2009학년도 6월 고1 전국연합학력평가
정답 및 해설

수리 영역

정답

1	①	2	②	3	④	4	④	5	②
6	⑤	7	①	8	④	9	⑤	10	④
11	②	12	③	13	①	14	⑤	15	③
16	⑤	17	⑤	18	④	19	③	20	③
21	②	22	11	23	40	24	16	25	10
26	20	27	24	28	11	29	30	30	81

해설

1. [출제의도] 집합의 연산법칙 이해하기

$A\cap(A-B)^C$
$=A\cap(A\cap B^C)^C$
$=A\cap(A^C\cup B)$
$=(A\cap A^C)\cup(A\cap B)$
$=\varnothing\cup(A\cap B)$
$=A\cap B$

2. [출제의도] 다항식 계산하기

$(3A+B)-(A+3B)=2(A-B)$
$=2\{(x^2+2xy-y^2)-(x^2-xy+2y^2)\}$
$=6xy-6y^2$

3. [출제의도] 이중근호를 이용한 무리식 계산하기

$\sqrt{3-(1-\sqrt{3})}+\sqrt{1+(1-\sqrt{3})}$
$=\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}$
$=\sqrt{\dfrac{4+2\sqrt{3}}{2}}+\sqrt{\dfrac{4-2\sqrt{3}}{2}}$
$=\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$
$=\sqrt{6}$

4. [출제의도] 진리집합 사이의 포함관계 이해하기

$R\subset(P\cup Q)$이므로 $r\Rightarrow(p$또는$q)$

5. [출제의도] 실수의 연산에 대한 성질 이해하기

$x=-(\sqrt{2}-1)=-\sqrt{2}+1$
$y=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{2-1}=\sqrt{2}+1$
$\therefore\ x+y=2$

6. [출제의도] 다항식의 약수, 배수 이해하기

$n^3+7n^2+14n+8=(n+1)(n+2)(n+4)$
$n^2+4n+3=(n+1)(n+3)$
$\therefore$필요한 타일의 개수는 $(n+2)(n+3)(n+4)$

7. [출제의도] 실수의 대소 관계 이해하기

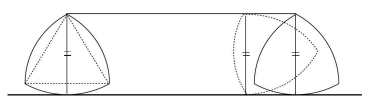
$a+b>0,\ a-b>0,\ ab<0$ 에서
$a>0,\ b<0,\ |a|>|b|$ 이므로,
$\dfrac{1}{a}<-\dfrac{1}{b}$이고, $A<B$
또, $C-B=\dfrac{1}{a}>0$ 이므로 $C>B$
$\therefore\ A<B<C$

8. [출제의도] 복소수의 연산의 성질 이해하기

계산기에 1을 입력한 후,
Z를 한번 누르면, $\left(-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)^1=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$
Z를 두번 누르면, $\left(-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$
Z를 세번 누르면, $\left(-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3=1$이므로,
계산기에 2를 입력하고, Z를 2009번 누르면
$2\left(-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{2009}$
$=2\left\{\left(-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3\right\}^{669}\left(-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2$
$=2\times1\times\left(-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)$
$=-1-\sqrt{3}i$
$\therefore\ ab=\sqrt{3}$

9. [출제의도] 부채꼴의 성질을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

꼭짓점 A에서 호 $\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ 위의 모든 점까지의 길이는 일정하므로, 호 $\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$가 직선 l 위를 구르는 동안 점 A에서 직선 l까지의 거리가 같다. 마찬가지로 호$\overset{\frown}{\mathrm{CA}}$, $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$가 직선 l위를 구르는 동안 점 B, C에서 직선 l까지의 거리가 각각 같다. 그러므로 뢸로 삼각형은 두 평행선 사이에서 움직이게 된다.



10. [출제의도] 인수정리를 이용하여 계산하기

$P(a)=P(b)=P(c)=0$이므로
$P(x)=(x-a)(x-b)(x-c)$이고,
$P(0)=-abc=-6$
$\therefore abc=6$
그러므로 서로 다른 세 자연수 a,b,c는 각각 $1,2,3$중 하나의 값을 갖는다.
이 때, $P(x)$를 $x-6$으로 나눈 나머지
$P(6)=(6-a)(6-b)(6-c)=60$

11. [출제의도] 확률의 뜻 이해하기

숫자 6 에 깃발이 꽂히려면, 두 주사위의 눈의 수의 곱이 6, 18, 30 인 경우이다.
곱이 6 인 경우 : $(1,6),(2,3),(3,2),(6,1)$
곱이 18 인 경우 : $(3,6),(6,3)$
곱이 30 인 경우 : $(5,6),(6,5)$
$\therefore$ 확률은 $\dfrac{8}{36}=\dfrac{2}{9}$

12. [출제의도] 연산의 정의를 이해하여 추론하기

ㄱ. $<\overline{1+2i}>=<1-2i>=-2$ (참)
ㄴ. $z=a+bi\,(a\neq0,\,b\neq0)$에서
$<\dfrac{1}{z}>=<\dfrac{1}{a+bi}>=<\dfrac{a-bi}{a^2+b^2}>=-\dfrac{b}{a}$
$=-<z>$ (참)
ㄷ. $<\bar{z}+\dfrac{1}{z}>=<a-bi+\dfrac{1}{a+bi}>$
$=<\dfrac{a^2+b^2+1}{a+bi}>$
$=<\dfrac{(a^2+b^2+1)a-(a^2+b^2+1)bi}{a^2+b^2}>$
$=-\dfrac{b}{a}$ (거짓)

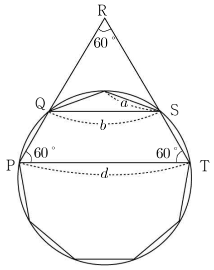
13. [출제의도] 유리식을 이용하여 수학 외적 문제 해결하기

$$\frac{(\text{지구의 인공중력})}{(\text{달의 인공중력})}=\frac{\dfrac{100}{9.81}\left(\dfrac{N_E\times\pi}{30}\right)^2}{\dfrac{100}{9.81}\left(\dfrac{N_M\times\pi}{30}\right)^2}=\left(\frac{N_E}{N_M}\right)^2=6$$
$\therefore\ \dfrac{N_E}{N_M}=\sqrt{6}$

14. [출제의도] 집합의 성질을 이용하여 추론하기

ㄱ. $S=\{2,\ 3,\ 4\}$의 원소 중 소수는 $2,3$이므로 $N(S)=2$이다. (참)
ㄴ. $S=U$이면, 원소 중 소수는 $2,3,5,7$이므로 $N(S)$의 최댓값은 4이다. (참)
ㄷ. $N(S)=1$인 집합 S는 집합 $\{1,4,6,8,9,10\}$의 부분집합에 소수 하나만을 포함시킨 집합이므로 $2^6\times4=2^8$개이다. (참)

15. [출제의도] 도형의 성질을 이용하여 증명하기



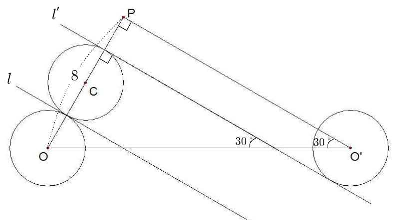
호 $\widehat{QT}$와 $\widehat{PS}$에 대한 중심각의 크기가 모두 $40° \times 3 = 120°$이므로, 원주각의 크기는 $\angle QPT = \angle PTS = 60°$이다.
사각형 PQST는 원에 내접하는 사각형이므로 $\angle PQS = \angle TSQ = 120°$ 이고, $\angle RQS = \angle RSQ = 60°$ 이다.
따라서 $\triangle PRT$와 $\triangle QRS$는 모두 정삼각형이다.
$\therefore d = \overline{PT} = \overline{PR} = \overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{PQ} + \overline{QS} = a + b$

16. [출제의도] 삼각비를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

아래 그림과 같이 두 접선 l, l'에 동시에 접하는 원의 중심을 C, 선분 $\overline{OC}$의 연장선위에 점 O′에서 내린 수선의 발을 P라 하면, $\overline{OP} = 8$이고, $\angle OO'P = 30°$ 이므로

$\sin 30° = \dfrac{\overline{OP}}{\overline{OO'}} = \dfrac{8}{\overline{OO'}} = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \ \overline{OO'} = 16$



17. [출제의도] 유리식의 비 추론하기

ㄱ. $ad - bc = 0 \Leftrightarrow ad = bc \Leftrightarrow \dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{d}$ (참)

ㄴ. $\dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{d}$에서 $a = ck, b = dk$ (k는 비례상수)

$\dfrac{a^2+b^2}{c^2+d^2} = \dfrac{(ck)^2+(dk)^2}{c^2+d^2} = \dfrac{k^2(c^2+d^2)}{c^2+d^2} = k^2$

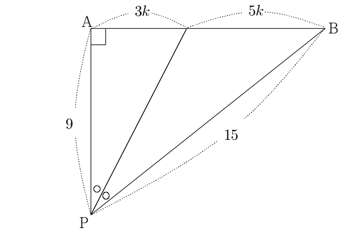
$\dfrac{(a+b)^2}{(c+d)^2} = \dfrac{(ck+dk)^2}{(c+d)^2} = \dfrac{k^2(c+d)^2}{(c+d)^2} = k^2$ (참)

ㄷ. $\dfrac{a^n+b^n}{c^n+d^n} = \dfrac{(ck)^n+(dk)^n}{c^n+d^n} = \dfrac{k^n(c^n+d^n)}{c^n+d^n} = k^n$

$\dfrac{(a+b)^n}{(c+d)^n} = \dfrac{(ck+dk)^n}{(c+d)^n} = \dfrac{k^n(c+d)^n}{(c+d)^n} = k^n$ (참)

18. [출제의도] 닮음비를 활용하여 수학 외적 문제 해결하기

1번, 9번 볼링핀을 각각 점 A, B라 할 때, $9 : \overline{PB} = 3 : 5$이므로 $\overline{PB} = 15\,(\mathrm{m})$



$\therefore \ \overline{AB} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12\,(\mathrm{m})$

19. [출제의도] 연립방정식을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

15초, 20초 상품 광고의 개수를 각각 x, y로 놓으면, $x + y = 10$ ⋯ ①
(상품 광고 시간) $= 15 \times 2x + 20y$ (초)
(광고 사이 시간) $= 2x + y - 1$ (초)
총 광고 시간이 275초 이므로
$30x + 20y + 2x + y - 1 = 275$ ⋯ ②
①, ②를 연립하면 $x = 6$, $y = 4$
∴ 방송 횟수의 합 $= 2 \times 6 + 4 = 16$

20. [출제의도] 유리식의 성질 추론하기

$x + \dfrac{1}{x} = -1 \Leftrightarrow x^2 + x + 1 = 0$이므로,

ㄱ. $1 + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{x^2+x+1}{x^2} = 0$ (참)

ㄴ. $x + x^2 + x^3 + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{x^3}$

$= x(1 + x + x^2) + \dfrac{x^2+x+1}{x^3}$

$= 0$ (거짓)

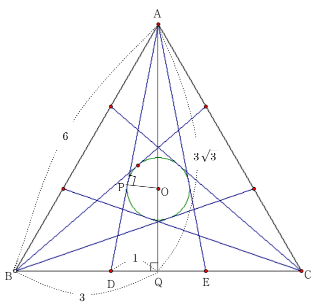
ㄷ. $x^{3n} + x^{3n+1} + x^{3n+2} + \dfrac{1}{x^{3n}} + \dfrac{1}{x^{3n+1}} + \dfrac{1}{x^{3n+2}}$

$= x^{3n}(1 + x + x^2) + \dfrac{1}{x^{3n}}\left(1 + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}\right)$

$= x^{3n}(1 + x + x^2) + \dfrac{1}{x^{3n}} \times \dfrac{x^2+x+1}{x^2}$

$= 0$ (참)

21. [출제의도] 삼각형의 닮음을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기



$\overline{AQ} = \sqrt{36 - 9} = 3\sqrt{3}$
$\overline{AD} = \sqrt{1 + 27} = 2\sqrt{7}$
원의 중심 O가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AO} = \dfrac{2}{3}\overline{AQ} = 2\sqrt{3}$

$\triangle ADQ$와 $\triangle AOP$가 닮음이므로
$\overline{AO} : \overline{OP} = \overline{AD} : \overline{DQ}$
$2\sqrt{3} : \overline{OP} = 2\sqrt{7} : 1$

$\overline{OP} = \sqrt{\dfrac{3}{7}}$

∴ 원의 넓이는 $\dfrac{3}{7}\pi$

22. [출제의도] 항등식의 성질을 이용하여 식의 값 계산하기

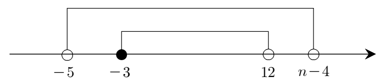
등식 $(a+b-3)x + ab + 1 = 0$은 x에 대한 항등식이므로 $a + b - 3 = 0$, $ab + 1 = 0$이고,
$a + b = 3$, $ab = -1$이므로
$\therefore a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 11$

23. [출제의도] 곱셈공식 활용하여 계산하기

$a - b = 4$, $ab = -2$이므로
$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) = 40$

24. [출제의도] 복소수 연산의 성질을 이용하여 명제 이해하기

조건 p를 만족하는 x의 범위는
$-3 \le x < 12$이다.
p는 q이기 위한 충분조건이므로,



상수 n의 범위는 $12 \le n - 4$
$\therefore n \ge 16$
∴ 최솟값은 16

25. [출제의도] 삼각형의 넓이를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

$\triangle POA = \triangle POB$이므로,

$\dfrac{1}{2} \times 4 \times b = \dfrac{1}{2} \times 2 \times a$

$\therefore 2b = a$
a, b는 20 이하의 자연수이므로 $2b = a$인 관계를 만족하는 점 $P(a, b)$는
$(2, 1), (4, 2), (6, 3), \cdots, (20, 10)$이다.
∴ 10개

26. [출제의도] 약수와 배수의 성질을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

B	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	⋯
A	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	⋯

B가 두 바퀴 회전하는 동안 같은 숫자가 4회 A와 맞물리고, B가 열 바퀴 회전하면서 A와 같은 숫자가 맞물린 횟수는 20 회이다.

27. [출제의도] 인수정리와 항등식의 성질 이해하기

$f(0)=4$이고,

$f(x)$는 x^2+x+1로 나누어 떨어지므로

$f(x)=(x^2+x+1)(ax+4)$ ⋯①

또, $f(x)+12$는 x^2+2로 나누어 떨어지므로

$f(x)+12=(x^2+2)(ax+8)$ ⋯②

①, ②에서

$(x^2+x+1)(ax+4)=(x^2+2)(ax+8)-12$

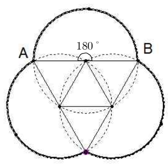
$$ax^3+(a+4)x^2+(a+4)x+4 = ax^3+8x^2+2ax+4$$

계수비교법에 의하여 $a=4$

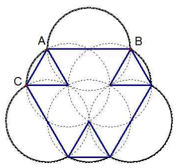
$\therefore f(x)=(x^2+x+1)(4x+4)$

$\therefore f(1)=24$

28. [출제의도] 원의 성질을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

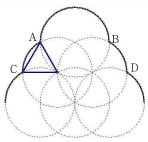


위의 그림에서 내부의 모든 교점들을 연결한 작은 삼각형들은 모두 한 변의 길이가 반지름의 길이 1과 같으므로 정삼각형이다. 따라서 $\overline{AB}$는 원의 지름이고, $\overset{\frown}{AB}=\pi$

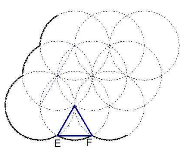


위의 그림에서 작은 삼각형은 모두 한 변의 길이가 1인 정삼각형이다.

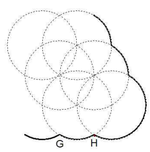
$\overset{\frown}{AC}=2\pi\times\dfrac{60^\circ}{360^\circ}=\dfrac{\pi}{3}$



⋮



⋯



$\overset{\frown}{AB}=\pi$, $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{EF}=\overset{\frown}{GH}=\dfrac{\pi}{3}$이므로,

따라서 가장 아랫부분에 10개의 원이 있는 경우 실선의 길이는 $\dfrac{\pi}{3}\times8\times3+\pi\times3=11\pi$

29. [출제의도] 몫과 나머지를 이용하여 수학 외적 문제 해결하기

학생의 마지막 번호를 N이라 하자

규칙에 따른 몫과 나머지는 아래의 표와 같다.

$R=0$인 번호	$R=1$인 번호	$R=2$인 번호
	$1=3\times0+1$	$2=3\times0+2$
$3=3\times1+0$	$4=3\times1+1$	$5=3\times1+2$
$6=3\times2+0$	$7=3\times2+1$	$8=3\times2+2$
	⋮	
$3\times(n-1)+0$	$3\times(n-1)+1$	$3\times(n-1)+2$
$N=3\times n+0$		

사탕의 개수는 번호의 몫의 합이므로

$R=0$인 번호 $1+2+3+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$

$R=1$인 번호 $1+2+3+\cdots+(n-1)=\dfrac{(n-1)n}{2}$

$R=2$인 번호 $1+2+3+\cdots+(n-1)=\dfrac{(n-1)n}{2}$

초콜릿의 개수는 번호의 나머지의 합이므로

$R=0$인 번호 $0\times n=0$

$R=1$인 번호 $1\times n=n$

$R=2$인 번호 $2\times n=2n$

따라서 가져간 사탕과 초콜릿의 총 개수는

$\dfrac{n(n+1)}{2}+\dfrac{(n-1)n}{2}\times2+3n=175$(개)

$3n^2+5n-350=0$

$(3n+35)(n-10)=0$

$\therefore n=10\,(n>0)$이고, $N=30$

$\therefore$ 학생수는 30명

30. [출제의도] 식의 계산을 이용하여 수학 외적 문제 해결하기

$69^\circ=19^\circ+23^\circ+27^\circ$이므로 켜져 있는 부채꼴의 계이름은 도, 레, 미이다. 전구가 켜져 있기 위해서는 계이름을 홀수번 눌러야 하므로 빈칸의 계이름은 도, 파, 솔이다. 따라서 도, 파, 솔에 해당하는 부채꼴의 중심각의 크기의 합은 $19^\circ+29^\circ+33^\circ=81^\circ$이다.

$\therefore x=81$