2008년도 3월 고1 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 수리 영역 •

정 답

1	②	2	⑤	3	③	4	④	5	④	6	①	7	④	8	⑤
9	①	10	①	11	③	12	⑤	13	②	14	④	15	②	16	③
17	②	18	①	19	⑤	20	③	21	④	22	69	23	31	24	97
25	24	26	32	27	19	28	16	29	620	30	13				

해 설

1. [출제의도] 제곱근의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$(-\sqrt{3})^2-\sqrt{49}+\sqrt{(-3)^2}$
$=3-7+3$
$=-1$

2. [출제의도] 제곱근의 근삿값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

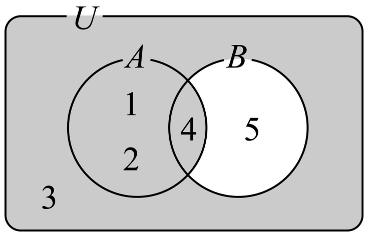
$\sqrt{0.345}$
$=\sqrt{\dfrac{34.5}{100}}$
$=\dfrac{\sqrt{34.5}}{\sqrt{100}}$
$\fallingdotseq \dfrac{5.874}{10}$
$=0.5874$

3. [출제의도] 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$3A-(A-B)$
$=2A+B$
$=2(2x-3y)+(-3x+5y)$
$=4x-6y-3x+5y$
$=x-y$

4. [출제의도] 집합의 연산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A=\{1, 2, 4\}$, $B=\{4, 5\}$에 대하여 $A\cup B^C$을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

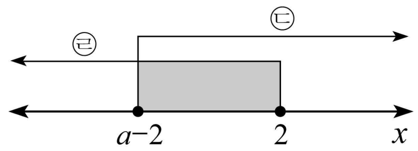


$A\cup B^C=\{1, 2, 3, 4\}$이므로 구하는 원소의 개수는 4이다.

5. [출제의도] 연립부등식의 해를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\begin{cases} x-2 \leq 2x-a & \cdots ㉠ \\ 3x-4 \leq 12-5x & \cdots ㉡ \end{cases}$

부등식 ㉠을 풀면 $x \geq a-2$ ⋯㉢
부등식 ㉡을 풀면 $8x \leq 16$
$\therefore\ x \leq 2$ ⋯㉣



주어진 연립부등식이 해를 가지려면 ㉢과 ㉣의 공통 범위가 존재하여야 한다.
따라서 그림으로부터 $a-2 \leq 2$이어야 한다.
$\therefore\ a \leq 4$
그러므로 a의 최댓값은 4이다.

6. [출제의도] 경우의 수를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

먼저 회장을 1명 뽑는 방법은 5가지이고, 나머지 4명의 회원 중에서 2명의 부회장을 뽑는 방법의 수는 다음과 같다.
$\dfrac{4\times 3}{2}=6$
따라서 구하는 방법의 수는 $5\times 6=30$이다.

7. [출제의도] 상관표를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

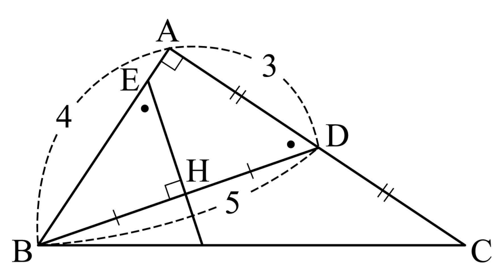
2차(점) \ 1차(점)	$5^{이상}\sim 6^{미만}$	6 ~ 7	7 ~ 8	8 ~ 9	9 ~ 10	합계
$9^{이상}\sim 10^{미만}$					1	1
8 ~ 9		2	5	1	1	9
7 ~ 8		3	1	4	2	10
6 ~ 7	3	2	2	2		9
5 ~ 6		1				1
합계	3	8	8	7	4	30

위의 상관표에서 1차 수행평가와 2차 수행평가 성적이 모두 8점 미만인 학생의 수는 다음과 같다.
$3+1+3+2+2+1=12$
따라서 구하는 비율은 다음과 같다.
$\dfrac{12}{30}\times 100=40(\%)$

8. [출제의도] 이차방정식의 해를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$x^2-2007x-2008=0$에서
$(x+1)(x-2008)=0$, $x=-1$ 또는 $x=2008$
$\therefore\ a=2008$ ⋯㉠
$2008^2x^2+2007\times 2009x-1=0$에서
$2008^2x^2+(2008^2-1)x-1=0$
$(x+1)(2008^2x-1)=0$, $x=-1$ 또는 $x=\dfrac{1}{2008^2}$
$\therefore\ b=-1$ ⋯㉡
㉠, ㉡에서 $a-b=2008-(-1)=2009$

9. [출제의도] 삼각형의 닮음과 피타고라스의 정리를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

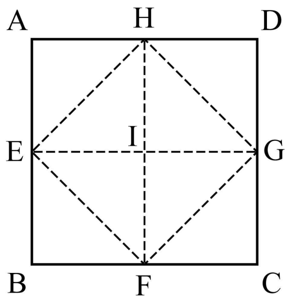


직각삼각형 ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

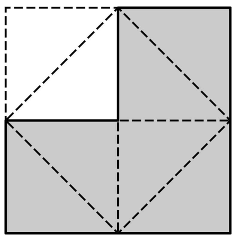
두 삼각형 ABD와 HBE에서
$\angle$ABD는 공통, $\angle \mathrm{BAD}=\angle \mathrm{BHE}=90°$
$\therefore\ \triangle \mathrm{ABD} \backsim \triangle \mathrm{HBE}$
따라서 $\overline{\mathrm{BD}}:\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{HB}}$ 가 성립하므로
$\overline{\mathrm{BE}}=x$라 하면 $5:x=4:\frac{5}{2}$, $4x=\frac{25}{2}$
$\therefore\ x=\frac{25}{8}$ (cm)

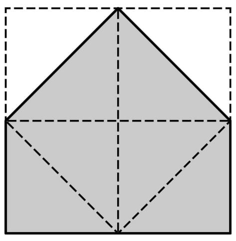
10. [출제의도] 이차방정식의 근을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.
이차방정식 $x^2-mx+n^2=0$의 한 근이 $m-2n$이므로 주어진 방정식에 대입하면 다음과 같다.
$(m-2n)^2-m(m-2n)+n^2=0$
$m^2-4mn+4n^2-m^2+2mn+n^2=0$
$5n^2-2mn=0$
$n(5n-2m)=0$
$n\neq 0$이므로 $5n-2m=0$
$\therefore\ 5n=2m$ $\cdots$㉠
m, n이 모두 10이하의 자연수이고 ㉠을 만족하는 순서쌍은 $(5,2)$, $(10,4)$의 2개다.

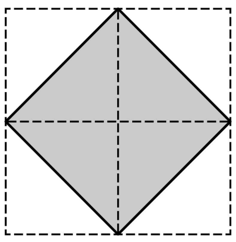
11. [출제의도] 무리수의 뜻을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

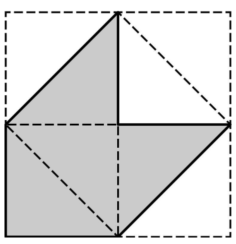


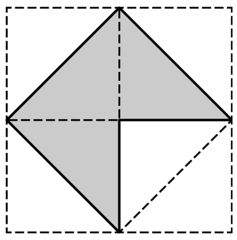
정사각형의 넓이가 8이므로 한 변의 길이는 $2\sqrt{2}$이고
$\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{EF}}=\overline{\mathrm{FG}}=\overline{\mathrm{GH}}=\overline{\mathrm{HE}}=2$이다.
따라서 주어진 각 도형의 둘레의 길이는 다음과 같다.


(둘레의 길이)$=\sqrt{2}\times 8=8\sqrt{2}$ (무리수)

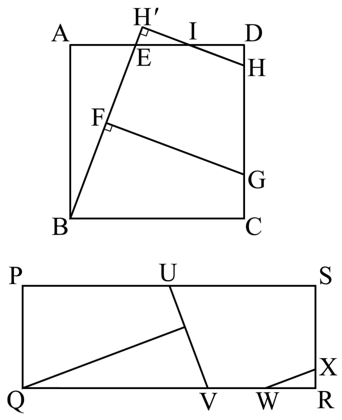

(둘레의 길이)$=\sqrt{2}\times 4+2\times 2=4\sqrt{2}+4$ (무리수)


(둘레의 길이)$=2\times 4=8$ (유리수)

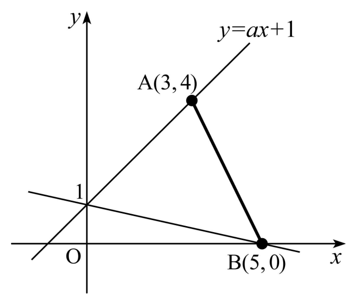

(둘레의 길이)$=\sqrt{2}\times 4+2\times 2=4\sqrt{2}+4$ (무리수)


(둘레의 길이)$=\sqrt{2}\times 2+2\times 3=2\sqrt{2}+6$ (무리수)

12. [출제의도] 삼각형의 합동과 직사각형의 성질을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.
그림에서 점 I에 대한 점 H의 대칭점을 점 H′이라 하면
두 삼각형 IEH′과 삼각형 IHD는 합동이므로 사각형 FGHH′과 사각형 SUVR는 합동이다.
따라서
$\overline{\mathrm{RS}}=\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{BF}}=\overline{\mathrm{FH'}}$이므로
$\overline{\mathrm{RS}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BH'}}=\frac{1}{2}(\overline{\mathrm{BE}}+\overline{\mathrm{EH'}})=\frac{1}{2}(\overline{\mathrm{BE}}+\overline{\mathrm{DH}})$



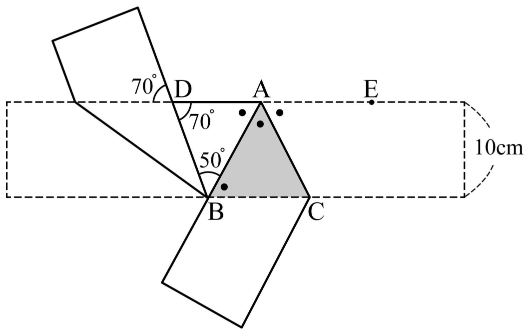
13. [출제의도] 주어진 조건을 이용하여 일차함수의 그래프의 모양을 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.



일차함수 $y=ax+1$의 그래프가 점 A$(3,4)$를 지날 때
$4=3a+1$, $a=1$ $\cdots$㉠
일차함수 $y=ax+1$의 그래프가 점 B$(5,0)$을 지날 때
$0=5a+1$, $a=-\frac{1}{5}$ $\cdots$㉡
㉠, ㉡에서 $-\frac{1}{5}\leqq a\leqq 1$
따라서 $M=1$, $m=-\frac{1}{5}$
$\therefore\ Mm=-\frac{1}{5}$

14. [출제의도] 이차함수의 그래프의 모양을 보고 $y=ax^2+bx+c$에서 a, b, c의 부호를 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.
ㄱ. 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$이고, 축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $-\frac{b}{2a}<0$이다. 따라서 $b<0$ (거짓)
ㄴ. y절편이 양이므로 $c>0$이다. 따라서 $ab+c>0$ (참)
ㄷ. $x=-1$일 때 $y>0$이므로 $a-b+c>0$ (참)
이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

15. [출제의도] 평행선에서의 각의 성질을 이해하고, 피타고라스의 정리를 이용하여 정삼각형의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



$\angle ADB = 70°$이므로 $\angle DAB = 60°$이다.

$\therefore\ \angle BAC = \angle CAE = 60°$

또 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle DAB = \angle ABC = 60°$, $\angle ACB = \angle CAE = 60°$이다.

따라서 삼각형 ABC는 높이가 10인 정삼각형이다.

$\overline{AC} = 10 \times \dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{20}{\sqrt{3}}$이므로

$\triangle ABC = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\dfrac{20}{\sqrt{3}}\right)^2 = \dfrac{100\sqrt{3}}{3}\ (\mathrm{cm}^2)$

16. [출제의도] 주어진 조건의 두 수를 구하기 위하여, 원의 성질을 이용하는 증명을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\overline{CD} + \overline{CE} = a$이고, $\overline{CD} \cdot \overline{CE} = \overline{BC}^2 = b$이므로

구하는 두 수는 두 선분 CD, CE의 길이와 같다.

점 D에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 F라 하면

$$\begin{aligned}\overline{OF} &= \sqrt{\overline{OD}^2 - \overline{DF}^2}\\ &= \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - (\sqrt{b})^2}\\ &= \sqrt{\frac{a^2-4b}{4}}\\ &= \frac{\sqrt{a^2-4b}}{2}\end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned}\overline{CD} = \overline{BF} &= \overline{OB} - \overline{OF}\\ &= \frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2-4b}}{2}\\ &= \frac{a-\sqrt{a^2-4b}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{CE} &= \overline{AB} - \overline{BF}\\ &= a - \frac{a-\sqrt{a^2-4b}}{2}\\ &= \frac{a+\sqrt{a^2-4b}}{2}\end{aligned}$$

[참고]

두 수 $\dfrac{a-\sqrt{a^2-4b}}{2}$, $\dfrac{a+\sqrt{a^2-4b}}{2}$는 방정식 $x^2 - ax + b = 0$의 두 근이다.

17. [출제의도] 다항식의 곱셈을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

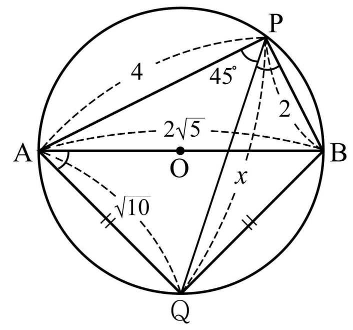
색칠한 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\dfrac{a+b}{2}$

색칠한 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $a - \dfrac{a+b}{2} = \dfrac{a-b}{2}$

따라서 두 정사각형의 넓이의 합은

$\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{a-b}{2}\right)^2 = \dfrac{a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2}{4} = \dfrac{a^2+b^2}{2}$

18. [출제의도] 피타고라스의 정리와 원의 성질을 이해하고, 삼각비를 이용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



$\overline{AB} = \sqrt{4^2+2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$\overline{QA}^2 + \overline{QB}^2 = \overline{AB}^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20$

$\overline{QA} = \overline{QB} = \sqrt{10}$

사각형 AQBP의 넓이는 두 삼각형 PAB, QBA의 합과 같으므로

$\dfrac{1}{2} \times 4 \times 2 + \dfrac{1}{2} \times \sqrt{10} \times \sqrt{10} = 9$

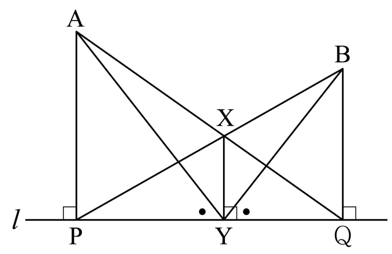
또 $\angle APQ = \angle BPQ = 45°$이고, 사각형의 넓이는 두 삼각형 PAQ, PBQ의 넓이의 합과 같으므로 $\overline{PQ} = x$라 하면 다음이 성립한다.

$9 = \dfrac{1}{2}(4x\sin 45° + 2x\sin 45°)$

$9 = \dfrac{1}{2}\left(4x \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} + 2x \times \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}x$

이것을 풀면 $x = 3\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

19. [출제의도] 삼각형의 닮음을 이용하여 여러 가지 선분의 관계와 각의 관계를 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.



ㄱ. $\triangle QAP \backsim \triangle QXY$이므로 $\overline{AP} : \overline{XY} = \overline{PQ} : \overline{YQ}$ (참)

ㄴ. $\triangle APY$와 $\triangle BQY$에서

$\overline{AP} : \overline{XY} = \overline{PQ} : \overline{YQ}$ 이므로 $\overline{AP} = \dfrac{\overline{XY} \cdot \overline{PQ}}{\overline{YQ}}$

$\overline{BQ} : \overline{XY} = \overline{PQ} : \overline{PY}$ 이므로 $\overline{BQ} = \dfrac{\overline{XY} \cdot \overline{PQ}}{\overline{PY}}$

$\therefore\ \overline{AP} : \overline{BQ} = \dfrac{1}{\overline{YQ}} : \dfrac{1}{\overline{PY}} = \overline{PY} : \overline{YQ}$ (참)

ㄷ. ㄴ에서 $\triangle APY \backsim \triangle BQY$ 이므로

$\angle AYP = \angle BYQ$

$\overline{XY}$는 직선 l에 수직이므로 $\angle AYX = \angle BYX$ (참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

20. [출제의도] 확률을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

남은 수는 1, 4, 6, 8, 9이므로 색칠한 첫 번째 칸에 짝수 4, 6, 8 중의 하나가 적힐 확률은 $\dfrac{3}{5}$이고, 또 색칠한 두 번째 칸에 남은 짝수가 적힐 확률은 $\dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{3}{5} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{10}$이다.

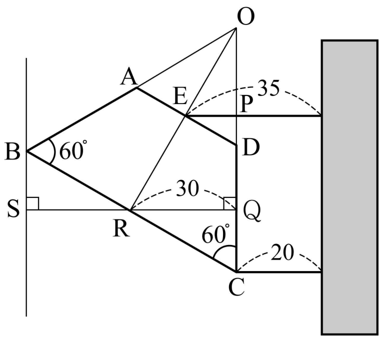
[다른 풀이]

남은 수는 1, 4, 6, 8, 9이므로 이 5개의 수를 5개의 빈 칸에 임의로 써 넣을 수 있는 방법의 수는 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$이다.

한편 색칠한 2개의 빈 칸에 짝수를 넣고, 나머지 빈 칸에 남은 3개의 수를 넣는 방법의 수는 $(3 \times 2) \times (3 \times 2 \times 1) = 36$이다.

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{36}{120} = \dfrac{3}{10}$이다.

21. [출제의도] 삼각형의 여러 가지 성질을 이용하여 실생활의 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.



$\overline{BA}$와 $\overline{CD}$의 연장선이 만나는 점을 O라 하면 삼각형 OBC는 정삼각형이다. 따라서 $\overline{OE}$의 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 R라 하면 $\overline{BR}=\overline{RC}$이다.
또, 점 E에서 $\overline{OC}$에 내린 수선의 발을 P, 점 R에서 $\overline{OC}$에 내린 수선의 발을 Q라 하자. 또 점 R에서 점 B를 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 직선에 내린 수선의 발을 S라 하자. 그러면 삼각형의 중점연결정리에 의해 다음이 성립한다.
$\overline{EP}=35-20=15$, $\overline{QR}=2\overline{EP}=30$
두 삼각형 RCQ와 RBS는 합동이므로
$\overline{SR}=\overline{RQ}=30$
따라서 구하는 거리는
$30+30+20=80(\text{cm})$

22. [출제의도] 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$x=-2$, $\frac{1}{y}=-3$이므로
$8x^2-\frac{9}{y}+10$
$=8\times(-2)^2-9\times(-3)+10$
$=32+27+10$
$=69$

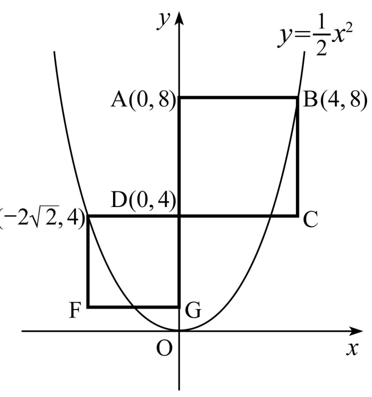
23. [출제의도] 제곱근의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$2\sqrt{11}<\sqrt{n}<6\sqrt{11}$
$\sqrt{4\times11}<\sqrt{n}<\sqrt{36\times11}$
따라서 위의 식을 만족하는 11의 배수 n은
5×11, 6×11, $\cdots$, 35×11이고, 그 개수는 31이다.

24. [출제의도] 유한소수의 성질을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

유한소수가 되기 위해서는 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다.
주어진 분모 1×2, 2×3, 3×4, $\cdots$, 99×100 중에서 소인수가 2나 5뿐인 경우는 1×2, 4×5의 두 경우이다.
따라서 $n(A)=99$, $n(B)=2$이므로
$n(A)-n(B)=99-2=97$

25. [출제의도] 이차함수의 그래프를 이해하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.



점 B의 y좌표가 8이므로
$\frac{1}{2}x^2=8$에서 $x=\pm4$ $\therefore$ B$(4,8)$
따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 4이다.
점 D의 y좌표는 $8-4=4$
또한 점 E의 y좌표도 4이므로
$\frac{1}{2}x^2=4$ 에서 $x=\pm2\sqrt{2}$ $\therefore$ E$(-2\sqrt{2}, 4)$
따라서 정사각형 DEFG의 한 변의 길이는 $2\sqrt{2}$이다.
정사각형 ABCD의 넓이는 $4^2=16$이고, 정사각형 DEFG의 넓이는 $(2\sqrt{2})^2=8$이다.
그러므로 두 정사각형의 넓이의 합은 $16+8=24$

26. [출제의도] 연립방정식의 해를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

연립방정식 $\begin{cases} x+y=a-11 \\ x+3y=3a-47 \end{cases}$ 에서
x와 y의 값의 비가 $1:2$이므로 $y=2x$라 하고
주어진 연립방정식을 다시 정리하면 다음과 같다.
$\begin{cases} 3x=a-11 \\ 7x=3a-47 \end{cases}$
이 연립방정식을 풀면 $x=7$
$\therefore$ $a=32$

27. [출제의도] 이차방정식을 이용하여 주어진 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

t초 후에 가로와 세로의 길이는 각각
$60-2t$, $33+3t$이므로 직사각형의 넓이는 다음과 같다.
$(60-2t)(33+3t)=60\times33$
$t(t-19)=0$
$t=0$, $t=19$
따라서 19초 후에 처음 직사각형의 넓이와 같아진다.

28. [출제의도] 주어진 조건을 만족하는 이차함수의 식을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

x축과 두 점 $(2,0)$, $(-4,0)$에서 만나므로 축의 방정식은
$x=\frac{2+(-4)}{2}=-1$
이고 최댓값은 18이므로 이 이차함수의 식은 다음과 같다.
$y=a(x+1)^2+18$ $\cdots$㉠
이 포물선이 $(2,0)$을 지나므로 ㉠에 대입하면
$0=a(2+1)^2+18$ $\therefore$ $a=-2$
이것을 다시 ㉠에 대입하여 정리하면
$y=-2(x+1)^2+18=-2x^2-4x+16$
따라서 구하는 y절편은 16이다.

29. [출제의도] 주어진 조건을 만족하는 두 수의 관계를 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$x+2[x]+5<y>=10.8$
$y+5[y]+2<x>=7.8$
각 변끼리 더하면

$x+y+2([x]+< x >)+5([y]+< y >)=18.6$
그런데 $x=[x]+< x >$, $y=[y]+< y >$이므로
$3x+6y=18.6$
$x+2y=6.2$
$\therefore\ 100(x+2y)=620$

30. [출제의도] 일차부등식을 이용하여 실생활의 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.
빌릴 책의 수를 n이라 하면
회원으로 가입하여 빌릴 경우의 비용은 $5000+800n$이고, 비회원으로 빌릴 경우의 비용은 $1200n$이다.
따라서 비회원의 경우보다 회원으로 가입하여 빌릴 때 돈이 덜 들려면
$1200n>5000+800n$
$400n>5000$
$\therefore\ n>12.5$
따라서 13권 이상 빌리면 비회원으로 빌릴 때보다 돈이 덜 들게 된다.