2008학년도 6월 고1 전국연합학력평가
정답 및 해설

수리 영역

정답

1	②	2	④	3	①	4	①	5	①
6	②	7	③	8	③	9	④	10	②
11	③	12	①	13	①	14	⑤	15	②
16	③	17	③	18	⑤	19	⑤	20	⑤
21	④	22	53	23	32	24	29	25	20
26	280	27	12	28	14	29	27	30	13

해설

1. [출제의도] 집합의 연산 이해하기

$A-B=A$ 이므로 A와 B는 서로소이다.

$\therefore\ A\cap B=\phi$

2. [출제의도] 복소수 계산하기

$\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{\bar{z}}=\dfrac{1}{1+i}+\dfrac{1}{1-i}$

$=\dfrac{1-i}{2}+\dfrac{1+i}{2}=1$

3. [출제의도] 이중근호 계산하기

$\sqrt{6+2\sqrt{5}}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}$

$=\sqrt{5}+1-(\sqrt{5}-1)=2$

4. [출제의도] 필요충분조건 이해하기

조건 $p: x^2-4x+4-a=0$

조건 $q: x=5$ 또는 $x=b$

p 는 q 이기 위한 필요충분조건이므로

$5+b=4$, $5b=4-a$

$a=9$, $b=-1$

$\therefore\ a+b=8$

5. [출제의도] 이항연산 이해하기

연산 ◎에 대한 항등원이 6 이므로

a ◎ $6=6$ ◎ $a=a$

$a+6+2k=a$

$\therefore\ k=-3$

6. [출제의도] 다항식의 연산을 이용하여 수학내적문제 해결하기

(통나무의 부피)$=\pi x^2(x+3)$

(파낸 원기둥의 부피)$=\pi(x-2)^2x$

(남은 부피) $=\pi\{x^2(x+3)-(x-2)^2x\}$

$=\pi x(x^2+3x-x^2+4x-4)$

$=\pi x(7x-4)$

7. [출제의도] 이중근호를 이용하여 수학외적문제 해결하기

$W=\dfrac{1}{2}mv^2-\dfrac{1}{2}m{v_0}^2$ 이므로,

$W=3\sqrt{3}$, $m=3$, $v_0=2$ 를 대입하면,

$3\sqrt{3}=\dfrac{1}{2}\times3\times v^2-\dfrac{1}{2}\times3\times4$

$v^2=4+2\sqrt{3}$

$\therefore\ v=\sqrt{4+2\sqrt{3}}=\sqrt{3}+1$

8. [출제의도] 약수와 배수 이해하기

ㄱ. 123은 3의 배수이므로 $f(123)=0$ $\therefore$ 참

ㄴ. $k^3-k=(k-1)k(k+1)$

연속하는 세 자연수의 곱은 3의 배수이므로

k^3-k+3도 3의 배수이다. $\therefore$ 참

ㄷ. (반례) $k=1$일 때, $f(k^3)+f(k)=2$

$\therefore$ 거짓

9. [출제의도] 이차방정식의 공통근 활용하기

동시에 만족하는 근을 α 라 하면

$\alpha^2-4\alpha+a=0$ … ①

$\alpha^2+a\alpha-4=0$ … ②

① − ②

$(a+4)(\alpha-1)=0$

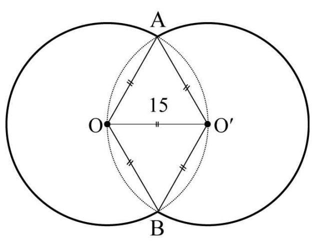
$a=-4$ 이면 동시에 만족하는 근이

$2\pm2\sqrt{2}$ 로 두 개다.

따라서, $\alpha=1$일 때 $a=3$ 이다.

10. [출제의도] 원의 성질을 이용하여 수학내적문제 해결하기

서로의 중심을 지나는 두 원의 중심 사이의 거리는 반지름의 길이와 같으므로 $\triangle$AOO′은 정삼각형이다.



따라서 $\angle\mathrm{AOB}=120°$

도형의 둘레의 길이는 $2\pi\times15\times\dfrac{2}{3}\times2=40\pi$

11. [출제의도] 닫혀 있음을 이해하기

ㄱ. $\{-1,\ 0,\ 1\}$ 이므로 곱셈에 대하여 닫혀 있다.

ㄴ. (반례) $x=2\sqrt{2}$, $y=3\sqrt{2}$ 라 하면,

$xy=12$

$\therefore$ 곱셈에 대하여 닫혀 있지 않다.

ㄷ. $x=a^2-b^2$, $y=c^2-d^2$이라 하면,

$xy=(a^2-b^2)(c^2-d^2)$

$=(a^2c^2+b^2d^2)-(a^2d^2+b^2c^2)$

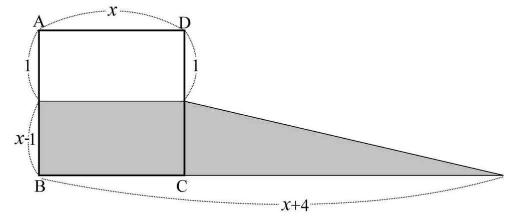
$=(a^2c^2+b^2d^2)-(a^2d^2+b^2c^2)$

$+2abcd-2abcd$

$=(ac+bd)^2-(ad+bc)^2$

$\therefore$ 곱셈에 대하여 닫혀 있다.

12. [출제의도] 이차방정식을 활용하여 수학내적문제 해결하기



$\dfrac{1}{2}(x+x+4)(x-1)=\dfrac{3}{4}x^2$

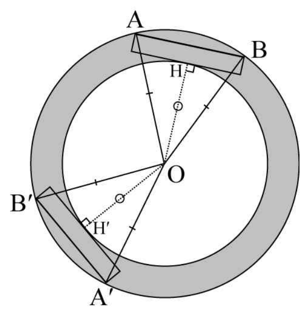
$x^2+4x-8=0$

$x=-2\pm2\sqrt{3}$ ($x>0$)

$\therefore\ -2+2\sqrt{3}$

13. [출제의도] 도형이 그리는 영역 나타내기

점 O를 중심으로 이 원판을 한 바퀴 회전시킬 때 직사각형이 그리는 모양은 다음과 같다.



즉, 직사각형이 그리는 모양은 반지름이 OA인 원의 내부에서 반지름이 OH인 원을 제외한 영역이다.

14. [출제의도] 최대공약수와 최소공배수 이해하기

$f(x)$, $g(x)$ 의 최소공배수

$x^3-2x^2-5x+6=(x-1)(x-3)(x+2)$

최대공약수가 $x-3$ 이므로,

두 다항식은 $(x-3)(x-1)$, $(x-3)(x+2)$ 이다.

$\therefore\ |f(0)-g(0)|=9$

15. [출제의도] 비례식을 응용하여 수학외적문제 해결하기

원의 반지름을 r이라 하면, 정육각형의 한 변의 길이는 r , 정삼각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}r$ 이다.

갑의 속력을 x 라 하면,

갑이 한 번 도는데 걸린 시간 $t_1=\dfrac{6r}{x}$

을이 한 번 도는데 걸린 시간

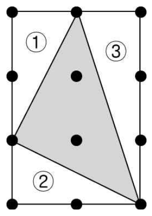
$t_2=\dfrac{\sqrt{3}r}{x}+\dfrac{\sqrt{3}r}{2x}+\dfrac{\sqrt{3}r}{\frac{1}{2}x}=\dfrac{7\sqrt{3}r}{2x}$

$\therefore\ \dfrac{t_1}{t_2}=\dfrac{12}{7\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$

16. [출제의도] 실수의 성질을 이용하여 수학내적 문제 해결하기

ㄱ. 맨 위쪽 줄의 왼쪽에서 열 번째 점과, 맨 아래줄의 왼쪽에서 첫 번째 점을 연결한 선분을 빗변으로 하는 직각이등변삼각형이 존재하고 이 때 빗변의 길이는 $9\sqrt{2}$이다. ∴ 참

ㄴ. 임의의 삼각형에 대하여 그림과 같이 그 삼각형에 외접하는 직사각형을 만들 수 있다.



(구하고자 하는 삼각형의 넓이)
= (사각형의 넓이)−(①+②+③)
사각형과 직각삼각형 ①, ②, ③의 넓이는 유리수이므로 모든 삼각형의 넓이는 유리수이다. ∴ 참

ㄷ. 모든 다각형의 넓이는 몇 개의 삼각형의 넓이의 합으로 표현가능하다. 삼각형의 넓이는 모두 유리수이므로, 모든 다각형의 넓이는 유리수이다. ∴ 거짓

17. [출제의도] 이차방정식의 근의 성질 이해하기

$2kx^2+(k-3)x+1=0$ 의 한 허근을 α 라 하면, $2k\alpha^2+(k-3)\alpha+1=0$ 이다.

α^2이 실수이므로, $k=3$ 이다.

∴ 이차방정식 $6x^2+1=0$ 의 두 근의 곱은 $\frac{1}{6}$

18. [출제의도] 평면도형의 성질을 이용하여 증명하기

$\angle \mathrm{FED}=\boxed{\angle \mathrm{BCD}}$ (동위각)

$\angle \mathrm{BAD}=\boxed{\angle \mathrm{BCD}}$ (원주각) 이므로,

$\angle \mathrm{FED}=\angle \mathrm{BAD}$ ⋯ ①

$\angle \mathrm{EFD}$ 는 공통 ⋯ ②

①, ② 로부터

$\triangle \mathrm{FED} \backsim \boxed{\triangle \mathrm{FAE}}$

∴ $\overline{\mathrm{EF}}^2=\boxed{\overline{\mathrm{AF}}\cdot\overline{\mathrm{DF}}}$

또, 접선과 할선의 성질로부터

$\overline{\mathrm{FG}}^2=\boxed{\overline{\mathrm{AF}}\cdot\overline{\mathrm{DF}}}$

따라서 $\overline{\mathrm{EF}}=\overline{\mathrm{FG}}$ 이다.

19. [출제의도] 이차방정식의 근과 계수의 관계 이해하기

α, β 는 이차방정식 $x^2+x-1=0$ 의 두 근

$\alpha+\beta=-1$, $\alpha\beta=-1$

ㄱ. $\alpha+\beta=-1$ ∴ 참

ㄴ. $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}=-3$

∴ 참

ㄷ. $\alpha^5+\beta^5+\alpha^4+\beta^4-\alpha^3-\beta^3$

$=\alpha^3(\alpha^2+\alpha-1)+\beta^3(\beta^2+\beta-1)$

α, β 는 이차방정식 $x^2+x-1=0$ 의 두 근이므로 $\alpha^2+\alpha-1=0$, $\beta^2+\beta-1=0$ 이다.

$\alpha^5+\beta^5+\alpha^4+\beta^4-\alpha^3-\beta^3=0$

$\alpha^5+\beta^5+\alpha^4+\beta^4=\alpha^3+\beta^3$ ∴ 참

20. [출제의도] 집합의 원소의 개수 구하기

A: 월드컵 대표,
B: 올림픽 대표,
C: 청소년 대표라 하면,

$n(A\cup B\cup C)=48$,
$n(A)=23$, $n(B)=23$, $n(C)=23$,
$n(A\cap B)=16$, $n(B\cap C)=5$, $n(C\cap A)=2$
$n(B\cup C)=n(B)+n(C)-n(B\cap C)$
$=23+23-5=41$

∴ (월드컵대표에만 소속되어 있는 선수)
$=48-41=7$

(별해)

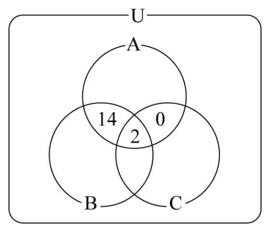
$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)$
$-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)$
$+n(A\cap B\cap C)$

$n(A\cap B\cap C)=x$라 하면,

$48=23+23+23-16-5-2+x$ 이므로

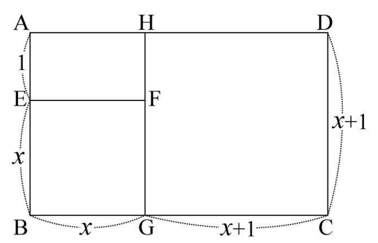
$n(A\cap B\cap C)=2$

벤다이어그램으로 나타내면 월드컵대표에만 소속되어 있는 선수는 $23-16=7$명



21. [출제의도] 이차방정식을 이용하여 수학내적 문제 해결하기

변 BG 의 길이를 x 라 하자.



직사각형 ABCD 와 AEFH 가 닮음이므로

$(2x+1):(x+1)=x:1$

$x^2-x-1=0$ ($\therefore x^2=x+1$)

∴ $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ($x>0$)

따라서 두 정사각형 EBGF , HGCD 의 넓이의 합은 $x^2+(x+1)^2=2x^2+2x+1$

$=2(x+1)+2x+1=4x+3$

$=4\times\frac{1+\sqrt{5}}{2}+3=5+2\sqrt{5}$

∴ $5+2\sqrt{5}$

22. [출제의도] 자료의 평균 계산하기

$\frac{a+b+c}{3}=10$, $a+b+c=30$

$5a+3$, $5b+3$, $5c+3$의 평균

$=\frac{5a+3+5b+3+5c+3}{3}$

$=\frac{5(a+b+c)+9}{3}$

$=53$

23. [출제의도] 유리식의 값 계산하기

$\frac{a-b}{b}=\frac{b-a}{a}$ 을 정리하면

$a^2=b^2$ 이므로 $a=\pm b$ 이고

$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}=\pm 2$

$\alpha=2$, $\beta=-2$ 또는 $\alpha=-2$, $\beta=2$

∴ $4(\alpha^2+\beta^2)=32$

24. [출제의도] 항등식의 성질 이해하기

$x=1$일 때,

$49=a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6$ ⋯ ①

$x=-1$일 때,

$9=a_0-a_1+a_2-a_3+a_4-a_5+a_6$ ⋯ ②

①+②이면

$58=2(a_0+a_2+a_4+a_6)$이므로

∴ $a_0+a_2+a_4+a_6=29$

(별해)

$(2+6x-x^3)^2=4+24x+36x^2-4x^3-12x^4+x^6$

∴ $a_0+a_2+a_4+a_6=4+36-12+1=29$

25. [출제의도] 무리식의 분모 유리화하기

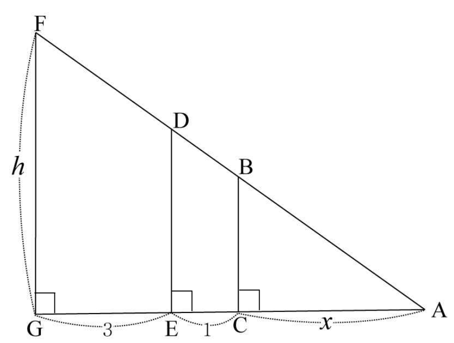
$\frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}$

$=\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}+\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}{x+1-x}$

$=2\sqrt{x+1}$

∴ $x=99$를 대입하면 20

26. [출제의도] 닮음을 이용하여 수학외적문제 해결하기



영희의 그림자의 길이를 x, 가로등의 높이를 h 라고 하자.

$\triangle \mathrm{ABC} \backsim \triangle \mathrm{ADE}$ 이므로,

$x:(x+1)=120:160$

∴ $x=3$

$\triangle ABC \backsim \triangle AFG$ 이므로,

$3:7=120:h$

$\therefore \quad h=280$

27. [출제의도] 복소수의 상등 이해하기

$2x+5y=39$, $3x-y=16$을 연립하면

$x=7,\ y=5$

$\therefore \quad x+y=12$

28. [출제의도] 다항식의 성질을 이용하여 미정 계수 구하기

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^3-x^2-6x)Q(x)+x^2+ax+4 \\ &= x(x^2-x-6)Q(x)+x^2+ax+4 \\ &= x(x^2-x-6)Q(x)+x^2-x-6 \\ &\qquad +(a+1)x+10 \\ &= (x^2-x-6)\{xQ(x)+1\}+(a+1)x+10 \end{aligned}$$

따라서 $5x+b=(a+1)x+10$

$a=4,\ b=10$

$\therefore \quad a+b=14$

29. [출제의도] 삼각형의 성질을 이용하여 수학 내적문제 해결하기

($\triangle$ACP 의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{81}{2}=\dfrac{81}{4}$

점 M은 $\triangle$ABC 의 무게중심이므로

($\triangle$AMC 의 넓이)$=\dfrac{81}{4}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{27}{2}$

$\therefore$ ($\square$AMCN 의 넓이)$=2\times\dfrac{27}{2}=27$

30. [출제의도] 경우의 수 구하기

A 종류의 개미는 경로 I 에 5번, B 종류의 개미는 2번, C 종류의 개미는 1번 분비물을 방사한다. 따라서 경로 I 에 분비물이 20번 방사되었다는 것은 경로 I 을 지나간 A 종류의 개미들의 마리 수 x를 기준으로 다음과 같이 나눌 수 있다.

(ⅰ) $x=3$ 인 경우 : 2가지

$(3,2,1)$, $(3,1,3)$

(ⅱ) $x=2$ 인 경우 : 4 가지

$(2,4,2)$, $(2,3,4)$, $(2,2,6)$, $(2,1,8)$

(ⅲ) $x=1$ 인 경우 : 7 가지

$(1,7,1)$, $(1,6,3)$, $(1,5,5)$, ... , $(1,1,13)$

$\therefore\ 2+4+7=13$ (가지)