2008학년도 11월 고1 전국연합학력평가
정답 및 해설

• 2교시 수리 영역 •

1	⑤	**2**	④	**3**	②	**4**	③	**5**	②	**6**	①	**7**	①	**8**	④
9	⑤	**10**	③	**11**	③	**12**	⑤	**13**	③	**14**	①	**15**	④	**16**	④
17	⑤	**18**	③	**19**	②	**20**	①	**21**	②	**22**	173	**23**	2	**24**	4
25	22	**26**	200	**27**	10	**28**	7	**29**	71	**30**	64				

1. [출제의도] 다항식 계산하기

[해설] $A-BC=(x+1)-x(x-1)=-x^2+2x+1$

2. [출제의도] 무리수가 같을 조건 이해하기

[해설] $x+\sqrt{2}x-y+\sqrt{2}y+1=0$을 정리하면

$(x-y+1)+(x+y)\sqrt{2}=0$이다.

$x,\ y$가 유리수이므로 $x-y+1=0$이고 $x+y=0$

연립하여 풀면 $x=-\dfrac{1}{2},\ y=\dfrac{1}{2}\ \therefore xy=-\dfrac{1}{4}$

3. [출제의도] 무리식의 성질 이해하기

[해설] $\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}=-\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$ 이므로

$x+1\geqq 0,\ x-1<0\ \therefore -1\leqq x<1$

$\sqrt{(x-1)^2+4x}-\sqrt{(x+1)^2-4x}$

$=\sqrt{(x+1)^2}-\sqrt{(x-1)^2}$

$=|x+1|-|x-1|$

$=x+1-(-x+1)$

$=2x$

4. [출제의도] 집합의 연산 이해하기

[해설] $A\cap(A-B)=A$이므로 $A\cap B=\varnothing$ 이다.

$A\cap B=\varnothing$ 이고 $A\cup B=U$이므로 $B=\{2,\ 3\}$

따라서 집합 B의 모든 원소의 합은 5이다.

5. [출제의도] 다항식의 나눗셈 이해하기

[해설] $P\left(\dfrac{1}{2}\right)=0$이므로 $k=2$

$P(x)$를 $x+1$로 나누면

$P(x)=(x+1)(6x^2-9x+11)-12$

따라서 몫은 $6x^2-9x+11$이다.

6. [출제의도] 다항식의 최대공약수의 성질을 이용하여 문제 해결하기

[해설] $A=x^2+2x-3=(x-1)(x+3)$

A가 $A,\ B$의 최대공약수이므로 B는 A로 나누어떨어진다.

$B=x^3+ax^2+x+b=(x-1)(x+3)\left(x-\dfrac{b}{3}\right)$라 하면

$a=4,\ b=-6\ \therefore a-b=10$

7. [출제의도] 명제의 참과 거짓 구별하기

[해설] ㄱ. 역 : $x=1$이면 $x^3=1$이다. (참)

ㄴ. 역 : $x+y\geqq 2$이면 $x\geqq 1$이고 $y\geqq 1$이다. (거짓)

[반례] $x=0,\ y=3$

ㄷ. 역 : 자연수 x, y에 대하여 xy가 짝수이면 x^2+y^2은 홀수이다. (거짓)

[반례] $x=2,\ y=4$

8. [출제의도] 두 직선의 위치 관계 이해하기

[해설] (ⅰ) 수직일 때

$a\cdot 1+2(a+1)=0$이므로 $a=-\dfrac{2}{3}\ \therefore m=-\dfrac{2}{3}$

(ⅱ) 평행일 때

$\dfrac{a}{1}=\dfrac{2}{a+1}\neq\dfrac{2}{2}$ 이므로 $a^2+a-2=0$이고 $a\neq 1$

따라서 $a=-2\ \therefore n=-2$

$\therefore mn=\dfrac{4}{3}$

9. [출제의도] 대칭이동 이해하기

[해설] 점 $\mathrm{A}(1,\ 3)$을 x축, y축에 대칭이동한 점은

각각 $\mathrm{B}(1,\ -3),\ \mathrm{C}(-1,\ 3)$이다.

점 $\mathrm{D}(a,\ b)$를 x축에 대칭이동한 점은 $\mathrm{E}(a,\ -b)$이다.

세 점 B, C, E가 한 직선 위에 있으므로 $\overline{\mathrm{BC}}$의 기울기와 $\overline{\mathrm{CE}}$의 기울기는 같다.

$\overline{\mathrm{BC}}$의 기울기는 $\dfrac{3-(-3)}{-1-1}=-3$

$\overline{\mathrm{CE}}$의 기울기는 $\dfrac{-b-3}{a-(-1)}=\dfrac{-b-3}{a+1}$

$\dfrac{-b-3}{a+1}=-3$ 따라서 $b=3a$

$\overline{\mathrm{AD}}$의 기울기는 $\dfrac{b-3}{a-1}=\dfrac{3a-3}{a-1}=3$이다.

10. [출제의도] 실수의 성질을 이용하여 대소 관계 유추하기

[해설] ㄱ. $\dfrac{a}{b}-\dfrac{a}{c}=\dfrac{a(c-b)}{bc}<0$ $\therefore \dfrac{a}{b}<\dfrac{a}{c}$ (참)

ㄴ. [반례] $a=-1,\ b=1,\ c=3$ (거짓)

ㄷ. $\dfrac{c}{a-b}-\dfrac{b}{a-c}=\dfrac{c(a-c)-b(a-b)}{(a-b)(a-c)}$

$=\dfrac{(b-c)(-a+b+c)}{(a-b)(a-c)}<0$

$\therefore \dfrac{c}{a-b}<\dfrac{b}{a-c}$ (참)

11. [출제의도] 표준편차를 이용하여 실생활 문제 해결하기

[해설] A, B, C 의 평균은 모두 12이다.

A 의 표준편차는 $\dfrac{\sqrt{70}}{5}$, B 의 표준편차는 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

C 의 표준편차는 $\dfrac{\sqrt{230}}{5}$

따라서 표준편차가 작은 순서대로 나열하면 B, A, C 이다.

12. [출제의도] 이차부등식의 풀이 이해하기

[해설] $A\cap B=\{x\mid 1<x\leqq 3\}$이므로

$x^2+x-a=0$ 의 한 근이 1이고, $x^2-ax+b=0$의 한 근이 3이다.

따라서 $a=2,\ b=-3$이다.

$A=\{x\mid x^2-2x-3\leqq 0\}=\{x\mid -1\leqq x\leqq 3\}$

$B=\{x\mid x^2+x-2>0\}=\{x\mid x<-2$ 또는 $x>1\}$

$\therefore A\cup B=\{x\mid x<-2$ 또는 $x\geqq -1\}$

13. [출제의도] 복소수의 성질을 이용하여 추론하기

[해설] $\dfrac{i+1}{i-1}=-i,\ \dfrac{i-1}{i+1}=i$이므로 $f(n)=(-i)^n+i^n$

$k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$에 대하여

(ⅰ) $n=4k$일 때, $f(n)=2$

(ⅱ) $n=4k-1$일 때, $f(n)=0$

(ⅲ) $n=4k-2$일 때, $f(n)=-2$

(ⅳ) $n=4k-3$일 때, $f(n)=0$

$\therefore A=\{-2,\ 0,\ 2\}$

ㄱ. $f(100)=2$ (참)

ㄴ. [반례] $2+2\not\in A$ (거짓)

ㄷ. 집합 A의 부분집합의 개수는 8개이다. (참)

14. [출제의도] 사차방정식의 해 구하기

[해설] $x^4-6x^2+24x-35=0$을 변형하면

$x^4-2x^2+1-4x^2+24x-36=(x^4-2x^2+1)-4(x^2-6x+9)$

$(x^2-1)^2-\boxed{4(x-3)^2}=0$의 좌변을 인수분해하면

$(x^2+2x+\boxed{(-7)})(x^2-2x+\boxed{5})=0$

15. [출제의도] 연립방정식을 활용하여 실생활 문제 해결하기

[해설] , , 의 한 개의 가격을 각각 x원, y원, z원이라 하자.

$\begin{cases}2x+2y+2z=10000\\ x+2y+3z=\ \ 9000\\ 2x+3y+\ \ z=\ \ 9500\end{cases}$을 연립하여 풀면

$x=2500,\ y=1000,\ z=1500$이므로 D 가 지불한 금액은

$3x+y+2z=11500$(원)이다.

16. [출제의도] 도형의 평행이동 이해하기

[해설] 직선 $2x-y+1=0$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면 $2(x-a)-(y-b)+1=0$

$2x-y-2a+b+1=0$이 $2x-y+3=0$과 일치하므로

$-2a+b+1=3$

$\therefore b=2a+2$

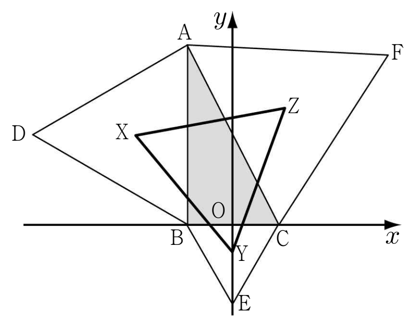
17. [출제의도] 삼각형의 무게중심의 성질 이용하여 문제 해결하기

[해설] $\triangle$ADB 에서 D$(-4,\ \sqrt{3})$이므로 무게중심의 좌표는 X$(-2,\ \sqrt{3})$

$\triangle$BEC 에서 E$(0,\ -\sqrt{3})$이므로 무게중심의 좌표는 Y$\left(0,\ -\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$

정삼각형 XYZ 의 한 변의 길이는 $\overline{\mathrm{XY}}=\sqrt{\dfrac{28}{3}}$ 이므로

넓이는 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\dfrac{28}{3}=\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$ 이다.



18. [출제의도] 이항연산의 정의를 이용하여 유추하기

[해설] $x◎y$는 $(x+y)$를 2로 나눈 나머지이므로

$x◎y=0$ 또는 $x◎y=1$이다.

자연수 $a,\ b,\ c$에 대하여

$a◎b=1$이고 $\dfrac{a+b-16}{2}=1$인 자연수 $a,\ b$는 존재하지 않으며

$b◎c=0$이고 $\dfrac{b+c-11}{2}=0$인 자연수 $b,\ c$는 존재하지 않으므로

조건을 만족하는 경우는

$a◎b=\dfrac{a+b-16}{2}=0,\ b◎c=\dfrac{b+c-11}{2}=1$일 때이다.

따라서 이를 만족하는 $(a,\ b,\ c)=(4,\ 12,\ 1),\ (5,\ 11,\ 2),\ (6,\ 10,\ 3),\ \cdots,\ (15,\ 1,\ 12)$이다.

ㄱ. (참), ㄴ. (참), ㄷ. (거짓)

19. [출제의도] 절대부등식을 이용하여 최솟값 추론하기

[해설] $-p+q+r=l \cdots$ ㉠, $p-q+r=m \cdots$ ㉡, $p+q-r=n \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢ 세 식을 더하면 $p+q+r=l+m+n$

$$\boxed{(l+m+n)}\left(\frac{1}{l}+\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)$$

$$=\left\{(\sqrt{l})^2+(\sqrt{m})^2+(\sqrt{n})^2\right\}\left\{\left(\sqrt{\frac{1}{l}}\right)^2+\left(\sqrt{\frac{1}{m}}\right)^2+\left(\sqrt{\frac{1}{n}}\right)^2\right\}$$

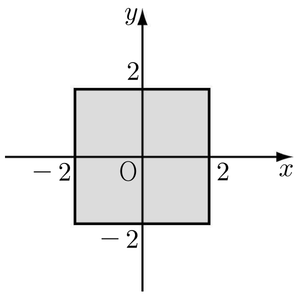
$$\geqq (1+1+1)^2=\boxed{9}$$

등호는 $l=m=n$일 때 성립한다.

따라서 최솟값은 9이다.

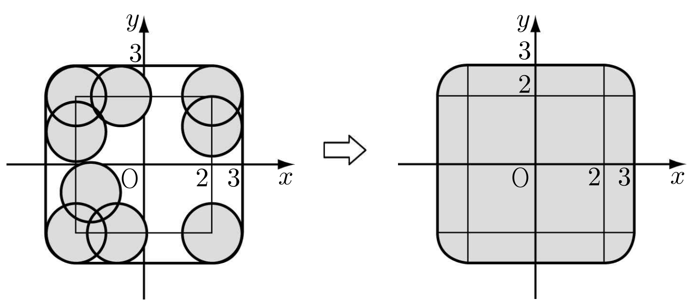
20. [출제의도] 부등식의 영역을 이용하여 문제 해결하기

[해설] 연립부등식 $\begin{cases} |x| \leqq 2 \\ |y| \leqq 2 \end{cases}$ 를 만족하는 영역은 [그림1]과 같다.



[그림1]

$(x-a)^2+(y-b)^2 \leqq 1$은 중심이 [그림1]의 정사각형 내부와 경계에 있는 점 $(a,\ b)$이고 반지름의 길이가 1인 원의 내부이다. 이를 좌표평면 위에 나타내면 [그림2]와 같다.

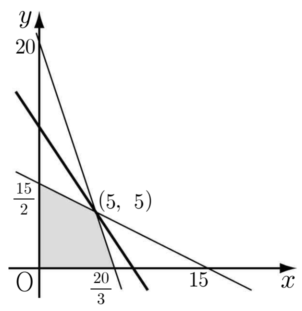


[그림2]

21. [출제의도] 부등식의 영역을 활용하여 실생활 문제 해결하기

[해설] 제품 A, B를 하루에 각각 x개, y개 만든다고 하면

(i) $\begin{cases} x \geqq 0 \\ y \geqq 0 \\ x+2y \leqq 15 \\ 3x+y \leqq 20 \end{cases}$ 을 만족하는 부등식의 영역은 [그림1]의 색칠된 부분이다.



[그림1]

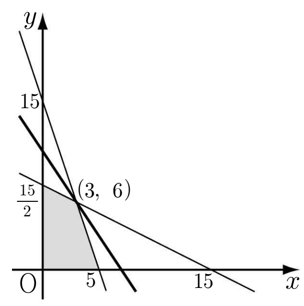
이때, 순이익 $30x+20y=k_1$(만 원)은

두 직선 $x+2y=15$, $3x+y=20$의 교점 $(5,\ 5)$를 지날 때 최대이므로

$k_1=30\times5+20\times5=250$(만 원) $\therefore a=2500000$

(ii) Q의 양이 줄었을 때,

$\begin{cases} x \geqq 0 \\ y \geqq 0 \\ x+2y \leqq 15 \\ 3x+y \leqq 15 \end{cases}$ 를 만족하는 부등식의 영역은 [그림2]의 색칠된 부분이다.



[그림2]

이때, 순이익 $30x+20y=k_2$(만 원)은

두 직선 $x+2y=15$, $3x+y=15$의 교점 $(3,\ 6)$을 지날 때 최대이므로

$k_2=30\times3+20\times6=210$(만 원) $\therefore b=2100000$

따라서 $a-b=400000$이다.

22. [출제의도] 나머지 정리를 이용하여 나머지 구하기

[해설] $P(x)=x^3+2x^2-3x+13$이라 하면

$P(x)$를 $x-5$로 나눈 나머지는

$P(5)=5^3+2\times5^2-3\times5+13=173$

23. [출제의도] 유리식의 비례 관계 이해하기

[해설] $\begin{cases} 3x-4y+5z=0 \cdots ① \\ x-3y+5z=0 \cdots ② \end{cases}$

① − ② 하여 정리하면 $y=2x \cdots$ ③

③을 ②에 대입하여 정리하면 $z=x$

$$\frac{3x+5y-5z}{x+y+z}=\frac{8x}{4x}=2$$

24. [출제의도] 두 원의 위치 관계 이해하기

[해설] 두 원 $x^2+y^2=20$과 $(x-a)^2+y^2=4$의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$2ax=a^2+16$이다.

$2ax=a^2+16$이 원 $(x-a)^2+y^2=4$의 중심 $(a,\ 0)$을 지날 때, 공통현의 길이가 최대가 된다.

$2a^2=a^2+16$

$\therefore a=4\ (a>0)$

25. [출제의도] 이차방정식의 근과 계수와의 관계 이해하기

[해설] 이차방정식 $x^2-ax+120=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하면

$\alpha+\beta=a$, $\alpha\beta=120$

$\alpha,\ \beta$는 양의 정수이므로

$\alpha\beta=1\times120=2\times60=3\times40=\cdots=10\times12$

따라서 a의 최솟값은 $10+12=22$이다.

26. [출제의도] 선분의 내분점과 외분점 이해하기

[해설] $\mathrm{B}(-1,\ 3)$, $\mathrm{D}(3,\ -1)$을 지나는 직선의 방정식은 $y=-x+2$이다.

점 A, B, C, D, E가 한 직선 위에 있으므로

$\mathrm{A}(a,\ -a+2)$, $\mathrm{C}(c,\ -c+2)$, $\mathrm{E}(e,\ -e+2)$라 하자.

B는 선분 AC의 중점이고 C는 선분 AD를 $2:1$로 내분하는 점이므로 C는 선분 BD의 중점이다. $\therefore \mathrm{C}(1,\ 1)$

B는 선분 AC의 중점이므로 $\dfrac{a+1}{2}=-1$ $\therefore a=-3$

따라서 $\mathrm{A}(-3,\ 5)$이다.

E는 선분 CD를 $3:2$로 외분하는 점이므로

$e=\dfrac{3\times3-2\times1}{3-2}=7$ 따라서 $\mathrm{E}(7,\ -5)$이다.

$\therefore \overline{\mathrm{AE}}^{\,2}=200$

27. [출제의도] 이차방정식을 이용한 실생활 문제 해결하기

[해설] 기름 값을 a원에서 $x\%$ 내리면 $a\left(1-\dfrac{x}{100}\right)$원

판매량이 b L에서 $2x\%$ 증가하면 $b\left(1+\dfrac{2x}{100}\right)$ L

전체 판매액은 ab에서 8% 증가하여 $ab\left(1+\dfrac{8}{100}\right)$원이 되므로

$a\left(1-\dfrac{x}{100}\right)b\left(1+\dfrac{2x}{100}\right)=ab\left(1+\dfrac{8}{100}\right)$

$x^2-50x+400=0$

$x=10$ 또는 $x=40$

$0<x<30$이므로 $x=10$

28. [출제의도] 원과 직선의 위치 관계 이해하기

[해설] $x^2+y^2=4$와 $y=ax+2\sqrt{b}$를 연립하면

$x^2+(ax+2\sqrt{b})^2=4$

$(1+a^2)x^2+4a\sqrt{b}\,x+4b-4=0$

원과 직선이 접하려면

$\dfrac{D}{4}=(2a\sqrt{b})^2-4(1+a^2)(b-1)=4a^2-4b+4=0$

$\therefore b=a^2+1$

10보다 작은 자연수 a, b에 대해 $b=a^2+1$인 $(a,\ b)$는 $(1,\ 2)$와 $(2,\ 5)$이므로 b의 모든 값의 합은 7이다.

[별해] 원의 중심 $(0,\ 0)$에서 직선 $ax-y+2\sqrt{b}=0$까지의

거리는 $\dfrac{|2\sqrt{b}|}{\sqrt{a^2+1}}=2$이므로 $b=a^2+1$

29. [출제의도] 일차부등식 이해하기

[해설] $a[a]-b[b]<x<a[a]+b[b]$이므로

$a[a]-b[b]=8$이고 $a[a]+b[b]=30$이다.

연립하여 풀면 $a[a]=19$, $b[b]=11$

$[a]=n$ (n은 양의 정수)라 하면 $n\leq a<n+1$이므로

$n^2\leq a[a]<n^2+n$

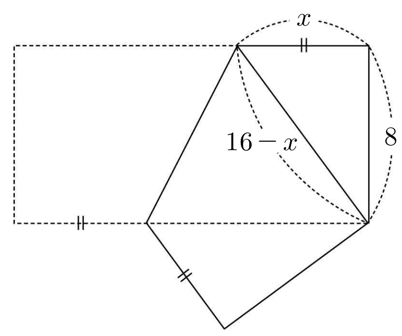
$n^2\leq 19<n^2+n$을 만족하는 $n=4$이므로 $a=\dfrac{19}{4}$

같은 방법으로 $b=\dfrac{11}{3}$

$\therefore 8a+9b=71$

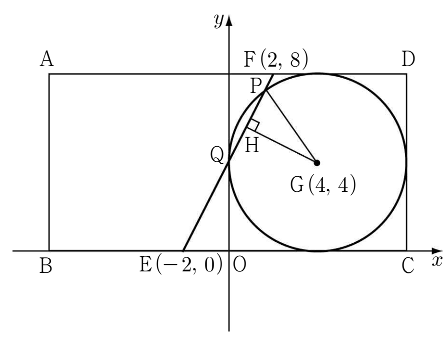
30. [출제의도] 점과 직선 사이의 거리를 이용하여 현의 길이 구하기

[해설]



$x^2+8^2=(16-x)^2$이므로 $x=6$

직사각형을 좌표평면 위에 그림과 같이 놓으면



직선 EF의 방정식은 $y=2x+4$이고

$\overline{\mathrm{GH}}$는 원의 중심 G에서 직선 EF까지의 거리이므로 $\dfrac{8}{\sqrt{5}}$이다.

$\overline{\mathrm{PH}}=\sqrt{4^2-\left(\dfrac{8}{\sqrt{5}}\right)^2}=\dfrac{4}{\sqrt{5}}$

$k=\overline{\mathrm{PQ}}=2\overline{\mathrm{PH}}=\dfrac{8}{\sqrt{5}}$

$\therefore 5k^2=64$