2009학년도 9월 고1 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 수리 영역 •

정 답

1	①	*2*	④	*3*	⑤	*4*	②	*5*	⑤
6	①	*7*	②	*8*	②	*9*	③	*10*	③
11	④	*12*	②	*13*	⑤	*14*	④	*15*	③
16	①	*17*	⑤	*18*	④	*19*	⑤	*20*	④
21	③	*22*	24	*23*	2	*24*	10	*25*	56
26	15	*27*	12	*28*	70	*29*	120	*30*	16

해 설

1. [출제의도] 다항식 계산하기

$A-B+C=x+2-x+1+x=x+3$

2. [출제의도] 두 복소수가 서로 같을 조건 이해하여 계산하기

$x-1=2,\ x+2y=-3$을 풀면 $x=3,\ y=-3$

3. [출제의도] 외분점을 구하는 공식 적용하여 계산하기

$\overline{\mathrm{AB}}$를 $3:2$로 외분하는 점

$\mathrm{P}\left(\dfrac{6-(-2)}{3-2}\right)=\mathrm{P}(8)$

4. [출제의도] 절댓값을 포함한 부등식을 이해하고 해 구하기

$-3\le x-2\le 3$이므로 $-1\le x\le 5$

정수의 개수는 7개

5. [출제의도] 제곱근의 성질 이해하기

ㄱ. $\sqrt{-2}\sqrt{-8}=-\sqrt{(-2)(-8)}=-4$(참)

ㄴ. $\dfrac{4}{\sqrt{(-2)^2}}=\dfrac{4}{|-2|}=2$ (참)

ㄷ. $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}}=-\sqrt{\dfrac{8}{-2}}=-2i$ (참)

6. [출제의도] 이차부등식의 해집합 이해하기

$ax^2+bx+c=a(x-3)^2\ge 0$,

그 해집합이 $\{3\}$이므로 $a<0$

$\therefore\ b=-6a>0,\ c=9a<0$

7. [출제의도] 다항식의 최대공약수와 최소공배수 이해하고, 다항식 분류하기

최대공약수는 $x-1$,

최소공배수는 $x^3-7x+6=(x-1)(x-2)(x+3)$이므로 두 다항식은

$f(x)=(x-1)(x-2),\ g(x)=(x-1)(x+3)$

$\therefore\ f(0)+g(0)=-1$

8. [출제의도] 번분수식 계산하기

$$1-\frac{1\times(1-x)}{\left\{1-\dfrac{1}{1-x}\right\}\times(1-x)}$$
$$=1-\frac{1-x}{1-x-1}$$
$$=1+\frac{1-x}{x}$$
$$=\frac{1}{x}$$

이므로 $a=1,\ b=0\quad\therefore\ a+b=1$

9. [출제의도] 삼차방정식을 인수분해하여 근과 계수와의 관계 적용하기

$x^3-4x^2+4x-3=(x-3)(x^2-x+1)=0$이 되어

α는 $x^2-x+1=0$의 근이다. 따라서 $\overline{\alpha}$도 근임을 알 수 있다.

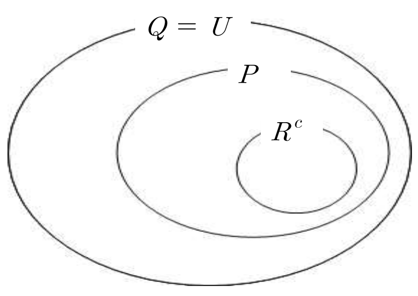
따라서 근과 계수와의 관계에서 $\alpha+\overline{\alpha}=1,\ \alpha\overline{\alpha}=1$이 되어 주어진 식은

$\dfrac{\overline{\alpha}}{\alpha}+\dfrac{\alpha}{\overline{\alpha}}=\dfrac{\overline{\alpha}^2+\alpha^2}{\alpha\overline{\alpha}}=(\alpha+\overline{\alpha})^2-2\alpha\overline{\alpha}=1-2=-1$

임을 알 수 있다.

10. [출제의도] 조건과 진리집합 포함관계를 추론하기

조건 p,q,r의 진리집합 P,Q,R에 대하여 주어진 참인 명제에 따른 P,Q,R의 포함관계는 다음 벤다이어그램과 같다.



$P-R=R^c$이므로 ㄴ만 거짓

11. [출제의도] 실수의 연산에 대한 기본성질 이해하기

(가) 덧셈에 대한 결합법칙

(나) 덧셈에 대한 역원

(다) 덧셈에 대한 항등원

12. [출제의도] 이차방정식의 근과 계수와의 관계 및 양의 약수 추론하기

양의 약수가 홀수 개인 자연수는 완전제곱수이며, 양의 약수가 3개인 것은 소수의 제곱수이다.

조건에서 c,d는 $2^2,3^2,5^2,7^2$의 네 가지 중 하나이다.

근과 계수와의 관계에서 $a=c+d,\ b=cd$이고 a,b는 서로 다른 100 이하의 자연수이므로 순서쌍 (a,b)는 $(2^2+3^2,2^2\cdot 3^2)$과 $(2^2+5^2,2^2\cdot 5^2)$

13. [출제의도] 산술기하평균을 적용하는 과정 추론하기

<학생풀이>

산술-기하평균을 이용하면

$a+\dfrac{1}{b}\ge 2\sqrt{\dfrac{a}{b}}\ \cdots$ ㉠ $\quad b+\dfrac{4}{a}\ge 2\sqrt{\dfrac{4b}{a}}\ \cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 양변을 각각 곱하면

$\left(a+\dfrac{1}{b}\right)\left(b+\dfrac{4}{a}\right)\ge 4\sqrt{\dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{4b}{a}}=8\cdots$㉢

그러므로 구하는 최솟값은 8이다.

<첨삭내용>

㉠의 등호가 성립할 때는 $\boxed{ab=1}$ 이고

㉡의 등호가 성립할 때는 $\boxed{ab=4}$ 이다.

그러므로 ㉢의 등호는 성립할 수 없다.

$\left(a+\dfrac{1}{b}\right)\left(b+\dfrac{4}{a}\right)=5+ab+\dfrac{4}{ab}\ge 5+2\sqrt{ab\cdot\dfrac{4}{ab}}=9$이므로 최솟값은 9이다.

14. [출제의도] 평면도형에서 무게중심의 뜻 이해하기

$\dfrac{1+3+a}{3}=\dfrac{8}{3},\ \dfrac{2+5+b}{3}=\dfrac{14}{3}$이므로 $a=4,\ b=7$

$\therefore\ a+b=11$

15. [출제의도] 이차방정식의 근과 계수와의 관계 및 곱셈공식 이해하여 활용하기

연립방정식에서 a,b는 t에 대한 이차방정식

$x+ty+t^2=z$

즉, $t^2+yt+x-z=0$의 두 근이다.

근과 계수와의 관계에 의하여

$a+b=-y,\ ab=x-z$

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=(-y)^2-2x+2z$

$=y^2-2x+2z$

[다른 풀이]

$\begin{cases} x+ay+a^2=z\cdots ① \\ x+by+b^2=z\cdots ② \end{cases}$

①$-$② 하면

$(a-b)y+(a^2-b^2)=0$

$a\ne b$이므로 $a+b=-y\cdots$③

①$+$② 하면

$2x+(a+b)y+(a^2+b^2)=2z\cdots$④

③과 ④에서 $a^2+b^2=y^2-2x+2z$

16. [출제의도] 이차방정식의 근의 위치관계 이해하기

$x^2+(a^2-4a+3)x-a+2=0$에서 두 근의 합과 곱이 음수이므로

$a^2-4a+3=(a-1)(a-3)>0,\ -a+2<0$

$a<1$ 또는 $a>3,\ a>2$이므로 $a>3$

17. [출제의도] 인수분해를 이용한 삼각형 모양 구하기

$a^3+c^3+a^2c+ac^2-ab^2-b^2c$

$=(a+c)(a^2-ac+c^2)+ac(a+c)-b^2(a+c)$

$=(a+c)(a^2+c^2-b^2)=0$

$\therefore\ a^2+c^2=b^2\ (\because a+c\ne 0)$

따라서, b가 빗변인 직각삼각형

18. [출제의도] 집합의 포함관계를 이해하고 조건을 만족하는 집합 구하기

X는 $\varnothing,\{a\},\{b\},\{c\}\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},S$의 일부를 원소로 하고 주어진 조건을 만족하는 집합이므로

$\{S,\varnothing\}$,

$\{\{a\},\{b,c\},S,\varnothing\}$,

$\{\{b\},\{a,c\},S,\varnothing\}$,

$\{\{c\},\{a,b\},S,\varnothing\}$,

$\{\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},S,\varnothing\}$

그러므로 5개

19. [출제의도] 조건에 따른 대소 관계 이해하기

ㄱ. $|a|=|a+b+(-b)|\le|a+b|+|-b|=|a+b|+|b|$

$\therefore\ |a+b|\ge|a|-|b|$ (참)

(단, 등호는 $ab\le 0,\ |a|\ge|b|$일 때 성립)

ㄴ. $(\sqrt{a-b})^2-(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=2\sqrt{a}\sqrt{b}-2b$

$=2\sqrt{b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})\ge 0$ (참)

(단, 등호는 $a=b$일 때 성립)

ㄷ. $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\ge 2,\ \frac{c}{b}+\frac{b}{c}\ge 2,\ \frac{a}{c}+\frac{c}{a}\ge 2$

$\therefore\ \frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c}\ge 6$(참)

(단, 등호는 $a=b=c$일 때 성립)

20. [출제의도] 절대부등식의 뜻을 이해하고 적용하기

$-1\le(a-1)x+b$이 모든 실수에 대하여 항상 성립하기 위하여 $a=1,b\ge -1$

$b\le x^2+2x+2$에서 $x^2+2x+2-b\ge 0$이 모든 실수에 대하여 항상 성립하기 위하여 판별식$D\le 0$

$\frac{D}{4}=1-2+b\le 0$이므로 $b\le 1$

$\therefore\ -1\le b\le 1$

21. [출제의도] 해집합의 연산을 이해하고 추론하기

$A\cap B=\varnothing$와 $A\cup B=\{x\mid -1<x\le 4\}$이므로

$x^2-6x+a=(x-4)(x-2)$이고

$x^2-x+b=(x+1)(x-2)$이다.

따라서 $a=8,\ b=-2$이다.

22. [출제의도] 인수분해를 이용한 식의 값 계산하기

$x=3+2\sqrt{2},\ \ y=3-2\sqrt{2}$이고

$x+y=6,\ x-y=4\sqrt{2},\ x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

$x^2-y^2=6\cdot 4\sqrt{2}=24\sqrt{2}$

$\therefore p=24$

23. [출제의도] 실수에서 정의된 연산에 대한 항등원 이해하기

연산◎에 대한 항등원을 e라 할 때,

$a◎e=ae-a-e+k=a$

$a(e-2)+(k-e)=0$

$\therefore e=2,\ k=2$

24. [출제의도] 조건을 이해하고 집합의 원소의 개수 구하기

조건에 알맞은 X의 원소는

$(1,1),(1,2),(2,2),(1,3),(3,3),(1,4),$

$(2,4),(4,4),(1,5),(5,5)$

$\therefore$ 10개

25. [출제의도] 방정식 근의 의미를 이해하고 근과 계수와의 관계 적용하기

$f(\alpha)=f(\beta)=1$이므로 $\alpha,\ \beta$는 $x^2-7x+11=0$의 두 근이다.

$\therefore\ \alpha\beta=11$

$\therefore\ f(11)=11^2-7\cdot 11+12$

$=11(11-7)+12$

$=11\cdot 4+12$

$=56$

26. [출제의도] 집합의 원소의 개수 구하기

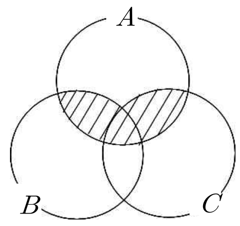
병원을 찾은 환자 전체의 집합을 U,

고열이 나는 환자들의 집합을 A,

기침을 하는 환자들의 집합을 B,

목통증이 있는 환자들의 집합을 C 라 하면

구하는 집합은 다음 그림에서와 같다.



$n(U)=n(A\cup B\cup C)=90,\ n(A)=45,\ n(B)=37,$

$n(C)=29,\ n(B\cap C)=6$

$n(B\cup C)=n(B)+n(C)-n(B\cap C)=60$

A에만 속하는 원소들의 개수는

$n(A\cup B\cup C)-n(B\cup C)=30$

$\therefore$ 구하는 부분의 원소의 개수는 $45-30=15$

27. [출제의도] 집합에서 연산의 의미를 이해하고 부분분수를 적용하기

$n^2+3n+2-(2n^2+2)=3n-n^2=n(3-n)$

$n>3$이면 $n^2+3n+2<2n^2+2$이므로

$A_n\triangle B_n$의 원소의 최솟값은

$f(n)=n^2+3n+2=(n+1)(n+2)$

이다.

$$\frac{1}{f(4)}+\frac{1}{f(5)}+\cdots+\frac{1}{f(9)}=\frac{1}{5\cdot 6}+\frac{1}{6\cdot 7}+\cdots+\frac{1}{10\cdot 11}$$

$$=\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{7}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{11}\right)$$

$$=\frac{1}{5}-\frac{1}{11}=\frac{6}{55}=K$$

$\therefore 110K=12$

28. [출제의도] 다항식의 나눗셈을 이해하고 나머지 구하기

$f(x)=(x^2-8x+12)P(x)+2x+1$

$=(x-2)(x-6)P(x)+2x+1\cdots\cdots$①

$(x^2+1)f(x+3)=(x^2-2x-3)Q(x)+R(x)$

$=(x-3)(x+1)Q(x)+ax+b\cdots\cdots$②

①에서 $f(2)=5,\ f(6)=13$

②에 $x=-1$을 대입하면 $2f(2)=-a+b=10$,

$x=3$을 대입하면 $10f(6)=3a+b=130$

$\therefore a=30,\ b=40$

$\therefore\ R(1)=a+b=70$

29. [출제의도] 도형의 닮음을 이용하여 도형의 넓이 구하기

① 정삼각형 6 개의 넓이 : $6\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4=6\sqrt{3}$

② 겹쳐져서 튀어나온 이등변삼각형$\triangle$CDE 6개의 넓이 :

$\overline{\mathrm{CM}}=\overline{\mathrm{OC}}-\overline{\mathrm{OM}}=2-\sqrt{3}$ $\angle\mathrm{DCM}=60^\circ$ 이므로

$\frac{\overline{\mathrm{DM}}}{\overline{\mathrm{CM}}}=\sqrt{3}$

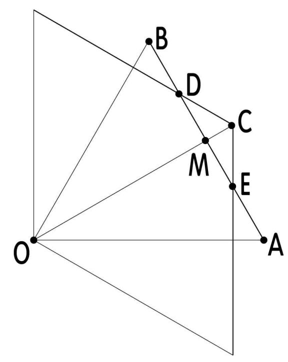
$\overline{\mathrm{DM}}=\sqrt{3}\cdot\overline{\mathrm{CM}}=\sqrt{3}(2-\sqrt{3})$

$\therefore\ \triangle\mathrm{CDE}=2\cdot\frac{1}{2}\overline{\mathrm{CM}}\cdot\overline{\mathrm{DM}}=-12+7\sqrt{3}$

$\therefore\ 6\triangle\mathrm{CDE}=6\times(7\sqrt{3}-12)=-72+42\sqrt{3}$

전체 넓이 ①+②의 값은 $-72+48\sqrt{3}$

$\therefore b-a=120$



30. [출제의도] 고차식의 인수분해 및 근과 계수와의 관계를 이해하기

	1	-1	0	a	b
1		1	0	0	a
	1	0	0	a	$a+b=0$
-2		-2	4	-8	
	1	-2	4	$a-8=0$	

$\therefore a=8,\ b=-8$

$x^2-2x+4=0$의 두 근이 α,β이므로

$\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=4$

$\alpha^4+\beta^4=\{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta\}^2-2(\alpha\beta)^2=-16$

$\therefore\ |\alpha^4+\beta^4|=16$

[다른풀이]

$x^2-2x+4=0$의 두 근이 α,β이므로

$\alpha^2-2\alpha+4=0$ 이고, $\beta^2-2\beta+4=0$ 이므로

$\alpha^2=2\alpha-4$ 이고, $\beta^2=2\beta-4$ 이다.

따라서,

$\alpha^3=2\alpha^2-4\alpha=-8$ 이고, $\beta^3=2\beta^2-4\beta=-8$ 이므로

$\alpha^4+\beta^4=-8(\alpha+\beta)=-8\times 2=-16$

$\therefore\ |\alpha^4+\beta^4|=16$