수리 영역

정답

1	②	2	③	3	③	4	①	5	④
6	②	7	⑤	8	⑤	9	②	10	③
11	②	12	④	13	④	14	⑤	15	④
16	③	17	①	18	③	19	②	20	①
21	④	22	18	23	50	24	31	25	20
26	200	27	11	28	13	29	17	30	10

해설

1. [출제의도] 집합의 연산법칙 이해하기

$(A-B)\cup(A-B^c)=(A\cap B^c)\cup(A\cap B)$

$=A\cap(B^c\cup B)$

$=A\cap U$

$=A$

2. [출제의도] 복소수 계산하기

$z=\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}$ 이므로 $z^2=i$ 이고 $z^4=-1$

$z^{2007}=(z^4)^{501}z^3=-iz$

$=\dfrac{1-i}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}i$

$\therefore\ a+b=0$

3. [출제의도] 충분조건과 필요조건 이해하기

$p\ :\ -1<x<3$

$q\ :\ -a<x<a$

p 가 q 이기 위한 충분조건이기 위해서는

$-a\leqq-1$ 이고 $a\geqq 3$ 이므로 $a\geqq 3$

$\therefore\ a$ 의 최소값은 3

4. [출제의도] 항등식 계산하기

$x^3-ax+6=(x-1)(x+b)(x+c)$ 의 양변에

$x=1$ 을 대입하면 $a=7$

$x^3-7x+6=(x-1)(x-2)(x+3)$

따라서 $b=-2,\ c=3$ 또는 $b=3,\ c=-2$

$\therefore\ a+b+c=8$

5. [출제의도] 집합의 원소의 개수 계산하기

$n(A)=12,\ n(B-A)=9$ 이므로 $n(A\cup B)=21$

$\therefore n(A^c\cap B^c)=n\{(A\cup B)^c\}=40-21=19$

6. [출제의도] 명제의 뜻 이해하기

문장이나 식 중에서 참, 거짓을 판별할 수 있는 것이 명제이다.

ㄱ은 참인 명제이고, ㄴ은 거짓인 명제이다.

$\therefore$ ㄱ, ㄴ

7. [출제의도] 필요조건과 충분조건 이해하기

p: $X\subset(A\cap B)$

q: $X\subset(A\cup B)$

r: $X\subset A$ 또는 $X\subset B$

p가 q이기 위한 충분조건이므로 $\langle p,\ q\rangle=1$

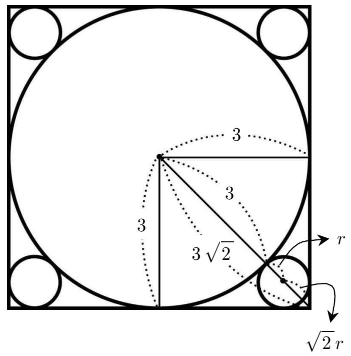
q가 r이기 위한 필요조건이므로 $\langle q,\ r\rangle=-1$

r가 p이기 위한 필요조건이므로 $\langle r,\ p\rangle=-1$

$\therefore\langle p,q\rangle-2\langle q,r\rangle-3\langle r,p\rangle=6$

8. [출제의도] 피타고라스의 정리 이해하기

작은 원의 반지름을 r 이라 하자.



$3+\sqrt{2}r+r=3\sqrt{2}$

$r(\sqrt{2}+1)=3(\sqrt{2}-1)$

$\therefore\ r=9-6\sqrt{2}$

9. [출제의도] 제곱근의 성질 이해하기

$\sqrt{x}\sqrt{y}=\sqrt{xy}$, $\dfrac{\sqrt{z}}{\sqrt{y}}=-\sqrt{\dfrac{z}{y}}$ 를 동시에 만족하는 실수 $x,\ y,\ z$ 는 $x>0,\ y<0,\ z>0$

이므로 $x-y>0,\ y-z<0,\ x-y+z>0$

$|x-y|+|y-z|-\sqrt{(x-y+z)^2}$

$=x-y-(y-z)-(x-y+z)$

$=-y$

10. [출제의도] 닫혀있음을 이해하기

ㄱ. $A=\left\{\dfrac{1}{n}\,|\,n\text{은 자연수}\right\}$

$\dfrac{1}{a},\ \dfrac{1}{b}\in A$ 일 때, $\dfrac{1}{ab}\in A$ 이므로 곱셈에 대하여 닫혀있다.

ㄴ. 홀수의 곱은 홀수이므로 곱셈에 대하여 닫혀있다.

ㄷ. $(3+\pi)\left(\dfrac{1}{3}+\pi\right)=1+\dfrac{10}{3}\pi+\pi^2$

$\not\in\{a+b\pi|a,\ b\text{는 유리수},\ \pi\text{는 원주율}\}$

이므로 곱셈에 대하여 닫혀있지 않다.

$\therefore$ ㄱ, ㄴ

11. [출제의도] 최대공약수 이해하기

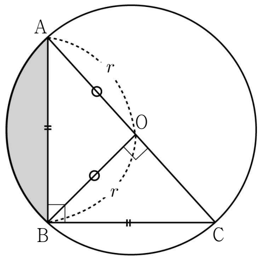
$x^3+x^2+x-3=(x-1)(x^2+2x+3)$

x^2+2x+a 와 x^3+x^2+x-3 의 일차식 최대공약수는 $x-1$

따라서 $x-1$ 은 x^2+2x+a 의 인수이다.

$\therefore\ a=-3$

12. [출제의도] 원의 성질 이해하기



$\triangle$ABC 에서 $\angle B=90^\circ$ 이므로 선분AC 는 원의 지름이다.

원의 반지름의 길이를 r 이라 하면 활꼴의 넓이는

$\dfrac{\pi}{4}r^2-\dfrac{1}{2}r^2=2(\pi-2)$

$\therefore\ r=2\sqrt{2}$

13. [출제의도] 자연수의 성질 이해하기

처음 있었던 바나나의 개수를 x 라 하자.

형이 가져가고 남은 바나나의 개수는 $\dfrac{x-1}{2}$

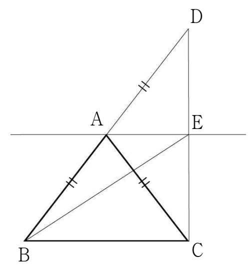
동생이 가져가고 남은 바나나의 개수는 $\dfrac{x-3}{4}$

둘이 똑같이 나눠 가진 바나나의 개수는 $\dfrac{x-7}{8}$

$\dfrac{x-7}{8}$ 이 자연수이므로 $x=8k+7$(k는 자연수)

$\therefore$ 87

14. [출제의도] 평면도형 증명하기



그림에서 직선 AE 와 변 BC 가 평행하므로

$\angle$ABC 와 $\boxed{\angle\text{DAE}}$ 는 동위각으로 같다.

$\angle$ACB 와 $\boxed{\angle\text{CAE}}$ 는 엇각으로 같다.

$\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AC}}$ 이므로 $\angle\text{ABC}=\angle\text{ACB}$ 이다.

따라서 $\boxed{\angle\text{DAE}}=\boxed{\angle\text{CAE}}$

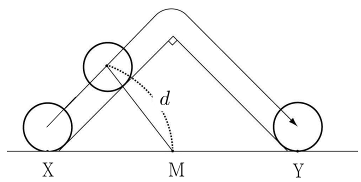
$\triangle\text{ACE}\equiv\triangle\text{ADE}$ 이므로 $\boxed{\overline{\text{CE}}}=\overline{\text{DE}}$ 이다.

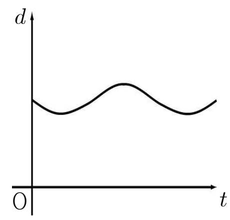
$\overline{\text{BD}}<\overline{\text{BE}}+\overline{\text{DE}}$ 이고

$\overline{\text{BD}}=\overline{\text{AB}}+\overline{\text{AD}}$ 이다.

따라서 $\overline{\text{AB}}+\overline{\text{AC}}<\overline{\text{BE}}+\boxed{\overline{\text{CE}}}$

15. [출제의도] 그래프의 개형 이해하기





16. [출제의도] 식을 변형하는 과정 추론하기

$x^4+x^3+x^2+x+1=y^2$(y 는 자연수)라 하자.

$4x^4+4x^3+4x^2+4x+4=(2y)^2$

$(\boxed{2x^2+x})^2+(3x^2+4x+4)=(2y)^2$ $\cdots$ ㉠

$(2x^2+x+1)^2-(x-3)(x+1)=(2y)^2$ $\cdots$ ㉡

$(x-3)(x+1)>0$ 이면

㉡에서 $2x^2+x+1>2y$ 이고

㉠에서 $\boxed{2x^2+x} < 2y$ 이므로

만족하는 자연수 y 는 존재하지 않는다.

따라서 $(x-3)(x+1) \leq 0$ 이므로

$-1 \leq x \leq 3$ 이다.

그러므로 $x^4+x^3+x^2+x+1$ 을 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 x 의 개수는 $\boxed{1}$ 개이다.

17. [출제의도] 이중근호 계산하기

$\frac{1}{4} < x < 1$ 이면

$$\begin{aligned}&\sqrt{4x+1-4\sqrt{x}}+|\sqrt{x}-1|\\ &=\sqrt{4x+1-2\sqrt{4x}}+|\sqrt{x}-1|\\ &=|\sqrt{4x}-1|+|\sqrt{x}-1|\\ &=|2\sqrt{x}-1|+|\sqrt{x}-1|\\ &=2\sqrt{x}-1-(\sqrt{x}-1)\\ &=\sqrt{x}\end{aligned}$$

18. [출제의도] 이차함수 이해하기

ㄱ. $a=3$일 때, $y=3x^2$과 $\triangle \mathrm{ABC}$의 교점의 개수는 2개이므로 $F(3)=2$ ∴ 참

ㄴ. $a>4$이면 $y=ax^2$과 $\triangle \mathrm{ABC}$의 교점은 없으므로 $F(a)=0$ ∴ 참

ㄷ. $a=\frac{1}{16}$ 또는 $a=4$이면 $y=ax^2$과 $\triangle \mathrm{ABC}$의 교점의 개수는 1개이므로 $F(a)=1$ ∴ 거짓

19. [출제의도] 정수의 규칙을 이해하여 실생활 문제 해결하기

8로 나누어 나머지가 1이면 엄지

8로 나누어 나머지가 0, 2이면 검지

8로 나누어 나머지가 3, 7이면 중지

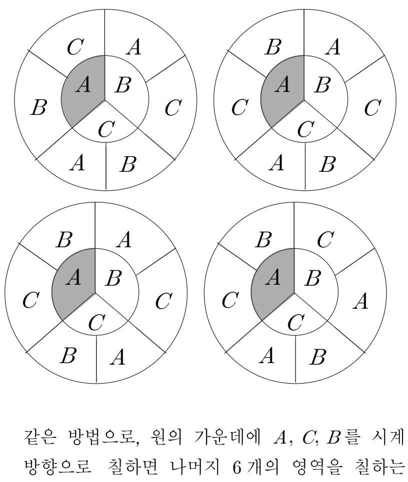
8로 나누어 나머지가 4, 6이면 약지

8로 나누어 나머지가 5이면 새끼손가락

∴ 1000은 8로 나누어 떨어지므로 검지

20. [출제의도] 경우의 수 이해하기

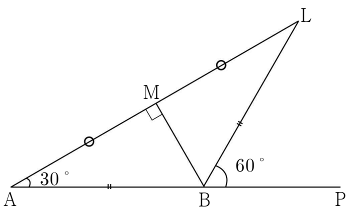
원의 가운데에 A, B, C를 시계방향으로 칠하면 나머지 6개의 영역을 칠하는 방법의 수는 4이다.



같은 방법으로, 원의 가운데에 A, C, B를 시계방향으로 칠하면 나머지 6개의 영역을 칠하는 방법의 수는 4이다.

∴ $4+4=8$

21. [출제의도] 이등변삼각형의 성질과 삼각비를 활용하여 실생활 문제 해결하기



$2\angle \mathrm{LAP}=\angle \mathrm{LBP}$이므로 $\angle \mathrm{BAL}=\angle \mathrm{BLA}$

따라서 $\triangle \mathrm{ABL}$은 이등변삼각형

점B에서 선분AL에 내린 수선의 발을 M이라 하면 $\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{LM}}$

속도가 10이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=20$이고

$\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{AB}}\cos 30^\circ=10\sqrt{3}$

∴ $\overline{\mathrm{AL}}=2\overline{\mathrm{AM}}=20\sqrt{3}$

22. [출제의도] 간단한 무리식 계산하기

$\frac{3}{2} < \sqrt{x} < \frac{9}{2}$이므로 $\frac{9}{4} < x < \frac{81}{4}$

∴ x의 개수는 18

23. [출제의도] 복소수의 상등 계산하기

실수 $x,\ y$에 대하여

$(x+i)^2+(2+3i)^2=y+26i$ 이므로

$(x^2-6)+(2x+12)i=y+26i$

$x^2-6=y$ 이고 $2x+12=26$

따라서 $x=7,\ y=43$

∴ $x+y=50$

24. [출제의도] 나머지 정리 이해하기

$f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)Q_1(x)+x^2+x+1$

이므로 $f(1)=3,\ f(2)=7,\ f(3)=13$

$f(6x)=(2x-1)(3x-1)Q_2(x)+ax+b$

$x=\frac{1}{2}$을 대입하면 $f(3)=\frac{1}{2}a+b=13$

$x=\frac{1}{3}$을 대입하면 $f(2)=\frac{1}{3}a+b=7$

따라서 $a=36,\ b=-5$

∴ $a+b=31$

25. [출제의도] 복소수의 사칙연산 이해하기

$2+3i$ 의 켤레복소수는 $2-3i$

$\frac{1+i}{1-i}=i$의 역수는 $-i$

$(2-3i)+(-i)=2-4i$이므로 $x=2,\ y=-4$

∴ $x^2+y^2=20$

26. [출제의도] 규칙을 찾아 수학 외적 문제 해결하기

[그림 1]에서 실선의 길이는 $4=4\times 1$

[그림 2]에서 실선의 길이는 $8=4\times 2$

[그림 3]에서 실선의 길이는 $12=4\times 3$

따라서 가장 아랫부분의 정사각형이 50개가 되었을 때, 실선의 길이는 $4\times 50=200$이다.

∴ 200

27. [출제의도] 비례식을 활용하여 수학 외적 문제 해결하기

1학년 남학생, 여학생 수를 각각 $x,\ y$라 하면

2학년 남학생, 여학생 수는 각각 $y,\ x$이다.

3학년 여학생 수를 z라고 하면,

$z=\frac{2}{5}(x+y+z)$ 이고 $z=\frac{2}{3}(x+y)$

$$\frac{(3학년\ 여학생\ 수)}{(전체\ 학생\ 수)}=\frac{\frac{2}{3}(x+y)}{3(x+y)}=\frac{2}{9}$$

∴ $a+b=11$

28. [출제의도] 유리수를 연속된 분수식으로 표현하기

$\frac{165}{98}=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{1}}}}}$ 이므로

$\frac{165}{98}=\langle 1\ ;\ 1, 2, 6, 4, 1\rangle$

∴ $a+b+c+d=1+2+6+4=13$

29. [출제의도] 확률 계산하기

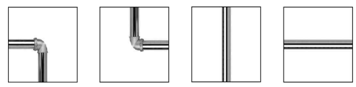
$A=\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$의 부분집합의 개수는 2^9

A의 부분집합 중에 $B=\{1, 2, 3, 4\}$와 서로소인 집합의 개수는 2^5

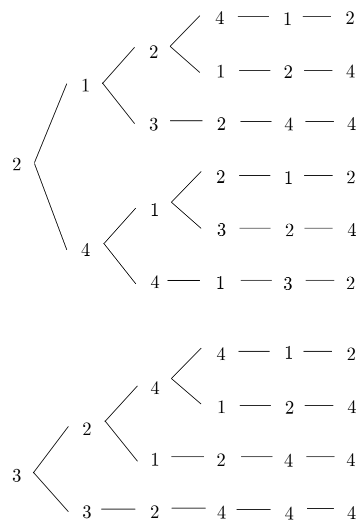
따라서 확률은 $\frac{2^5}{2^9}=\frac{1}{16}$이고 $a=16,\ b=1$

∴ $a+b=17$

30. [출제의도] 경우의 수를 이용한 수학 외적 문제 해결하기



1 2 3 4



∴ 10가지