2007학년도 9월 고1 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 수리 영역 •

정 답

1	④	2	①	3	②	4	①	5	①	6	④	7	⑤	8	②
9	③	10	⑤	11	④	12	⑤	13	③	14	⑤	15	③	16	③
17	②	18	④	19	②	20	③	21	①	22	20	23	13	24	31
25	21	26	15	27	29	28	42	29	17	30	100				

해 설

1. [출제의도] 이중근호가 있는 식을 이중근호가 없는 식으로 변형할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{(3+2)+2\sqrt{3\times2}}$$
$$= \sqrt{3}+\sqrt{2}$$
$\therefore\ a+b=5$

2. [출제의도] 분수식을 계산하여 주어진 식을 간단히 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

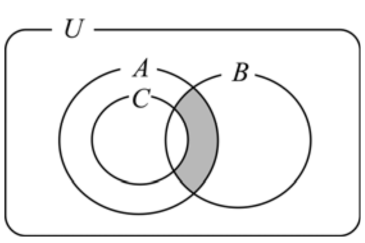
$$\frac{x}{1+\dfrac{1}{x-1}} = \frac{x(x-1)}{(x-1)+1}$$
$$= x-1$$

3. [출제의도] 복소수의 계산을 이용하여 복소수의 곱셈에 대한 역원을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\dfrac{1-2i}{5+5i}$의 곱셈에 대한 역원은 $\dfrac{5+5i}{1-2i}$이다.

$$\frac{5+5i}{1-2i} = \frac{(5+5i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}$$
$$= \frac{5(-1+3i)}{1+4}$$
$$= -1+3i$$

4. [출제의도] 벤 다이어그램으로 나타낸 부분을 집합의 연산기호를 이용하여 표현할 수 있는가를 묻는 문제이다.



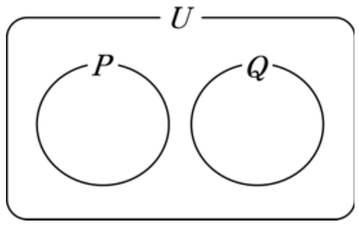
벤 다이어그램의 어두운 부분의 임의의 원소 x는
$x \in A\cap B$ 이고 $x \notin C$ 이다.
따라서 어두운 부분을 나타내는 집합은
$(A\cap B)-C$이다.

5. [출제의도] 좌표평면에서 선분의 내분점을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점의 좌표는
$\left(\dfrac{2\times5+1\times(-1)}{2+1},\ \dfrac{2\times(-5)+1\times4}{2+1}\right) = (3,\ -2)$ 이다.
점 $(3,\ -2)$가
직선 $y=2x+k$ 위의 점이므로 $-2=6+k$
$\therefore\ k=-8$

6. [출제의도] 집합의 포함 관계를 파악하여 명제의 참, 거짓을 판단할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$P\cap Q=\varnothing$이고 $P\cup Q \neq U$에서 두 집합 $P,\ Q$ 사이의 관계를 나타내면 벤 다이어그램과 같다.



$\therefore\ Q\subset P^C,\ P\subset Q^C$
$\therefore\ q \Rightarrow \sim p,\ p \Rightarrow \sim q$
따라서 옳은 것은 ④이다.

7. [출제의도] 해집합이 주어진 이차부등식을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$ax^2+bx+c \geqq 0$의 해가 $x=2$ 뿐이므로
$a<0$이고 $ax^2+bx+c=a(x-2)^2=ax^2-4ax+4a$
$\therefore\ a<0$이고, $b=-4a,\ c=4a$
ㄱ. $a<0$이다.
ㄴ. $ax^2+bx+c=0$이 중근을 가지므로
　판별식 $b^2-4ac=0$이다.
ㄷ. $a+b+c=a+(-4a)+4a=a<0$ 이다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ 이다.

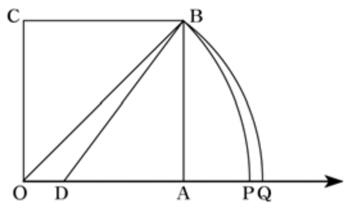
8. [출제의도] 두 집합이 서로 같을 조건을 만족시키는 미지수가 세 개인 일차연립방정식을 풀 수 있는가를 묻는 문제이다.

집합 $A=\{a,b,c\}$ 에 대하여 $a<b<c$ 라 하자.
이때, 주어진 집합을 원소나열법으로 나타내면
$\{a+b,\ b+c,\ c+a\}$ 이다.
$a+b<a+c<b+c$ 이므로
$a+b=11$ … ㉠
$a+c=13$ … ㉡
$b+c=16$ … ㉢
㉠+㉡+㉢을 하면 $2(a+b+c)=40$
$\therefore\ a+b+c=20$ … ㉣
㉣−㉠을 하면 $c=9$
따라서 집합 A의 원소 중 가장 큰 수는 9이다.

9. [출제의도] 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하여 주어진 식의 값의 범위를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $\dfrac{x+y}{2} \geqq \sqrt{xy}$ 에서 $xy \leqq 1$
ㄴ. $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=4-2xy$에서
　$xy \leqq 1$이므로 $x^2+y^2 \geqq 2$
ㄷ. $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{x+y}{xy}=\dfrac{2}{xy} \geqq 2$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

10. [출제의도] 선분의 내분점과 수직선 위의 무리수를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.



$\overline{\mathrm{OP}} = \overline{\mathrm{OB}} = \sqrt{4^2+4^2} = 4\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{OD}} = \frac{1}{4}\overline{\mathrm{OA}} = 1$, $\overline{\mathrm{DA}} = 3$, $\overline{\mathrm{DB}} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$ 이므로

$\overline{\mathrm{OQ}} = \overline{\mathrm{OD}} + \overline{\mathrm{DB}} = 1 + 5 = 6$

$\therefore\ \overline{\mathrm{OP}}^2 + \overline{\mathrm{OQ}}^2 = 32 + 36 = 68$

11. [출제의도] 최대공약수와 최소공배수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

A, B의 최대공약수가 $x-1$이므로

$A = a(x-1), B = b(x-1)$(단, a, b는 서로소인 일차식)이라 놓을 수 있다.

$xA = (x+1)B$에서 $ax(x-1) = b(x+1)(x-1)$

$\therefore\ a = x+1, b = x$

ㄱ. $A = (x+1)(x-1) = x^2-1$이다.

ㄴ. A, B의 최소공배수는 $x(x-1)(x+1) = x^3 - x$이다.

ㄷ. $B = x(x-1)$이므로 $AB = x(x+1)(x-1)^2$이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

12. [출제의도] 실수의 성질을 이용하여 식의 대소 관계를 파악할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$a = -2, b = -1$의 경우 $0 < \frac{b}{a} < 1$은 만족시키지만

$b > a$, $\frac{a}{b} > \frac{b}{a}$ 이므로 ①, ②는 성립하지 않는다.

$a = 2, b = 1$의 경우 $0 < \frac{b}{a} < 1$은 만족시키지만

$\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$, $ab > b^2$이므로 ③, ④는 성립하지 않는다.

한편 $0 < \frac{b}{a} < 1$에서 $a < b < 0$ 또는 $0 < b < a$이다.

즉, $a < 0$일 때 $a - b < 0$ 이고 $a > 0$일 때 $a - b > 0$ 이다.

$a^2 - ab = a(a-b) > 0\ \therefore\ ab < a^2$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

13. [출제의도] 복소수를 계산하여 복소수의 거듭제곱이 갖는 값을 추측할 수 있는가를 묻는 문제이다.

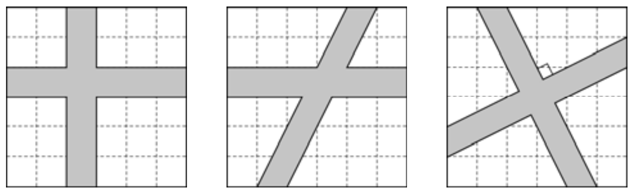
$$z = \frac{3+\sqrt{2}\,i}{\sqrt{2}-3i}$$
$$= \frac{(3+\sqrt{2}\,i)(\sqrt{2}+3i)}{(\sqrt{2}-3i)(\sqrt{2}+3i)}$$
$$= i$$
$$\omega = \frac{i\{1-(-i)\}}{\sqrt{2}}$$
$$= \frac{i(1+i)}{\sqrt{2}}$$
$$= \frac{-1+i}{\sqrt{2}}$$
$$\omega^2 = \left(\frac{-1+i}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{-2i}{2} = -i$$

$\therefore\ \omega^4 = -1$, $\omega^8 = 1$

따라서 n이 8의 배수일 때 $\omega^n = 1$이다.

구하는 자연수 n은 8, 16, 24, $\cdots$, 96이므로 12개이다.

14. [출제의도] 실수의 대소 관계를 이용하여 주어진 영역의 넓이의 대소를 추측할 수 있는가를 묻는 문제이다.



[그림 1] [그림 2] [그림 3]

세 그림에 있는 평행사변형의 넓이는 모두 같으므로 두 평행사변형이 교차하는 부분의 넓이가 작으면 어두운 부분의 넓이는 크다.

[그림 1]과 [그림 2]의 경우 두 평행사변형이 교차하는 부분의 넓이는 같다.

$\therefore\ A = B$

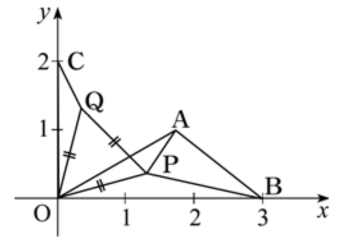
[그림 1]과 [그림 3]의 경우 두 평행사변형이 교차하는 부분은 정사각형이다. 그런데 교차하는 부분의 정사각형의 한 변의 길이는 [그림 1]이 더 크다.

따라서 교차하는 부분의 넓이는 [그림 1]이 [그림 3]보다 크다.

$\therefore\ A < C$

$\therefore\ A = B < C$

15. [출제의도] 좌표평면에서 세 선분의 길이의 합의 최소값을 구하는 방법을 이해하고 있는지를 묻는 문제이다.



$\angle \mathrm{AOB} = 30°$이므로

$\angle \mathrm{AOC} = 90° - 30° = 60°$

그런데 $\angle \mathrm{AOP} = \angle \mathrm{COQ}$이므로

$\angle \mathrm{QOP} = 60°$

$\triangle \mathrm{AOP} \equiv \triangle \mathrm{COQ}$이므로 $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{CQ}}$

$\triangle \mathrm{QOP}$가 정삼각형이므로 $\overline{\mathrm{OP}} = \overline{\mathrm{QP}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AP}} + \overline{\mathrm{OP}} + \overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{CQ}} + \overline{\mathrm{QP}} + \overline{\mathrm{BP}} \geqq \overline{\mathrm{CB}}$

따라서 점 P에서 세 꼭지점에 이르는 거리의 합의 최소값은

$\overline{\mathrm{CB}} = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$이다.

16. [출제의도] 연립이차부등식을 풀고, 조건을 만족시키는 상수 k의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\begin{cases} |x-2| < k & \cdots\ ㉠ \\ x^2 - 2x - 3 \leqq 0 & \cdots\ ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $-k < x - 2 < k$

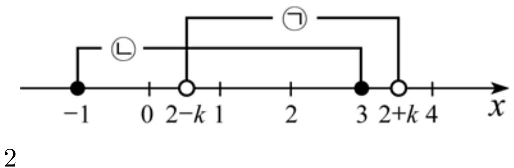
$\therefore\ 2 - k < x < 2 + k$

㉡에서 $(x-3)(x+1) \leqq 0$

$\therefore\ -1 \leqq x \leqq 3$

주어진 연립부등식의 정수해가 세 개가 되려면

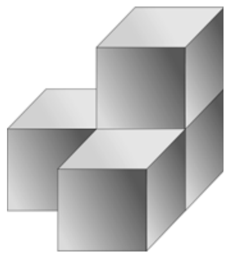
$0 \leqq 2 - k < 1$이고 $3 < 2 + k \leqq 4$



$\therefore\ 1 < k \leqq 2$

따라서 구하는 k의 최대값은 2이다.

17. [출제의도] 도형으로 주어진 조건을 만족시키는 삼차방정식을 풀 수 있는가를 묻는 문제이다.



한 모서리의 길이가 x(cm)인 정육면체의 부피는 x^3(cm^3)이므로 그림에 주어진 입체의 부피는 $4x^3$(cm^3)이고, 정육면체 4개의 24개의 면 중에서 6개의 면이 붙어 있으므로 겉넓이는 $18x^2$(cm^2)이다.

$\therefore\ A = 4x^3,\ B = 18x^2$

$3A = B + 24$에서 $12x^3 = 18x^2 + 24$

$2x^3 - 3x^2 - 4 = 0,\ (x-2)(2x^2+x+2) = 0$

$\therefore\ x = 2,\ \dfrac{-1 \pm \sqrt{15}\,i}{4}$

따라서 $x = 2$이다. ($\because$ x는 양의 실수)

18. [출제의도] 주어진 조건을 만족시키는 절대값이 있는 일차부등식을 풀 수 있는가를 묻는 문제이다.

점 P 의 좌표를 x라 하면

$\overline{\text{AP}} = |x-3|,\ \overline{\text{BP}} = |x-7|$

$\overline{\text{AP}} + \overline{\text{BP}} = |x-3| + |x-7|$

$|x-3| + |x-7| \leqq 8$ 을 풀면

(ⅰ) $x < 3$ 일 때,

$-(x-3)-(x-7) \leqq 8$ 에서 $x \geqq 1$

$\therefore\ 1 \leqq x < 3$

(ⅱ) $3 \leqq x < 7$ 일 때,

$(x-3)-(x-7) \leqq 8$ 에서 $0 \leqq 4$ 이므로 해는 모든 실수이다.

$\therefore\ 3 \leqq x < 7$

(ⅲ) $x \geqq 7$ 일 때,

$(x-3)+(x-7) \leqq 8$ 에서 $x \leqq 9$

$\therefore\ 7 \leqq x \leqq 9$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 $1 \leqq x \leqq 9$

$\therefore\ 1 \leqq \overline{\text{OP}} \leqq 9$

따라서 선분 OP 의 길이의 최대값과 최소값의 합은 10이다.

19. [출제의도] 근의 개념과 인수정리를 이용하여 조건을 만족시키는 삼차방정식을 풀 수 있는가를 묻는 문제이다.

(가)에서 $f(4) = 0$

$\therefore\ 64 + 16a + 4b + c = 0 \quad \cdots$ ㉠

(나)에서 $x = 2i$가 근이므로

$-8i - 4a + 2bi + c = 0$

$\therefore\ c - 4a + 2(b-4)i = 0 \quad \cdots$ ㉡

㉡에서 $c = 4a,\ b = 4$

이것을 ㉠에 대입하면

$a = -4,\ c = -16$

$\therefore\ f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x - 16 = (x-4)(x^2+4)$

$f(2x) = (2x-4)(4x^2+4) = 8(x-2)(x^2+1)$

삼차방정식 $f(2x) = 0$을 풀면

$8(x-2)(x^2+1) = 0$

$\therefore\ x - 2 = 0,\ x^2 + 1 = 0$

$f(2x) = 0$ 의 세 근은 $2,\ i,\ -i$ 이다.

따라서 구하는 세 근의 곱은 $2 \times i \times (-i) = 2$

20. [출제의도] 주어진 조건을 만족시키는 방정식을 풀 수 있는가를 묻는 문제이다.

처음 수에서 십만 자리의 숫자를 x, x를 제외한 다섯 자리 수를 y라 하면,

처음 수는 $10^5x + y$, 새로운 수는 $10y + x$이다.

조건에서 $3(10^5x + y) = 10y + x$이므로

$7y = 299999x$

$\therefore\ y = 42857x$

y는 다섯 자리 수이므로 $x = 1$ 또는 $x = 2$이다.

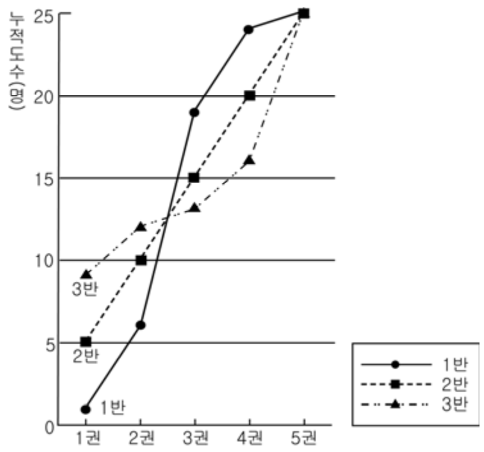
$\therefore\ x = 1,\ y = 42857$ 또는 $x = 2,\ y = 85714$

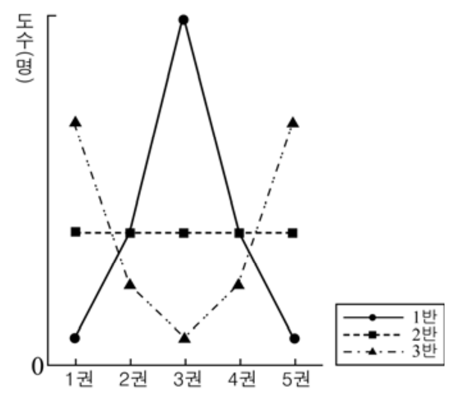
처음 수는 142857 또는 285714이므로 6장의 카드에 적혀 있는 수들은 $1, 2, 4, 5, 7, 8$이다.

$\therefore\ 1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 8 = 27$

21. [출제의도] 누적도수를 나타내는 그래프를 해석하여 표준편차의 대소 관계를 추측할 수 있는가를 묻는 문제이다.

주어진 누적도수를 나타내는 그래프를 이용하여 1, 2, 3반 학생들이 읽은 책 수의 도수분포를 나타내는 그래프를 그리면 다음과 같다.





도수를 나타내는 그래프에서 1, 2, 3반 학생들이 읽은 책 수의 평균은 모두 3권이다.

평균에서부터 흩어진 정도를 나타내는 표준편차가 제일 작은 반은 1반이고, 제일 큰 반은 3반이다.

따라서 작은 반부터 차례로 나열하면 1반, 2반, 3반이다.

22. [출제의도] 근이 주어진 이차방정식의 미정계수의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$x = 1 + \sqrt{5}$ 를 대입하면,

$(1+\sqrt{5})^2 + a(1+\sqrt{5}) + b = 0$

$(a+b+6) + (a+2)\sqrt{5} = 0$

$\therefore\ a + b = -6,\ a = -2$

$\therefore\ a = -2,\ b = -4$

따라서 $a^2 + b^2 = (-2)^2 + (-4)^2 = 20$이다.

23. [출제의도] 항등식의 미정계수의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$a(x+y) + b(x-y) + 2 = 3x - 5y + c$

$(a+b)x + (a-b)y + 2 = 3x - 5y + c$

$\therefore\ a + b = 3,\ a - b = -5,\ c = 2$

연립하여 풀면 $a = -1,\ b = 4,\ c = 2$이다.

$\therefore\ a+2b+3c=13$

24. [출제의도] 주어진 조건을 만족하는 집합의 개수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

세 조건을 만족하는 집합 B는 집합 $\{3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$의 부분집합 중에서 공집합을 제외한 것이다.

따라서 집합 B의 개수는

$2^5-1=31$(개) 이다.

25. [출제의도] 나머지정리를 이해하고 식의 변형을 이용하여 다항식을 일차다항식으로 나눈 나머지를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$f(x)+g(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지가 10에서

$f(2)+g(2)=10$

$\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2$를 $x-2$로 나눈 나머지가 58에서

$\{f(2)\}^2+\{g(2)\}^2=58$

$\{f(2)\}^2+\{g(2)\}^2=\{f(2)+g(2)\}^2-2f(2)g(2)$이므로

$58=10^2-2f(2)g(2)$

$\therefore\ f(2)g(2)=21$

26. [출제의도] 주어진 조건을 만족하는 자료의 평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

변량 a, b, c의 평균을 m, 분산을 S^2이라 하면

$m=\dfrac{a+b+c}{3}$

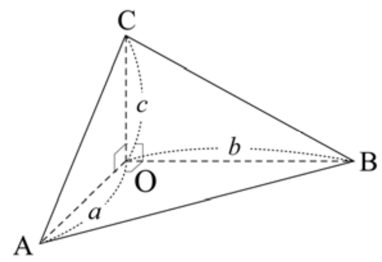
$$S^2=\frac{(a-m)^2+(b-m)^2+(c-m)^2}{3}$$
$$=\frac{1}{3}\{a^2+b^2+c^2-2m(a+b+c)+3m^2\}$$
$$=\frac{1}{3}(a^2+b^2+c^2)-2\times\frac{1}{3}(a+b+c)m+m^2$$
$$=\frac{1}{3}(a^2+b^2+c^2)-2m^2+m^2$$
$$=\frac{a^2+b^2+c^2}{3}-m^2$$

$S^2=10,\ \dfrac{a^2+b^2+c^2}{3}=25$에서

$10=25-m^2$

$\therefore\ m^2=15$

27. [출제의도] 도형으로 주어진 조건을 만족시키는 식을 변형하여 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



세 선분 OA, OB, OC의 길이를 각각 a, b, c라 하면

$\overline{\mathrm{OA}}+\overline{\mathrm{OB}}+\overline{\mathrm{OC}}=9$에서 $a+b+c=9$

세 삼각형 $\triangle\mathrm{OAB}$, $\triangle\mathrm{OBC}$, $\triangle\mathrm{OCA}$의 넓이의 합은 13에서

$\dfrac{1}{2}ab+\dfrac{1}{2}bc+\dfrac{1}{2}ca=13$

$\therefore\ ab+bc+ca=26$

$$\therefore\ \overline{\mathrm{OA}}^2+\overline{\mathrm{OB}}^2+\overline{\mathrm{OC}}^2=a^2+b^2+c^2$$
$$=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$$
$$=81-52$$
$$=29$$

28. [출제의도] 해가 주어진 이차부등식의 미정계수의 값을 연립방정식으로 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

문제의 조건으로부터

$x^2-ax+12\leqq 0 \Leftrightarrow (x-\alpha)(x-\beta)\leqq 0$

$\Leftrightarrow x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta\leqq 0$

$\therefore\ \alpha+\beta=a,\ \alpha\beta=12$ $\cdots$ ㉠

$x^2-5x+b\geqq 0 \Leftrightarrow (x-\alpha+1)(x-\beta+1)\geqq 0$

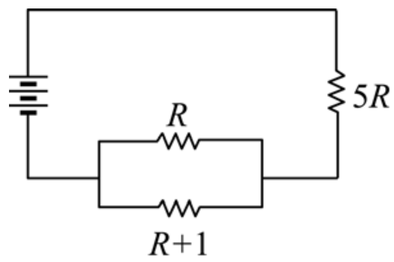
$\Leftrightarrow x^2-(\alpha+\beta-2)x+(\alpha-1)(\beta-1)\geqq 0$

$\therefore\ \alpha+\beta-2=5,\ (\alpha-1)(\beta-1)=b$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a=7, b=6$

$\therefore\ ab=42$

29. [출제의도] 주어진 조건을 만족시키는 유리식을 구하여 연산할 수 있는가를 묻는 문제이다.



병렬연결된 부분의 전체 저항의 크기를 $R'\,(\Omega)$이라 하면

$\dfrac{1}{R'}=\dfrac{1}{R+1}+\dfrac{1}{R}=\dfrac{R+(R+1)}{R(R+1)}$

$\therefore\ R'=\dfrac{R^2+R}{2R+1}\,(\Omega)$

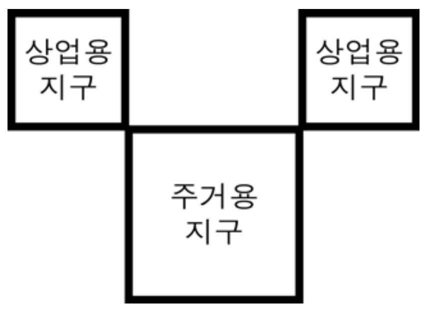
구하는 전체 저항의 크기는

$$R'+5R=\frac{R^2+R}{2R+1}+5R$$
$$=\frac{R^2+R+10R^2+5R}{2R+1}$$
$$=\frac{11R^2+6R}{2R+1}\,(\Omega)$$

$\therefore\ a=11,\ b=6$

따라서 $a+b=17$

30. [출제의도] 주어진 조건을 만족시키는 연립방정식을 구하여 풀 수 있는가를 묻는 문제이다.



상업용 지구와 주거용 지구의 한 변의 길이를 각각 x km, y km (단, $x>0,\ y>0$)라 하면

넓이의 합은 $(2x^2+y^2)\,(\mathrm{km}^2)$이므로

$2x^2+y^2=150$ $\cdots$ ㉠

도로의 총길이는 $8x+4y=4(2x+y)=80$(km)

$\therefore\ 2x+y=20$ $\cdots$ ㉡

㉡에서 $y=20-2x$를 ㉠에 대입하면

$2x^2+(20-2x)^2=150$

$3x^2-40x+125=0,\ (x-5)(3x-25)=0$

$\therefore\ x=5$ 또는 $x=\dfrac{25}{3}$

$\therefore\ x=5$일 때 $y=10$, $x=\dfrac{25}{3}$일 때 $y=\dfrac{10}{3}$

그런데 상업용 지구의 넓이는 주거용 지구의 넓이보다 작으므로 $x=5$, $y=10$이다.

따라서 주거용 지구의 넓이 y^2은 $100(\mathrm{km}^2)$이다.

$\therefore\ A=100$