2007학년도 11월 고1 전국연합학력평가
정답 및 해설(고1)

• 2교시 수리 영역 •

1	⑤	**2**	⑤	**3**	①	**4**	②	**5**	④	**6**	①	**7**	④	**8**	①
9	②	**10**	③	**11**	⑤	**12**	①	**13**	③	**14**	④	**15**	③	**16**	③
17	⑤	**18**	③	**19**	②	**20**	④	**21**	④	**22**	7	**23**	8	**24**	19
25	40	**26**	105	**27**	26	**28**	147	**29**	3	**30**	17				

1. [출제의도] 다항식의 값 계산하기

[해설] $a+b=4,\ ab=1$ 이므로

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=4^2-2\times 1=14$

2. [출제의도] 절대값의 성질 이해하기

[해설] $|a|=a$ 이므로 $a>0$

$|ab|=-ab$ 이므로 $ab<0\ \therefore\ b<0$

$|a-b|+\sqrt{a^2}+\sqrt{(b-a)^2}$

$=(a-b)+a-(b-a)=3a-2b$

3. [출제의도] 복소수의 항등원, 역원, 켤레복소수 이해하기

[해설] $z_2=1+i$ 이므로 $z_1=-(1+i)$

$z_3=\dfrac{1}{1+i}=\dfrac{1-i}{2}$, $z_4=\dfrac{1+i}{2}$

$\dfrac{z_1}{z_4}=\dfrac{-(1+i)}{\dfrac{1+i}{2}}=-2$

4. [출제의도] 부분집합의 개수 구하기

[해설] $B\cup X=B$ 이므로 $X\subset B$

$n(A\cap X)=2$ 이므로

집합 X는 $\{a,\ b\}$, $\{a,\ c\}$, $\{b,\ c\}$, $\{a,\ b,\ d\}$, $\{a,\ c,\ d\}$, $\{b,\ c,\ d\}$

$\therefore$ 6개

5. [출제의도] 연립이차부등식의 해 구하기

[해설] $x^2-4x-12<0\Rightarrow(x+2)(x-6)<0\Rightarrow-2<x<6$ $\cdots$ ①

$x^2-8x+16>0\Rightarrow(x-4)^2>0\Rightarrow x\neq 4$인 모든 실수 $\cdots$ ②

$x^2-2x+10\leqq 0\Rightarrow(x-1)^2+9\leqq 0\Rightarrow$ 해는 없다. $\cdots$ ③

①, ②, ③에 의하여 $(A\cap B)\cup C$의 원소 중 정수는 $-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 5$

$\therefore$ 6개

6. [출제의도] 이차방정식의 근 구하기

[해설] $\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{a+b}$을 통분하여 정리하면

$(a+b)(b-a)=\boxed{ab}$

$a^2+ab-b^2=0$

양변을 b^2으로 나누면 $\left(\dfrac{a}{b}\right)^2+\dfrac{a}{b}-1=0$에서 근의 공식을 이용하면

$\therefore\ \dfrac{a}{b}=\boxed{\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}}$이고 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

$\therefore\ \dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}=\boxed{\pm\sqrt{5}}$

7. [출제의도] 항등식과 나머지 정리 이해하기

[해설] $x^3+x^2-8x+7=(x-1)^3+a(x-1)^2+b(x-1)+c$ 는 x 에 대한 항등식이다. 주어진 식의 양변에 $x=0,\ 1,\ 2$ 를 대입하면

$\begin{cases}7=-1+a-b+c\\1=c\\3=1+a+b+c\end{cases}$

$a=4,\ b=-3,\ c=1$

$f(x)=ax^2-bx-c=4x^2+3x-1$

$x-2$로 나눈 나머지는 $f(2)=21$

8. [출제의도] 도형의 평행이동을 이해하고 직선의 방정식 구하기

[해설] $\triangle\mathrm{A'B'C'}$는 $\triangle\mathrm{ABC}$를 x축 방향으로 9만큼, y축 방향으로 2만큼 평행이동한 도형이므로 $\mathrm{B'}(10,\ 3)$, $\mathrm{C'}(12,\ 6)$이다.

두 점 $\mathrm{B'}$, $\mathrm{C'}$를 지나는 직선의 방정식은

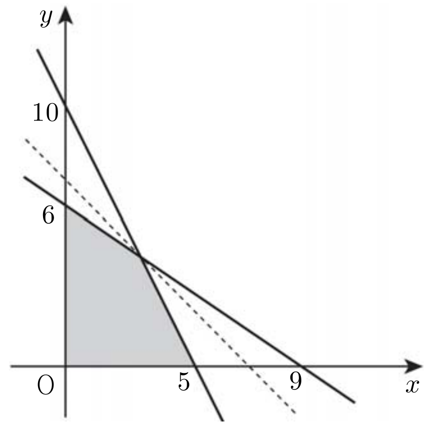
$y-3=\dfrac{6-3}{12-10}(x-10)$

$3x-2y=24$

$\therefore\ a+b=1$

9. [출제의도] 부등식의 영역에서의 최대값, 최소값 구하기

[해설] 네 부등식 $x\geqq 0,\ y\geqq 0,\ 2x+3y\leqq 18,\ 2x+y\leqq 10$ 의 영역을 좌표평면에 나타내면



$x+y=k$ 라 하면, k 의 최대값은 $y=-x+k$ 의 그래프가

$2x+3y=18$, $2x+y=10$ 의 교점 $(3,\ 4)$ 를 지날 때이다.

$\therefore\ x+y=7$

10. [출제의도] 원점에 대칭인 도형 이해하기

[해설] ㄱ. $y=-x$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$-y=-(-x)$이므로 $y=-x$

ㄴ. $|x+y|=1$를 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

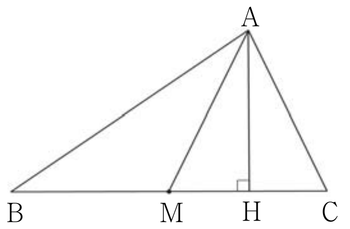
$|-x-y|=1$이므로 $|x+y|=1$

ㄷ. $x^2+y^2=2(x+y)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$(-x)^2+(-y)^2=2(-x-y)$ 이므로 $x^2+y^2=-2(x+y)$

11. [출제의도] 중선의 정리 증명하기

[해설] 점 A 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하자.



직각삼각형 ABH 에서

$\overline{AB}^2=\overline{BH}^2+\overline{AH}^2$

$=(\boxed{\overline{BM}+\overline{MH}})^2+\overline{AH}^2$

$=\overline{BM}^2+2\,\overline{BM}\cdot\overline{MH}+(\boxed{\overline{AM}})^2$ …… ㉠

직각삼각형 AHC 에서

$\overline{AC}^2=\overline{CH}^2+\overline{AH}^2$

$=(\boxed{\overline{CM}-\overline{MH}})^2+\overline{AH}^2$

$=\overline{CM}^2-2\,\overline{CM}\cdot\overline{MH}+(\boxed{\overline{AM}})^2$ …… ㉡

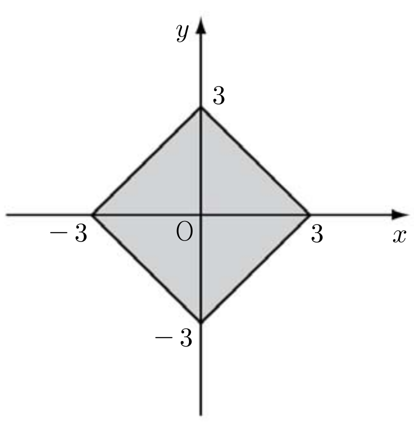
㉠, ㉡에서 $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2(\overline{BM}^2+\overline{AM}^2)$이다.

12. [출제의도] 절대값의 성질을 이해하고 도형의 넓이 구하기

[해설] $(x^2\triangle 4)+(y^2\triangle 1)\leqq 6$에서

$(\sqrt{x^2}+\sqrt{4})+(\sqrt{y^2}+\sqrt{1})\leqq 6$

$|x|+|y|\leqq 3$



따라서 도형의 넓이는$(\frac{1}{2}\times 6\times 3)\times 2=18$

13. [출제의도] 명제의 참, 거짓 구별하기

[해설] ㄱ. $a<b<0$ 이면 $a^2>b^2$ 이다.(참)

ㄴ. $a\geqq 0$ 또는 $b\geqq 0$ 이면 $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ 이다. (참)

ㄷ. $|a|+|b|\geqq|a+b|$ 이면 $a\geqq 0$ 이고 $b\geqq 0$ 이다.(거짓)

(반례) $|3|+|-4|\geqq|3-4|$ 이 성립하지만 $3\geqq 0$ 이고 $-4\leqq 0$

14. [출제의도] 고차방정식의 해 구하는 과정 이해하기

[해설] $x^3+y^3=91$ 의 좌변을 인수분해하면

$(x+y)(x^2-xy+y^2)=91$ …… ㉠

이 때, $x^2-xy+y^2=x^2-xy+\frac{1}{4}y^2+\frac{3}{4}y^2$

$=\left(x-\frac{y}{2}\right)^2+\left(\boxed{\frac{3}{4}}\right)y^2>0$

㉠ 에서 $x+y$ 는 91의 양의 약수이다. …… ㉡

$x+y=k$ 라 놓으면

㉠ 에서 $k(k^2-3xy)=91$이므로 $xy=\frac{1}{3}\left(k^2-\frac{91}{k}\right)$

따라서, x, y 는 이차방정식

$t^2-kt+\frac{1}{3}\left(k^2-\frac{91}{k}\right)=0$ 의 두 실근이다.

판별식 $D=k^2-\frac{4}{3}\left(k^2-\frac{91}{k}\right)\geqq 0$

$3k^2-4k^2+4\times 91\geqq 0$

$k^3\leqq(\boxed{4})\times 91$ …… ㉢

주어진 조건과 ㉡, ㉢ 을 만족하는 k 의 값은 $(\boxed{1})$이다.

15 . [출제의도] 실수의 대소관계 이해하기

[해설] ㄱ. $ab+1>a+b$ (참)

$ab+1-(a+b)=(a-1)(b-1)>0$

ㄴ. $ac+b>abc+1$ (거짓)

$ac+b-(abc+1)=-(ac-1)(b-1)<0$

ㄷ. $\frac{1}{(a+1)^2}+\frac{1}{(b+1)^2}\geqq\frac{2}{(a+1)(b+1)}$ (참)

(산술평균)$\geqq$(기하평균)

16. [출제의도] 인수분해하기

[해설] $(x^2-x)(x^2+3x+2)-3$

$=x(x-1)(x+1)(x+2)-3$

$=(x^2+x)(x^2+x-2)-3$

$x^2+x=A$로 치환하면

(준식)$=A(A-2)-3=(A+1)(A-3)$

$=(x^2+x+1)(x^2+x-3)$

따라서 $a+b+c+d=0$

17. [출제의도] 선분의 내분 이해하기

[해설] $\overline{AP}:\overline{PB}=m:n$, $\overline{AQ}:\overline{QB}=n:m$ 이므로

$\overline{AB}=400$이고, $\overline{AP}=x$라 하면 $\overline{QB}=200-x$

$\overline{AP}:\overline{PB}=m:n$, $\overline{AQ}:\overline{QB}=n:m$ 이므로

$x:(400-x)=(200-x):(200+x)$

$\therefore\ x=100$

$\overline{\mathrm{AP}} : \overline{\mathrm{PB}} = 100 : 300$

$\therefore\ \dfrac{n}{m} = 3$

18. [출제의도] 원과 직선의 위치관계 이해하기

[해설] $x^2+y^2-4x-2y=a-3 \Rightarrow (x-2)^2+(y-1)^2=a+2$

중심이 $(2,\ 1)$이고, 반지름이 $\sqrt{a+2}$ 인 원이다.

x축과 만나려면 $\sqrt{a+2} \geqq 1$ $\cdots$ ①

y축과 만나지 않으려면 $0 < \sqrt{a+2} < 2$ $\cdots$ ②

①, ② 를 동시에 만족하므로

$\therefore\ -1 \leqq a < 2$

19. [출제의도] 이차방정식 활용하기

[해설] t 초 후 첫 번째 원의 반지름은 $t+1$, 넓이는 $\pi(t+1)^2$

t 초 후 두 번째 원의 반지름은 $t-1$, 넓이는 $\pi(t-1)^2$

t 초 후 세 번째 원의 반지름은 $t-3$, 넓이는 $\pi(t-3)^2$

$\pi(t+1)^2 = \pi(t-1)^2 + \pi(t-3)^2$

이 식을 풀면 $t=1,\ 9$

원은 최소한 3개 이상이므로 $t \geqq 4$

$\therefore\ t = 9$초

20. [출제의도] 점과 직선사이의 거리 구하기

[해설] 원점 O 에서 직선 $(3-k)x-(1+k)y+2=0$ 까지의 거리는

$$\frac{|2|}{\sqrt{(3-k)^2+(1+k)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2k^2-4k+10}}$$

거리가 최대가 되려면 분모가 최소일 때이다.

$2k^2-4k+10 = 2(k-1)^2+8 \geqq 8$이므로

$$\frac{2}{\sqrt{2k^2-4k+10}} \leqq \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\therefore$ 최대값 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

21. [출제의도] 부등식의 영역의 넓이 구하기

[해설] $\{[\,x\,]=0$ 이고 $[\,y^2\,]=1\}$ 또는 $\{[\,x\,]=1$ 이고 $[\,y^2\,]=0\}$ 또는

$\{[\,x\,]=-1$ 이고 $[\,y^2\,]=0\}$인 경우이다.

(i) $[\,x\,]=0$ 이고 $[\,y^2\,]=1$ 인 경우

$0 \leqq x < 1,\ 1 \leqq y^2 < 2$ 이므로

$0 \leqq x < 1,\ \{-\sqrt{2} < y \leqq -1$ 또는 $1 \leqq y < \sqrt{2}\}$ $\cdots\cdots$ ㉠

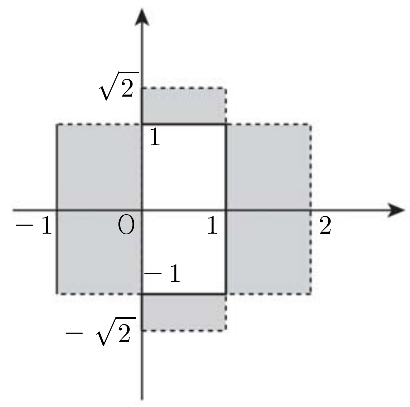
(ii) $[\,x\,]=1$ 이고 $[\,y^2\,]=0$ 인 경우

$1 \leqq x < 2,\ -1 < y < 1$ $\cdots\cdots$ ㉡

(iii) $[\,x\,]=-1$ 이고 $[\,y^2\,]=0$ 인 경우

$-1 \leqq x < 0,\ -1 < y < 1$ $\cdots\cdots$ ㉢

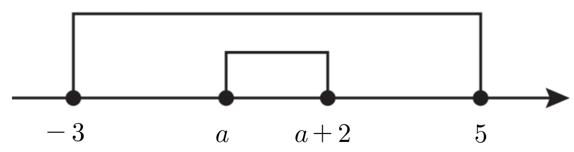
㉠, ㉡, ㉢을 좌표평면에 나타내면



구하는 영역의 넓이는 $2\{1\times2+1\times(\sqrt{2}-1)\} = 2(1+\sqrt{2})$

22. [출제의도] 명제의 참, 거짓과 집합의 포함관계 이해하기

[해설] $a \geqq -3$ 이고 $a+2 \leqq 5$이므로 $-3 \leqq a \leqq 3$이다.

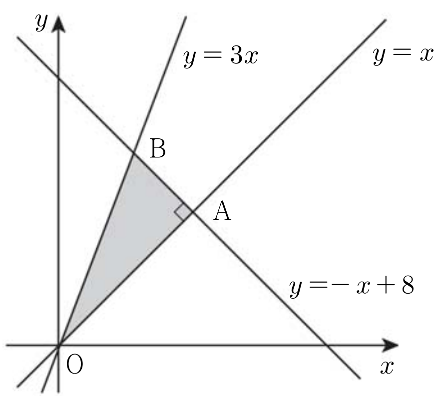


부등식을 만족하는 정수 a는 7개이다.

23. [출제의도] 두 점을 지나는 직선의 방정식 구하기

[해설] 두 점 $(3,\ 5)$, $(5,\ 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$y-5 = \dfrac{3-5}{5-3}(x-3)$이므로 $y=-x+8$ $\cdots\cdots$ ㉠



㉠이 $y=x,\ y=3x$ 와 만나는 점을 각각 A, B 라 하면 삼각형 OAB 는

$\angle \mathrm{A} = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

A $(4,\ 4)$, B $(2,\ 6)$ 이므로

삼각형 OAB 의 넓이 $= \dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OA}}\times\overline{\mathrm{AB}} = \dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{2} = 8$

24. [출제의도] 집합의 상등 이해하기

[해설] $\sqrt{ab}=2$에서 $ab=4$

$\dfrac{a+b}{2}=3$에서 $a+b=6$

$a+1,\ b+1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은

$x^2-(a+1+b+1)x+(a+1)(b+1)=0$ 이므로

$x^2-8x+11=0$

$\therefore\ n-m=19$

25. [출제의도] 원과 접선의 방정식 이해하기

[해설] $\overline{\mathrm{AP}}=x,\ \overline{\mathrm{BP}}=y$ 라 하면 $x^2+y^2=64$ 를 만족하는 $x,\ y$ 에 대하여

$3x+4y=k$ 라 하면 k 의 최대값은 원에 접할 때이다.

원의 중심 $(0,\ 0)$ 에서 직선 $3x+4y-k=0$ 까지의 거리가 8

$\therefore\ \dfrac{|3\times0+4\times0-k|}{\sqrt{3^2+4^2}}=8$

$\dfrac{|-k|}{5}=8\ (k>0)$

$\therefore\ k=40$

26. [출제의도] 연립방정식의 해 구하기

[해설] (ⅰ) $x \geqq y$ 일 때

$\langle x,\ y \rangle = x$ 이므로

$\begin{cases} 2x-4y^2=x \\ x-y+5=x \end{cases}$

$\therefore\ y=5,\ x=4y^2=4\times5^2=100$

(ⅱ) $x<y$ 일 때

$\langle x,\ y \rangle = -y$ 이므로

$\begin{cases} 2x-4y^2=-y \\ x-y+5=-y \end{cases}$

$\therefore\ x=-5,\ -10-4y^2=-y$

y 에 대한 이차방정식 $4y^2-y+10=0$은

판별식 $\mathrm{D}=(-1)^2-4\times4\times10<0$ 이 되어 허근을 갖는다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 $\alpha=100$, $\beta=5$

$\therefore\ \alpha+\beta=105$

27. [출제의도] 평균과 분산 구하기

[해설] (평균)$=\dfrac{(a+b)+(b+c)+(c+a)}{3}=\dfrac{4}{3}$

$\therefore\ a+b+c=2$

(분산)$=\dfrac{\left(a+b-\frac{4}{3}\right)^2+\left(b+c-\frac{4}{3}\right)^2+\left(c+a-\frac{4}{3}\right)^2}{3}$

$=\dfrac{\left(\frac{2}{3}-c\right)^2+\left(\frac{2}{3}-a\right)^2+\left(\frac{2}{3}-b\right)^2}{3}$

$=\dfrac{a^2+b^2+c^2-\frac{4}{3}(a+b+c)+\frac{4}{3}}{3}$

$=\dfrac{7-2\times\frac{4}{3}+\frac{4}{3}}{3}=\dfrac{17}{9}=\dfrac{n}{m}$

$\therefore\ m+n=26$

28. [출제의도] 원과 직선의 위치관계 이해하기

[해설] $x^2+y^2-4x+4=k$ 라 하면

$(x-2)^2+y^2=k$ 는 중심이 $(2,\ 0)$이고 반지름이 $\sqrt{k}$ 인 원이다.

최대값은 $\mathrm{B}(4,\ 1)$ 또는 $\mathrm{C}(1,\ 2)$를 지날 때이므로

$\sqrt{k}=\sqrt{(2-4)^2+(0-1)^2}=\sqrt{(2-1)^2+(0-2)^2}=\sqrt{5}$

$\therefore$ 최대값 $k=5$

최소값은 점 A, B 를 지나는 직선 $3x-2y-10=0$과 접할 때이므로

$\sqrt{k}=\dfrac{|3\times2-2\times0-10|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}}=\dfrac{4}{\sqrt{13}}$

$\therefore$ 최소값 $k=\dfrac{16}{13}$

따라서 $39(M-m)=39\left(5-\dfrac{16}{13}\right)=147$

29. [출제의도] 식의 값 구하기

[해설] $s=1,\ t=\sqrt{2}-\sqrt{3}$ 이라 하면 $a=s+t,\ b=s-t$

$a^3+b^3=(s+t)^3+(s-t)^3=2s^3+6st^2$

$=2+6(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$

$=32-12\sqrt{6}$

$\therefore a^3+b^3+1=33-2\sqrt{216}$

$\sqrt{a^3+b^3+1}=\sqrt{(24+9)-2\sqrt{24\times9}}$

$=\sqrt{24}-\sqrt{9}=-3+2\sqrt{6}$

$\therefore p+q=-3+6=3$

30. [출제의도] 복소수 계산하기

[해설] $\left(\dfrac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^2=\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2},\ \left(\dfrac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^3=i,\ \left(\dfrac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^6=-1$

따라서 $n=12k+6\,(k=0,\ 1\ ,\ 2,\ \cdots)$ 일 때, $\left(\dfrac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^n=-1$

$1\leqq 12k+6\leqq 200$ 을 만족하는 k 는 $0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 16$

$\therefore$ 17 개