2009학년도 3월 고1 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 수리 영역 •

정 답

1	③	2	⑤	3	④	4	③	5	③
6	②	7	①	8	③	9	④	10	②
11	④	12	②	13	①	14	④	15	⑤
16	③	17	①	18	⑤	19	①	20	⑤
21	②	22	10	23	28	24	25	25	11
26	14	27	12	28	27	29	66	30	260

해 설

1. [출제의도] 제곱근의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\sqrt{3^2\times5^2}+\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{15^2}+\sqrt{4}$
$=15+2=17$

2. [출제의도] 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$(2x+y)(2x-y)=(2x)^2-y^2$
$=4x^2-y^2$
$=4\times(5\sqrt{2})^2-(2\sqrt{5})^2$
$=4\times50-20=180$

3. [출제의도] 연립부등식의 해를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$-2<\frac{1}{2}x-3<2$에서 $1<\frac{1}{2}x<5$
$\therefore\ 2<x<10$
따라서 부등식을 만족시키는 정수 x는
$3,\ 4,\ 5,\ \cdots,\ 9$의 7개다.

4. [출제의도] 주어진 삼각형에서 정의된 삼각비의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

피타고라스의 정리에 의해서
$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2=8^2+6^2=100$
$\therefore\ \overline{AB}=10$
삼각비의 정의에 의해서
$\sin A=\frac{3}{5},\ \sin B=\frac{4}{5}$
$\therefore\ \sin A+\sin B=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$

5. [출제의도] 이진법의 수를 이해하고, 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

세 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서
(가장 큰 수) $=111_{(2)}$
(가장 작은 수) $=100_{(2)}$
두 수의 합은 $111_{(2)}+100_{(2)}=1011_{(2)}$ 이다.
따라서 ●와 ○로 나타내면 $1011_{(2)}$ 은 ●○●●이다.

6. [출제의도] 순환소수에 대해 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

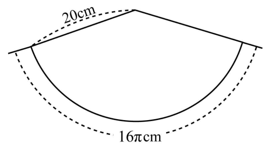
$\frac{5}{37}=0.135135135\cdots=0.\dot{1}3\dot{5}$
또한 $2009=3\times669+2$ 이므로
소수점 아래 2009번째 자리의 숫자는 3이다.

7. [출제의도] 주어진 조건을 이해하고, 부채꼴의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

반지름의 길이가 20 ㎝인 원주는 40π ㎝이고, 넓이는 400π ㎠이다.
부채꼴의 넓이를 S라 하면 다음 비례식이 성립한다.
$40\pi : 16\pi = 400\pi : S$
$\therefore\ S=160\pi$ ㎠

[다른 풀이]

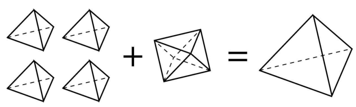
종이의 모양은 반지름의 길이 r가 20 ㎝이고, 호의 길이 l이 16π ㎝인 부채꼴이다.



부채꼴의 넓이를 S라 하면
$S=\frac{1}{2}lr=\frac{1}{2}\times16\pi\times20=160\pi$ (㎠)

8. [출제의도] 닮음비를 이용하여 입체도형의 부피의 비를 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

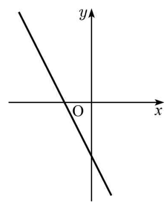
한 모서리의 길이가 1인 정사면체와 한 모서리의 길이가 2인 정사면체의 닮음비가 1:2이므로 부피의 비는 1:8이다.
한 모서리의 길이가 1인 정사면체와 정팔면체의 부피를 각각 V_1, V_2라 하면
(모서리의 길이가 1인 정사면체 4개의 부피와 정팔면체 1개의 부피의 합) = $4V_1+V_2$
(모서리의 길이가 2인 정사면체의 부피) = $8V_1$



$4V_1+V_2=8V_1,\ V_2=4V_1$
$\therefore\ V_1:V_2=1:4$

9. [출제의도] 이차함수의 그래프를 이해하고 일차함수의 그래프를 그릴 수 있는가를 묻는 문제이다.

이차함수의 그래프의 y절편이 음수이므로 $n<0$이다.
$y=x^2+mx+n=\left(x+\frac{m}{2}\right)^2-\frac{m^2-4n}{4}$에서
꼭짓점의 x좌표가 양수이므로 $-\frac{m}{2}>0$이다.
$\therefore\ m<0$
일차함수 $y=mx+n$에서 기울기와 y절편이 모두 음수이므로 그래프의 모양은 그림과 같다.



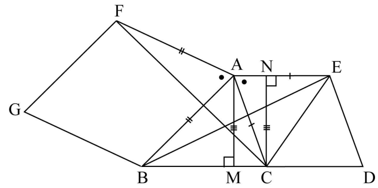
10. [출제의도] 수형도를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

주어진 조건에 따라 차량이 빠져나오는 순서를 정하는 방법은 아래와 같다.

(첫번째)	(두번째)	(세번째)	(네번째)
A	B	C	D
		D	C
	C	B	D
B	A	C	D
		D	C
	D	A	C

따라서 구하는 경우의 수는 6가지이다.

11. [출제의도] 사각형의 성질과 삼각형의 합동조건을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

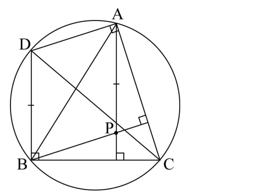


그림에서 사각형 ACDE는 마름모이므로 $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{BC}$
사각형 AMCN은 직사각형이므로 $\overline{AM}=\overline{CN}$
ㄱ. $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AM}$
$\triangle ABE=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{AM}=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{AM}$
$\overline{AC}\neq\overline{BC}$ 이므로, $\triangle ABC\neq\triangle ABE$
ㄴ. $\triangle ACE=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{CN}$
$=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{AM}$
$=\triangle ABE$
ㄷ. 삼각형 ABE와 삼각형 AFC에서
$\overline{AB}=\overline{AF}$ (가정) … ㉠
$\overline{AE}=\overline{AC}$ (가정) … ㉡
$\angle BAE=\angle BAC+\angle CAE$
$=\angle BAC+\angle FAB$
$=\angle FAC$ … ㉢
㉠, ㉡, ㉢ 에 의하여
$\triangle ABE\equiv\triangle AFC$ (SAS 합동)
$\therefore\ \triangle AFC=\triangle ABE$
따라서 삼각형 ABE와 넓이가 같은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

12. [출제의도] 확률의 뜻을 이해하고 이를 이용하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

갑과 을이 가위바위보를 할 때
(비길 확률)$=\frac{1}{3}$, (승부가 날 확률)$=\frac{2}{3}$
따라서 첫 번째에서는 비기고 두 번째에서 승부가 날 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$

13. [출제의도] 여러 가지 도형의 성질을 이용하여 주어진 등식이 성립함을 증명할 수 있는가를 묻는 문제이다.



그림에서 $\angle DBC=90°$이므로 선분 DC는 외접원의 지름이다.
따라서 $\overline{DC}=2R,\ \angle DAC=90°$
∴ (가) : $2R$, (나) : $90°$
선분 AP의 연장선과 변 BC가 수직이므로
$\overline{DB}\,/\!/\,\overline{AP}$
선분 BP의 연장선과 변 CA가 수직이므로
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{PB}$
따라서 사각형 ADBP는 평행사변형이다.
$\therefore\ \overline{DB}=\overline{AP}$
직각삼각형 DBC에서 피타고라스의 정리에 의해
$\overline{DB}^2+\overline{BC}^2=\overline{DC}^2$ 이므로
$\overline{AP}^2+\overline{BC}^2=4R^2$
∴ (다) : $\overline{DC}^2$

14. [출제의도] 주어진 유리수의 변형과정을 이용하여 유리수의 계산 결과를 추론할 수 있는가를 묻는 문

제이다.

주어진 유리수를 변형하면

$\frac{1}{20}=\frac{1}{4\times5}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$

$\frac{1}{30}=\frac{1}{5\times6}=\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$

$\frac{1}{42}=\frac{1}{6\times7}=\frac{1}{6}-\frac{1}{7}$

$\frac{1}{56}=\frac{1}{7\times8}=\frac{1}{7}-\frac{1}{8}$

$\frac{1}{72}=\frac{1}{8\times9}=\frac{1}{8}-\frac{1}{9}$

그러므로

$\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}$

$=\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{7}\right)+\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{9}\right)$

$=\frac{1}{4}-\frac{1}{9}=\frac{5}{36}$

15. [출제의도] 주어진 식을 전개하여 얻은 식으로부터 두 자연수 m, n에 대한 명제의 참, 거짓을 판단할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$(2m-3n)^2=(m-2n)^2+(m-n)^2$ 을 전개하여 정리하면

$2m^2-6mn+4n^2=0$, $m^2-3mn+2n^2=0$

$(m-n)(m-2n)=0$

$m\neq n$ 이므로 $m-2n=0$

$\therefore\ m=2n$

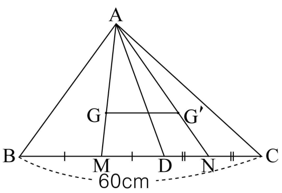
ㄱ. $m=4$ 이면 $2n=4$ 에서 $n=2$ 이다. (참)

ㄴ. $m=2$, $n=1$ 을 등식 $m=2n$ 에 대입하면 성립하므로 n 이 홀수일 때도 성립한다. (거짓)

ㄷ. $m+n=2n+n=3n$ 이므로 $m+n$ 은 3의 배수이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

16. [출제의도] 삼각형의 무게중심의 성질과 닮음비를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.



$\overline{BD}$ 와 $\overline{DC}$ 의 중점을 각각 M, N이라 하면

$\overline{MN}=30$ ㎝

한편, 점 G와 점 G′은 각각 삼각형 ABD와 삼각형 ADC의 무게중심이므로

$\overline{AG}:\overline{GM}=2:1$

$\overline{AG'}:\overline{G'N}=2:1$

따라서 삼각형 AGG′과 삼각형 AMN은 닮은 도형이고, 닮음비는 2 : 3이다.

$\overline{GG'}=\frac{2}{3}\times\overline{MN}=\frac{2}{3}\times30=20$

$\therefore\ \overline{GG'}=20$ ㎝

17. [출제의도] 이차방정식의 해의 뜻을 알고 해를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

이차방정식 $ax^2-2x+b=0$ 의 한 해가 -1 에서

$a+2+b=0$

$\therefore\ a+b=-2$ ⋯ ㉠

이차방정식 $bx^2-2x+a=0$ 의 한 해가 $\frac{1}{3}$ 에서

$\frac{b}{9}-\frac{2}{3}+a=0$

$\therefore\ 9a+b=6$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면

$a=1$, $b=-3$

각 이차방정식을 풀면

$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$ 이므로

$m=3$

$3x^2+2x-1=0$, $(3x-1)(x+1)=0$ 이므로

$n=-1$

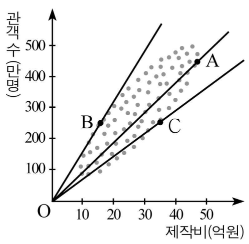
$\therefore\ mn=-3$

18. [출제의도] 상관도를 이해하여 주어진 명제의 참, 거짓을 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

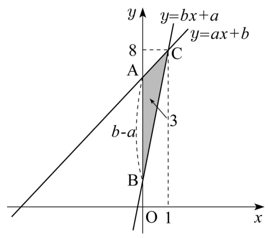
ㄱ. 상관도에서 영화 A는 영화 C보다 관객 수가 많다. (참)

ㄴ. 제작비가 많을수록 대체적으로 관객 수도 많아지는 경향을 보이므로 양의 상관관계가 있다. (참)

ㄷ. $\frac{(\text{관객 수})}{(\text{제작비})}$ 의 값은 점 A, B, C와 원점 O를 각각 연결한 직선의 기울기이고, 기울기가 가장 큰 직선은 점 B를 지나는 직선이다. 따라서 세 영화 A, B, C에서 $\frac{(\text{관객 수})}{(\text{제작비})}$ 의 값이 가장 큰 영화는 B이다. (참)



19. [출제의도] 일차함수의 그래프의 성질을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.



두 방정식 $y=ax+b$ 와 $y=bx+a$ 을 연립하여 풀면

$ax+b=bx+a$

$(a-b)x=a-b$

$a\neq b$ 이므로 $x=1$

따라서 점 C의 좌표는 $(1, 8)$

$x=1$, $y=8$ 을 $y=ax+b$ 에 대입하면

$8=a+b$ ⋯ ㉠

한편, 두 직선과 y 축과의 교점을 각각 점 A와 B라 하면 이 점들의 y 좌표는 각각 b, a 이다.

삼각형 ABC의 넓이가 3에서

$\frac{1}{2}\times(b-a)\times1=3$

$b-a=6$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면

$a=1$, $b=7$

$\therefore\ 2a+b=9$

20. [출제의도] 원주각의 크기와 호의 길이 사이의 관계를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

반지름의 길이가 9 ㎝에서 원주는 18π ㎝이다.

점 D에서 선분 AB에 평행한 선을 긋고 원과의 교점을 E라 하면, 평행선의 성질에 의해서

$\angle EDC=30^\circ$

중심각의 크기는 원주각의 크기의 두 배이므로

$\overset{\frown}{EC}=18\pi\times\frac{60^\circ}{360^\circ}=3\pi$

$\overset{\frown}{AE}+\overset{\frown}{BD}=18\pi-(4\pi+6\pi+3\pi)=5\pi$

평행선의 성질에 의해서

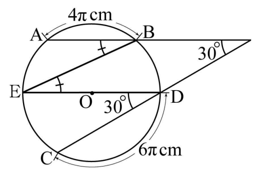
$\angle ABE=\angle BED$

$\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{BD}=\frac{5}{2}\pi$

$\therefore\ \overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{AE}+\overset{\frown}{EC}$

$=\frac{5}{2}\pi+3\pi$

$=\frac{11}{2}\pi$



[다른 풀이]

$\angle BAD=a^\circ$ 라 하면

$\angle ADC=a^\circ+30^\circ$

중심각의 크기는 원주각의 두 배이므로

(부채꼴 BOD의 중심각의 크기)$=2a^\circ$

(부채꼴 AOC의 중심각의 크기)$=2a^\circ+60^\circ$

반지름의 길이가 9 ㎝에서 원주는 18π ㎝이다.

$\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD}=18\pi\times\frac{4a^\circ+60^\circ}{360^\circ}$

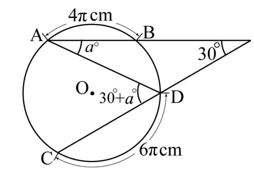
$\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD}=18\pi-(4\pi+6\pi)=8\pi$ 이므로

$18\pi\times\frac{4a^\circ+60^\circ}{360^\circ}=8\pi$

계산하면 $a^\circ=25^\circ$

(부채꼴 AOC의 중심각의 크기)$=110^\circ$

$\therefore\ \overset{\frown}{AC}=18\pi\times\frac{110^\circ}{360^\circ}=\frac{11}{2}\pi$ (㎝)



21. [출제의도] 연립방정식을 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

판매된 선물 세트 A의 개수를 x 개, 선물 세트 B의 개수를 y 개라 하면

사용된 비누의 개수는 $6x+5y=5200$ ⋯ ㉠

사용된 치약의 개수는 $2x+3y=2400$ ⋯ ㉡

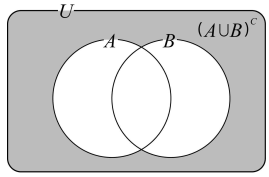
㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면

$x=450$, $y=500$

따라서 총 판매 이익은

$450\times1000+500\times1100=1000000$ (원)이다.

22. [출제의도] 벤 다이어그램으로 표현된 집합의 원소의 개수를 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.



어두운 부분이 나타내는 집합은 $(A\cup B)^C$ 이고

$n((A\cup B)^C)=n(U)-n(A\cup B)$

$=n(U)-\{n(A)+n(B-A)\}$

$n(U)=80$, $n(A)=45$, $n(B-A)=25$ 에서

구하는 집합의 원소의 개수는

$80-(45+25)=10$ 개다.

23. [출제의도] 도수분포표를 이용하여 주어진 자료의 평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$m = \dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$ 에서

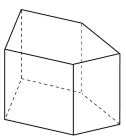
$m = \dfrac{(-6)\times3+(-2)\times5+2\times5+6\times8+10\times4}{25}$

$= 2.8$

$\therefore\ 10m = 28$

24. [출제의도] 전개도로 만들 수 있는 입체도형의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

주어진 전개도의 입체도형은 오각기둥이다.
오각기둥의 모서리의 개수는 15개이고 꼭짓점의 개수는 10개이므로 $a=15$, $b=10$이다.
따라서 $a+b=25$



25. [출제의도] 이차함수의 성질을 이용하여 주어진 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 이차함수의 식은

$y=\frac{1}{2}(x+1)^2+3$

점 $(3,\ m)$이 위 그래프 위의 점이므로

$\therefore\ m=\frac{1}{2}\times(3+1)^2+3=11$

26. [출제의도] 제곱근의 성질과 자연수의 성질을 이용하여 자연수 n의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$504=2^3\times3^2\times7$에서

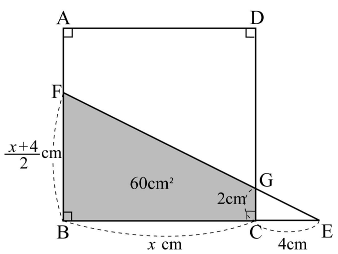
$\sqrt{\dfrac{504}{n}}=\sqrt{\dfrac{2^3\times3^2\times7}{n}}$

$=2\times3\times\sqrt{\dfrac{2\times7}{n}}$

식의 값이 정수가 되도록 하는 자연수 n의 값은
2×7, $2^3\times7$, $2\times3^2\times7$, $2^3\times3^2\times7$이다.
따라서 n의 최솟값은 $2\times7=14$

27. [출제의도] 이차방정식을 이용하여 수학 내적문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

삼각형 GCE와 삼각형 FBE가 닮음이므로
정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 변 BF의 길이는 $\frac{x+4}{2}$ cm이다.



사다리꼴 BCGF의 넓이가 60 cm²에서

$\frac{1}{2}\times\left(\frac{x+4}{2}+2\right)\times x=60$

$x^2+8x-240=0$, $(x-12)(x+20)=0$

$x=12$ 또는 $x=-20$

$x>0$이므로 $x=12$

[다른 풀이]

삼각형 GCE와 삼각형 FBE가 닮음이고

$\triangle GCE=\frac{1}{2}\times4\times2=4$

$\triangle FBE=\square FBCG+\triangle GCE=60+4=64$

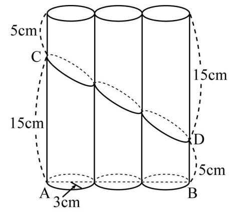
닮은 두 삼각형의 넓이의 비는 $4:64=1:16$이므로
닮음비는 $1:4$이다.
정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$x+4=4\times\overline{CE}$, $x+4=16$

$\therefore\ x=12$

28. [출제의도] 도형의 대칭성을 이해하고, 이를 이용하여 입체도형의 부피를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

문제에서 주어진 입체도형과 같은 입체도형을 뒤집어 붙이면 그림과 같이 반지름의 길이가 3 cm이고, 높이가 20 cm인 원기둥 3개가 된다.



원기둥 3개의 부피는

$3\times(\text{밑넓이})\times(\text{높이})$

$=3\times(\pi\times3^2)\times20=540\pi$

따라서 주어진 입체도형의 부피 V cm³는

$V=540\pi\div2=270\pi$

$\therefore\ \frac{V}{10\pi}=27$

29. [출제의도] 주어진 명령어를 이해하고 조건에 의해 만들어지는 평면도형의 넓이를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

명령어 RE 3(GO 6 ; TU 120)으로 만들어진 삼각형은 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형이다.

$(\text{정삼각형의 넓이})=\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}$ (cm²)

명령어 RE 6(GO a ; TU b)으로 만들어진 육각형은 한 변의 길이가 a cm인 정육각형이다.
한 변의 길이가 a cm인 정육각형의 넓이는 한 변의 길이가 a cm인 정삼각형 6개의 넓이와 같으므로

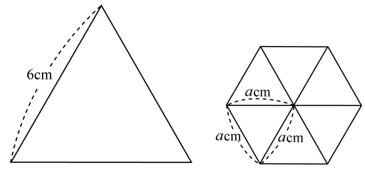
$(\text{정육각형의 넓이})=6\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times a^2\right)=\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$ (cm²)

두 도형의 넓이가 같으므로

$\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2=9\sqrt{3}\quad\therefore\ a^2=6$

정육각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$에서 $b=60$이다.

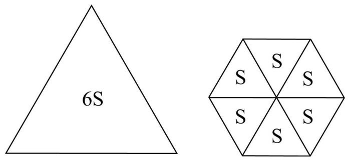
$\therefore\ a^2+b=6+60=66$



[다른 풀이]

주어진 도형은 각각 정삼각형과 정육각형이다.
정육각형은 정삼각형 6개로 나누어지므로 한 변의 길이가 a cm인 정삼각형의 넓이를 S라 하면,
(정육각형의 넓이) = 6S
(한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형의 넓이) = 6S
두 정삼각형의 넓이의 비는 $6:1$
닮음비는 $\sqrt{6}:1$이므로 $\sqrt{6}:1=6:a$

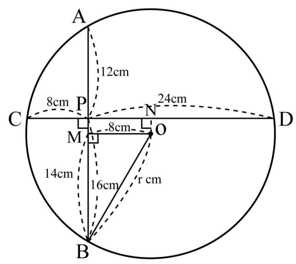
$\therefore\ a=\sqrt{6}$



정육각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$에서 $b=60$이다.

$\therefore\ a^2+b=6+60=66$

30. [출제의도] 원의 성질과 피타고라스 정리를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.



두 현 AB와 CD의 교점이 P일 때,
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$12\times16=\overline{PC}\times24$

$\therefore\ \overline{PC}=8$

원의 중심 O에서 두 현 AB와 CD에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하자.
원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\frac{12+16}{2}=14$

$\overline{CN}=\overline{DN}=\frac{8+24}{2}=16$

$\overline{OM}=\overline{NP}=\overline{CN}-\overline{PC}=16-8=8$

$\overline{OB}=r$ cm라 하면
직각삼각형 OMB에 피타고라스의 정리를 적용하면

$r^2=8^2+14^2=64+196=260$