

제2 교시

수리 영역

성명		수험번호						1			
----	--	------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

- 문제지에 성명과 수험번호를 정확히 써 넣으시오.
- 답안지에 성명과 수험번호를 써 넣고, 또 수험번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.
- 이 문제지에는 아래의 예와 같이 국립국어연구원의 '한글 맞춤법'에 의한 사이시옷 표기법을 사용하였습니다.
(예) 최댓값 (중전 표기 : 최대값), 꼭짓점 (중전표기 : 꼭지점)

1. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = A$ 일 때, 다음 중 항상 성립하는 것은? [2점]

- ① $A \cap B = A$ ② $A \cap B = \phi$ ③ $A \cup B = A$
 ④ $A \cup B = B$ ⑤ $A \cup B = U$

2. $z = 1 + i$ 일 때, $\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}}$ 의 값은? (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① $-i$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ i

3. $\sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}}$ 을 간단히 하면? [2점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$
 ④ 4 ⑤ $2\sqrt{5}$

4. 두 조건 $p: (x-2)^2 = a$,

$q: x = 5$ 또는 $x = b$

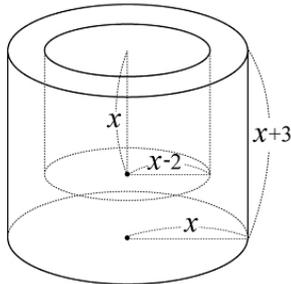
에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요충분조건일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

5. 실수 a, b 에 대하여 연산 \odot 를 $a \odot b = a + b + 2k$ 로 정의하자. 연산 \odot 에 대한 항등원이 6일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

6. 반지름의 길이가 x , 높이가 $x+3$ 인 원기둥 모양의 통나무가 있다. 이 통나무에서 그림과 같이 반지름의 길이가 $x-2$, 높이가 x 인 원기둥을 파냈을 때, 남아 있는 통나무의 부피는? [3점]



- ① $\pi x^2(x+3)$ ② $\pi x(7x-4)$ ③ $\pi x(7x+4)$
 ④ $\pi x(2x^2-x+4)$ ⑤ $4\pi(x+3)(x-1)$

7. 질량 m (kg), 속력 v_0 (m/s)인 물체에 이 물체의 운동 방향과 같은 방향으로 힘을 가해 속력이 v (m/s)가 되었을 때, 물체에 작용한 힘이 한 일 W (J)와 운동에너지의 변화량의 관계는

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

이다. 질량 3(kg), 속력 2(m/s)인 물체에 이 물체의 운동 방향과 같은 방향으로 힘을 가해 속력이 v (m/s)가 되었을 때, 물체에 작용한 힘이 한 일이 $3\sqrt{3}$ (J)이다. 이 때, v (m/s)는? (단, J는 일의 단위이고 마찰력은 무시한다.) [3점]

- ① $4 - \sqrt{3}$ ② $1 + \sqrt{2}$ ③ $1 + \sqrt{3}$
 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $4 + 2\sqrt{3}$

8. 자연수 n 에 대하여 n 을 3으로 나눈 나머지를 $f(n)$ 으로 정의할 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

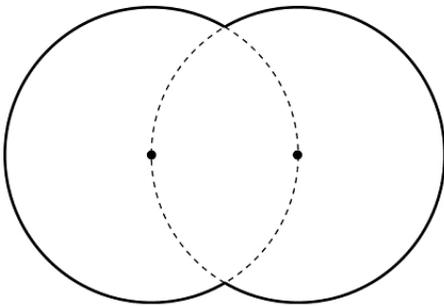
ㄱ. $f(123) = 0$ ㄴ. 자연수 k 에 대하여 $f(k^3 - k + 3) = 0$ ㄷ. 자연수 k 에 대하여 $f(k^3) + f(k) = 1$
--

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 두 이차방정식 $x^2 - 4x + a = 0$, $x^2 + ax - 4 = 0$ 을 동시에 만족하는 근이 오직 한 개일 때, 실수 a 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

10. 반지름의 길이가 15인 두 원이 서로의 중심을 지나도록 그림과 같은 도형을 만들었을 때, 실선으로 이루어진 도형의 둘레의 길이는? [4점]



- ① 38π ② 40π ③ 42π ④ 44π ⑤ 46π

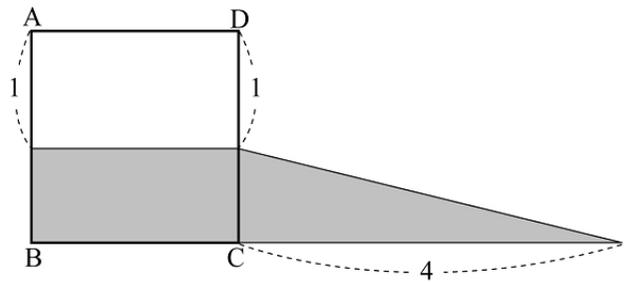
11. 곱셈에 대하여 닫혀 있는 집합을 <보기>에서 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\{x \mid |x| \leq 1 \text{인 정수}\}$
 ㄴ. $\{x \mid x = a\sqrt{2}, a \text{는 유리수}\}$
 ㄷ. $\{x \mid x = m^2 - n^2, m, n \text{은 정수}\}$

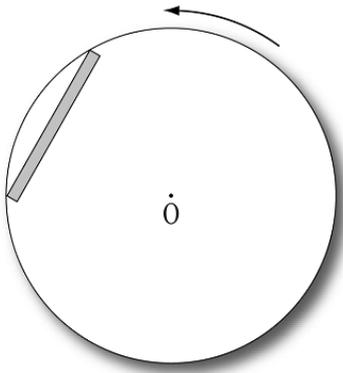
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 그림과 같이 정사각형 ABCD에서 변 AB와 DC의 길이를 각각 1만큼 줄이고 변 BC의 길이를 4만큼 늘려 만든 어두운 부분의 넓이는 처음 정사각형 넓이의 $\frac{3}{4}$ 배이다. 처음 정사각형의 한 변의 길이는? [3점]



- ① $-2 + 2\sqrt{3}$ ② $-1 + 2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{3}$
 ④ $4 - 2\sqrt{2}$ ⑤ $5 - 2\sqrt{2}$

13. 그림과 같이 원판 위에 겹쳐 칠해진 직사각형이 있다. 점 O를 중심으로 이 원판을 한 바퀴 회전시킬 때, 직사각형이 그리는 모양을 나타낸 것은? [4점]

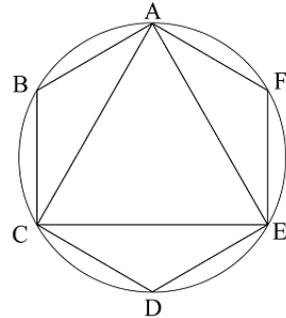


- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

14. 최고차항의 계수가 1인 두 이차다항식 $f(x), g(x)$ 의 최대공약수가 $x-3$ 이고, 최소공배수가 x^3-2x^2-5x+6 일 때, $|f(0)-g(0)|$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

15. 원모양의 운동장에서 갑과 을이 A지점을 동시에 출발하여 다음과 같은 방법으로 걷기운동을 하기로 하였다.



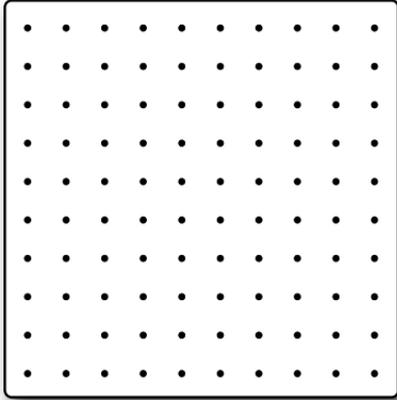
- 갑 : 운동장 위의 점 A, B, C, D, E, F를 연결한 정육각형의 변을 따라 일정한 속력으로 점 A, B, C, D, E, F의 순서대로 걷는다.
- 을 : 운동장 위의 점 A, C, E를 연결한 정삼각형 ACE의 세 변을 따라 점 A에서 점 C까지는 갑과 같은 속력으로, 점 C에서 점 E까지는 갑의 속력의 2배로, 점 E에서 점 A까지는 갑의 속력의 $\frac{1}{2}$ 배로 걷는다.

갑과 을이 코스를 한 번 도는 데 걸리는 시간을 각각 t_1, t_2 라 할 때, $\frac{t_1}{t_2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{8\sqrt{3}}{21}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ ③ 1
- ④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ⑤ 2

16. 그림과 같이 상하좌우의 간격이 1인 100개의 점이 있는 정사각형 모양의 판이 있다. 이 판 위의 점들 중 몇 개를 꼭짓점으로 하는 다각형을 만들 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[4점]



<보기>

- ㄱ. 한 변의 길이가 $9\sqrt{2}$ 인 다각형이 존재한다.
- ㄴ. 삼각형의 넓이는 항상 유리수이다.
- ㄷ. 넓이가 무리수인 다각형이 존재한다.

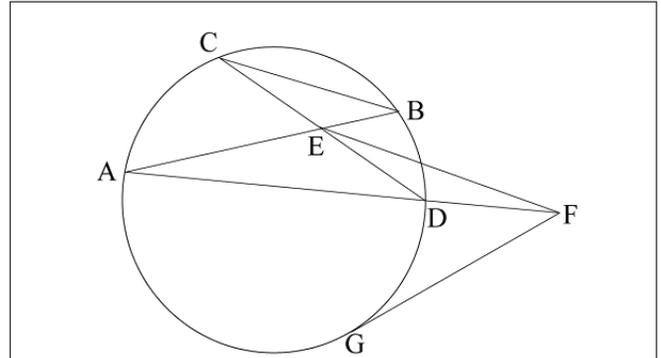
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 이차방정식 $2kx^2 + (k-3)x + 1 = 0$ 의 한 허근을 α 라 하면 α^2 은 실수가 된다. 이 때, 방정식의 두 근의 곱은? (단, k 는 실수)

[3점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{6}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

18. 다음은 원 내부의 점 E에서 만나는 두 현 AB, CD에 대하여 점 E를 지나며 현 BC에 평행인 직선이 현 AD의 연장선과 만나는 점을 F, 점 F에서 원에 그은 접선의 접점을 G라 할 때, $\overline{EF} = \overline{FG}$ 임을 증명하는 과정이다. (단, 선분 BC와 선분 AD는 평행하지 않다.)



$\angle FED$ 와 (가)는 동위각이므로 같고
 원주각의 성질에 의하여 $\angle BAD$ 와 (가)는 같으므로
 $\angle FED = \angle BAD$ 이다.
 $\angle EFD$ 가 공통이므로
 $\triangle FED$ 와 (나)는 닮음이고
 $\overline{EF}^2 =$ (다)이다.

접선과 할선의 성질에서 $\overline{FG}^2 =$ (다)이다.
 따라서 $\overline{EF} = \overline{FG}$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|--------------|-----------------|-------------------------------------|
| ① | $\angle BCD$ | $\triangle FAE$ | $\overline{AD} \cdot \overline{DF}$ |
| ② | $\angle BEF$ | $\triangle BCE$ | $\overline{DE} \cdot \overline{DF}$ |
| ③ | $\angle BCD$ | $\triangle BCE$ | $\overline{AD} \cdot \overline{DF}$ |
| ④ | $\angle BEF$ | $\triangle FAE$ | $\overline{AF} \cdot \overline{DF}$ |
| ⑤ | $\angle BCD$ | $\triangle FAE$ | $\overline{AF} \cdot \overline{DF}$ |

19. 이차방정식 $x^2+x-1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $\alpha+\beta=-1$

ㄴ. $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=-3$

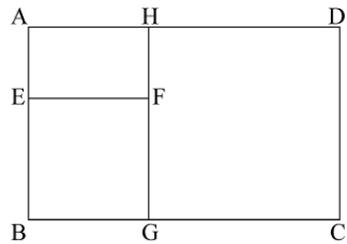
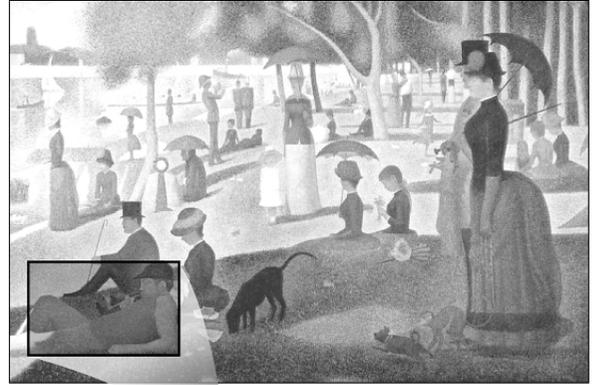
ㄷ. $\alpha^5+\beta^5+\alpha^4+\beta^4=\alpha^3+\beta^3$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 어느 나라의 축구선수 1,000명 중 대표팀에 소속된 선수는 48명이다. 대표팀은 월드컵대표, 올림픽대표, 청소년대표의 세 종류로 각각 23명으로 구성되어 있다. 월드컵대표이면서 올림픽대표인 선수는 16명, 올림픽대표이면서 청소년대표인 선수는 5명, 청소년대표이면서 월드컵대표인 선수는 2명이다. 월드컵대표에만 소속되어 있는 선수는 모두 몇 명인가? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

21. 선미는 조르주 피에르 쇠라가 그린 그림 ‘그랑드자트섬의 일요일 오후’를 감상하던 중 비스듬히 기대어 누워있는 남자의 모습에서 나타나는 직사각형 ABCD가 두 정사각형 EBGF, HGCD 및 직사각형 AEFH로 이루어졌고, 직사각형 AEFH와 닮음인 것을 알게 되었다.



변 GC의 길이가 변 BG의 길이보다 1만큼 더 길 때, 두 정사각형의 넓이의 합은? [4점]

- ① $2\sqrt{5}$ ② $1+2\sqrt{5}$ ③ $3+2\sqrt{5}$
 ④ $5+2\sqrt{5}$ ⑤ $7+2\sqrt{5}$

단답형 (22~30)

22. 세 수 a, b, c 의 평균이 10일 때, $5a+3, 5b+3, 5c+3$ 의 평균을 구하시오. [3점]

23. 0 이 아닌 실수 a, b 가 $\frac{a-b}{b} = \frac{b-a}{a}$ 를 만족할 때,

$\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ 의 값 α, β 에 대하여 $4(\alpha^2 + \beta^2)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

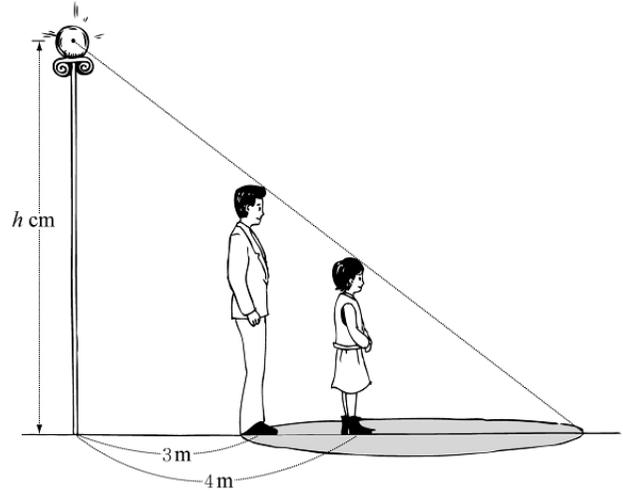
24. $(2+6x-x^3)^2 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$

이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + a_6$ 의 값을 구하시오.

[3점]

25. $x=99$ 일 때, $\frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

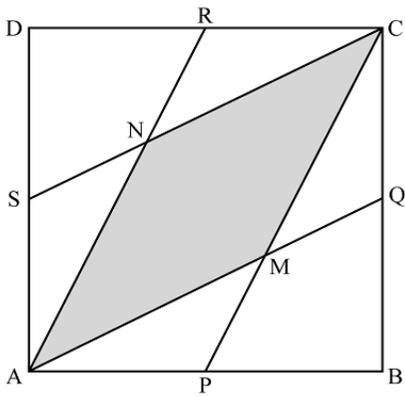
26. 키가 160cm 인 철수가 가로등에서 3m 떨어진 곳에 섰을 때 철수의 그림자 끝과, 키가 120cm 인 영희가 가로등에서 4m 떨어진 곳에 섰을 때 영희의 그림자 끝이 일치하였다. 이 때, 가로등의 높이 h (cm)를 구하시오. (단, 가로등과 사람은 지면과 수직이고 두께와 굵기는 무시한다.) [4점]



27. $x(2+3i) + y(5-i) = 39+16i$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합 $x+y$ 의 값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

28. 다항식 $f(x)$ 를 $x^3 - x^2 - 6x$ 로 나눈 나머지는 $x^2 + ax + 4$ 이고, $x^2 - x - 6$ 으로 나눈 나머지는 $5x + b$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 한 변의 길이가 9인 정사각형 ABCD에서 변 AB, BC, CD, DA의 중점을 각각 P, Q, R, S라 하고, 선분 AQ와 CP의 교점을 M, 선분 AR과 CS의 교점을 N이라 하자. 이 때, 사각형 AMCN의 넓이를 구하시오. [3점]



30. 개미집에서 먹이발견장소까지의 길은 경로 I, 경로 II 두 가지가 있다. 개미들은 개미집에서 먹이발견장소까지 갔다 오면서 갈 때와 올 때 각각 한 번씩 서로 다른 지점에 일정한 양의 페로몬이라는 분비물을 방사한다. 다음은 A, B, C 세 종류의 개미 한 마리가 1분 동안 개미집에서 먹이발견장소까지 갔다 오는 횟수와 규칙을 나타낸 것이다.

개미의 종류	횟수	규 칙
A	3	두 번은 경로 I로 왕복 한 번은 갈 때와 올 때의 경로가 다름
B	1	경로 I로 왕복
C	1	갈 때와 올 때의 경로가 다름



A 종류의 개미 x 마리, B 종류의 개미 y 마리, C 종류의 개미 z 마리가 각각 위와 같은 규칙으로 1분 동안 이동한 결과 경로 I에 분비물이 총 20 번 방사되었을 때, 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하시오. (단, x, y, z 는 자연수) [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.