^5=2^{12}$에서 $a=2^3=8$

$\therefore a+c=8+16=24$

[참고]

표를 완성하면 아래와 같다.

2^3	2^8	2
2^2	2^4	2^6
2^7	1	2^5

28. [출제의도] 일차함수의 그래프를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

두 점 A, B의 좌표는 각각 $(20, 0)$, $(0, 20)$이다.

점 P의 좌표를 $(k, 20-k)$라 하면

$\triangle\mathrm{OBP}=\frac{1}{2}\times 20\times k=10k$

$\triangle\mathrm{OPQ}=\frac{1}{2}\times k\times(20-k)=\frac{k(20-k)}{2}$

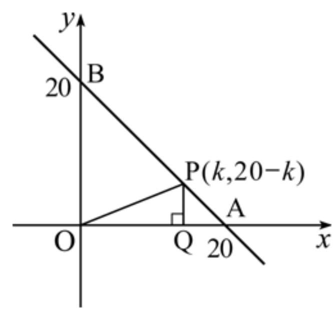
$\triangle\mathrm{OBP}=4\triangle\mathrm{OPQ}$이므로

$10k=4\times\frac{k(20-k)}{2}$

$20k-k^2=5k$, $k(k-15)=0$

그런데 $0<k<20$이므로 $k=15$

따라서 점 P의 x좌표는 15이다.



29. [출제의도] 식의 계산을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(i) $a>b$일 때

$(a+b):(a-b)=7:2$이므로

$7a-7b=2a+2b$, $5a=9b$

따라서 $a:b=9:5$이므로

구하는 순서쌍은 $(9,5)$, $(18,10)$, $(27,15)$, $\cdots$, $(99,55)$의 11개이다.

(ii) $a<b$일 때

같은 방법으로 순서쌍을 구하면

$(5,9)$, $(10,18)$, $(15,27)$, $\cdots$, $(55,99)$의 11개이다.

(iii) $a=b$일 때

주어진 조건을 만족하는 자연수가 존재하지 않는다.

(i), (ii), (iii)에서 구하는 순서쌍의 개수는 22이다.

[다른풀이]

큰 수를 a, 작은 수를 b라 하면 자연수 k에 대하여

$a+b=7k$, $a-b=2k$라 할 수 있다.

연립방정식 $\begin{cases}a+b=7k\\a-b=2k\end{cases}$를 풀면 $a=\frac{9}{2}k$, $b=\frac{5}{2}k$

$\therefore a:b=\frac{9}{2}k:\frac{5}{2}k=9:5$

30. [출제의도] 문자와 식을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

2학년 학생 수를 a라 하면

1학년 학생 수는 $a+0.4a=1.4a$

1학년 평균점수를 b라 하면

2학년 평균점수는 $b+0.2b=1.2b$

	1학년	2학년
학 생 수	$1.4a$	a
평균점수	b	$1.2b$

전체 평균점수가 65점이므로

$\frac{b\times 1.4a+1.2b\times a}{1.4a+a}=65$

$\frac{2.6ab}{2.4a}=65\quad\therefore b=60$

따라서 1학년 학생의 평균점수 A는 60이다.