

제 2 교시

수리 영역

1. $\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $2-2\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$
④ $2+2\sqrt{2}$ ⑤ $4+2\sqrt{2}$

2. 다항식 $(x-1)(x+1)(x^2+1)+1$ 을 간단히 한 것은? [2점]

- ① x^4 ② x^4-1 ③ x^4+1
④ x^4+x^2-1 ⑤ x^4+x^2+1

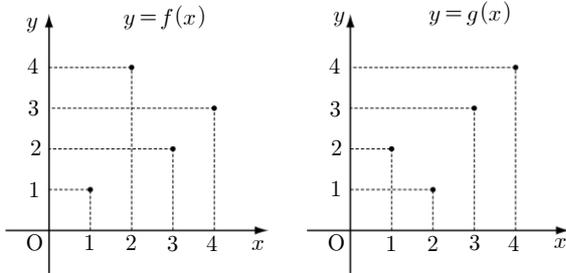
3. 실수 전체의 집합에서 $1+\sqrt{2}$ 의 덧셈에 대한 역원과 곱셈에 대한 역원의 합은? [3점]

- ① -2 ② $-\sqrt{2}$ ③ 0
④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

4. 두 조건 $p: |x-1| \leq 5$, $q: x \leq a+2$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건일 때, 상수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① -6 ② -4 ③ 4
④ 6 ⑤ 8

5. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 집합 A 에서 A 로의 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 각각 그림과 같을 때, $(g \circ f)(1) + (f \circ g)^{-1}(3)$ 의 값은? [3점]



- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

6. 유리함수 $y = \frac{3x+5}{x-1}$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. 점근선의 방정식은 $x=1$, $y=3$ 이다.
 ㄴ. 그래프는 제3사분면을 지난다.
 ㄷ. 그래프는 직선 $y=x+3$ 에 대하여 대칭이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 집합 $X = \{2, 3, 6\}$ 에 대하여 집합 X 에서 X 로의 일대일 대응, 항등함수, 상수함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ 라 하자. 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3) + h(2)$ 의 값은?

[3점]

(가) $f(2) = g(3) = h(6)$
 (나) $f(2)f(3) = f(6)$

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 9

8. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x-1} + k$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k 의 최댓값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
- ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

9. 두 다항식 A, B 의 최대공약수를 $G(A, B)$, 최소공배수를 $L(A, B)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보기 >

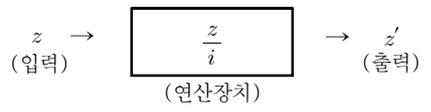
ㄱ. $G(A, AB) = A$
 ㄴ. $L(G(A, B), L(A, B)) = L(A, B)$
 ㄷ. $G(L(A, B), B) = L(G(A, B), B)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 집합 $A = \{x \mid (k-1)x^2 - 8x + k = 0, x \text{는 실수}\}$ 에 대하여 $n(A) = 1$ 이 되게 하는 모든 상수 k 의 합은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

11. 복소수 z 를 입력하면, $\frac{z}{i}$ 의 값이 계산된 복소수 z' 이 출력되는 연산장치가 있다.



이 연산장치에 처음 복소수 $z_0 = a + bi$ 를 입력하였더니 $\frac{z_0}{i}$ 의 값이 계산된 복소수 z_1 이 출력되었다. 다시 이 연산장치에 z_1 을 입력하였더니 $\frac{z_1}{i}$ 의 값이 계산된 복소수 z_2 가 출력되었다. 이와 같은 과정을 계속하여 z_3, z_4, z_5, \dots 이 출력되었다. $z_{2009} = 2 + i$ 일 때, $a - b$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고 a, b 는 실수이다.) [3점]

- ① -3 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 3

12. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 2x - 24 \leq 0 \\ -1 \leq [x-1] \leq 6 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9
 ④ 10 ⑤ 11

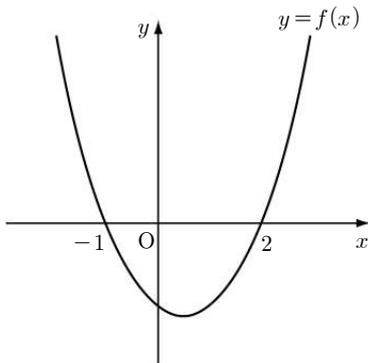
13. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 A, B^C 이 서로소일 때, <보기>에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보기 >

ㄱ. $A - B = \emptyset$	ㄴ. $(A \cap B)^C = A^C$
ㄷ. $(A^C \cup B) \cap A = A$	

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 그림은 두 점 $(-1, 0), (2, 0)$ 을 지나는 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 부등식 $f\left(\frac{x+k}{2}\right) \leq 0$ 의 해가 $-3 \leq x \leq 3$ 일 때, 상수 k 의 값은? [4점]



- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

15. 다음은 양의 실수 a, b, c 에 대하여 부등식

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \leq \frac{(a+b+c)^2}{6abc}$$

이 성립함을 증명한 것이다.

[증명]
 양의 실수 a, b, c 에 대하여 $(a+b)^2 - 4ab = \text{㉠} \geq 0$

이므로 $4ab \leq (a+b)^2$ 이고,
 같은 방법으로 $4bc \leq (b+c)^2, 4ca \leq (c+a)^2$ 이므로

$$4abc \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \right) = \frac{4ab}{a+b}c + \frac{4bc}{b+c}a + \frac{4ca}{c+a}b \leq \text{㉡} \dots\dots \text{㉢}$$

이다.
 한편, $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \geq 0$ 에서

$$ab + bc + ca \leq \frac{(a+b+c)^2}{3} \dots\dots\dots \text{㉣}$$

이다.
 따라서 ㉢, ㉣으로부터
 $4abc \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \right) \leq \frac{2}{3}(a+b+c)^2 \dots\dots\dots \text{㉤}$

이다.
 이때, ㉤의 양변을 $4abc$ 로 나누면
 $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \leq \frac{(a+b+c)^2}{6abc}$ 이다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$(a-b)^2$	$2(ab+bc+ca)$	4
②	$(a-b)^2$	$2(ab+bc+ca)$	3
③	$(a-b)^2$	$4(ab+bc+ca)$	4
④	$(a-2b)^2$	$2(ab+bc+ca)$	3
⑤	$(a-2b)^2$	$4(ab+bc+ca)$	4

16. 방정식 $(x-3)(x-1)(x+2)+1=x$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3$ 의 값은? [4점]

- ① 21 ② 23 ③ 25
- ④ 27 ⑤ 29

17. 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2 & (x \geq 0) \\ \sqrt{-x} & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여
 연립부등식 $\begin{cases} y \geq f(x) \\ x^2+(y-1)^2 \leq 1 \end{cases}$ 을 만족하는 점 (x, y) 가 나타내는
 영역의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}$ ② $\pi - 1$ ③ $\frac{\pi}{2} + \frac{3}{4}$
- ④ $\frac{\pi}{2} + 1$ ⑤ $\pi - \frac{1}{2}$

18. 다음은 반지름의 길이가 1인 원에 내접하는 정오각형의 한 변의 길이를 a 라 할 때, 이 원에 내접하는 정십각형의 한 변의 길이를 a 를 써서 나타낸 과정이다.

그림과 같이 정오각형의 한 꼭짓점 A와 정십각형의 한 꼭짓점 B를 이으면 원의 지름이 된다. 이때, 지름 AB와 정오각형의 한 변 CD가 만나는 점을 E라 하자.

이때, 정십각형의 한 변의 길이를 x 라 하면,
 $\overline{AC} = \boxed{\text{(가)}}$ 이다.
 한편, 삼각형 ABC에서 $\overline{AC} \times \overline{BC} = \overline{AB} \times \overline{CE}$ 이므로
 $\boxed{\text{(가)}} \cdot x = a \dots\dots\dots \text{㉠}$
 이고, ㉠의 식을 정리하면
 $x^4 - \boxed{\text{(나)}} \cdot x^2 + a^2 = 0 \dots\dots \text{㉡}$
 이다.
 따라서 ㉡의 방정식을 풀면, $x = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|----------------|-----|-------------------------|
| ① | $\sqrt{1-x^2}$ | 2 | $\sqrt{1+\sqrt{1-a^2}}$ |
| ② | $\sqrt{1-x^2}$ | 4 | $\sqrt{2-\sqrt{4-a^2}}$ |
| ③ | $\sqrt{4-x^2}$ | 2 | $\sqrt{1+\sqrt{1-a^2}}$ |
| ④ | $\sqrt{4-x^2}$ | 4 | $\sqrt{2+\sqrt{4-a^2}}$ |
| ⑤ | $\sqrt{4-x^2}$ | 4 | $\sqrt{2-\sqrt{4-a^2}}$ |

19. 좌표평면 위에 두 점 $A(0, 0)$, $B(0, 2)$ 가 있다. $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 = 4$ 를 만족하는 점 $P(x, y)$ 에 대하여 $y - x^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [4점]

- ① $-\frac{7}{4}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2

20. 수직선 위의 서로 다른 세 점 $A(a)$, $B(b)$, $C(c)$ 에 대하여 선분 AC 를 $m:n$ 으로 내분하는 점 $P(p)$ 가 선분 BC 를 $m:n$ 으로 외분하는 점이 될 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $m \neq n$, $m > 0$, $n > 0$) [4점]

< 보기 >

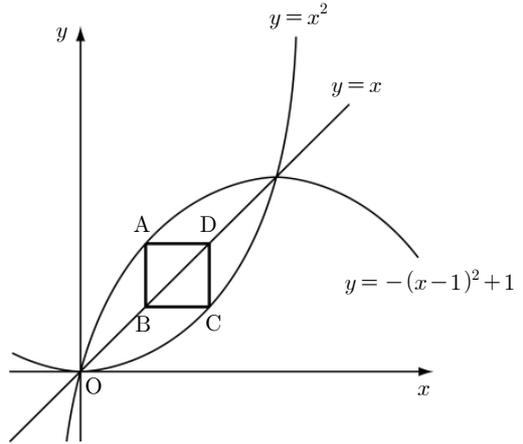
ㄱ. $a = 1, b = 5, m = 1, n = 2$ 이면 $c = 7$ 이다.

ㄴ. $m > n$ 이면 $a < p < b < c$ 이다.

ㄷ. $p = \frac{a+b}{2}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 두 함수 $y = -(x-1)^2 + 1$, $y = x^2$ 의 그래프 위에 각각 점 A 와 C 를, 직선 $y = x$ 위에 서로 다른 두 점 B 와 D 를 잡아 사각형 $ABCD$ 가 정사각형이 되도록 하였다. 이때, 정사각형 $ABCD$ 의 한 변의 길이는? (단, 점 A, B, C, D 의 x 좌표는 양수이다.) [4점]



- ① $\frac{\sqrt{5}}{2} - 1$ ② $\sqrt{5} - 2$ ③ $2 - \sqrt{3}$
- ④ $\sqrt{3} - 1$ ⑤ $3 - \sqrt{5}$

단답형

22. 다항식 $x^3 + 3x^2 - x + 2$ 를 $x - 2$ 로 나눈 나머지를 구하시오. [2점]

23. 이차함수 $y = x^2 + ax + 3$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + b$ 가 서로 다른 두 점에서 만나고 두 교점의 x 좌표가 -2 와 1 일 때, $2b - a$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

24. 직선 $y = mx + 3$ 이 직선 $nx - 2y - 2 = 0$ 과는 수직이고, 직선 $y = (3 - n)x - 1$ 과는 평행할 때, $m^2 + n^2$ 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 상수이다.) [3점]

25. 두 제품 P와 Q의 한 알에 함유되어 있는 비타민B₁, 비타민C의 양과 한 알의 가격은 표와 같다.

제품	비타민B ₁ (mg)	비타민C(mg)	한 알의 가격(원)
P	20	20	150
Q	10	20	100

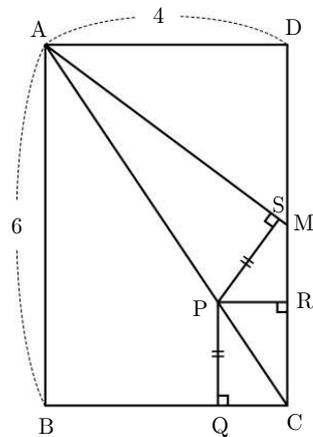
어느 수험생이 이 두 제품 P, Q만을 이용하여 하루에 비타민B₁을 60mg 이상, 비타민C를 80mg 이상 섭취하고자 할 때, 필요한 최소비용은 a (원)이다. 이때, a 의 값을 구하시오. [4점]

26. $x \neq -1, x \neq -3$ 인 모든 실수 x 에 대하여

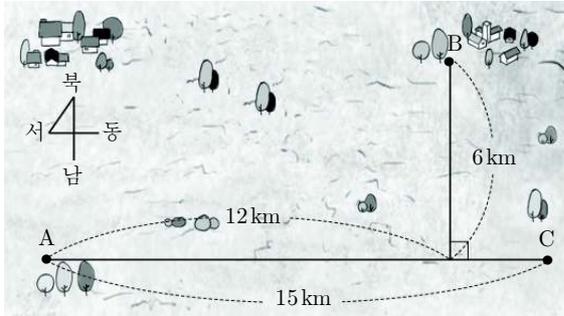
등식 $\frac{x}{1 + \frac{2}{x+1}} = x + a + \frac{b}{x+3}$ 가 성립할 때, $a + b$ 의 값을

구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

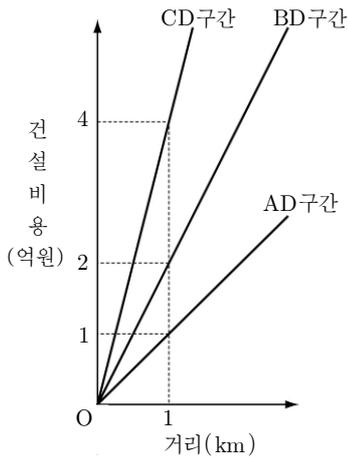
27. 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 6인 직사각형 ABCD가 있다. 선분 DC의 중점을 M이라 하고, 대각선 AC 위의 임의의 한 점 P에서 세 직선 BC, DC, AM에 내린 수선의 발을 각각 Q, R, S라 하자. 점 P가 $\overline{PQ} = \overline{PS}$ 를 만족시킬 때, 선분 PR의 길이는 $\frac{q}{p}$ 이다. 이때, $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 그림과 같이 A, B, C 세 지점이 있다. B는 A로부터 동쪽으로 12km 만큼, 북쪽으로 6km 만큼 떨어진 곳에 있으며, C는 A로부터 동쪽으로 15km 만큼 떨어진 곳에 있다.



어떤 건설회사가 A, B, C 각 지점에서 어느 D지점까지 도로를 건설하려고 한다. 각 구간별 건설예정인 도로의 건설비용은 아래 그림과 같이 거리에 정비례한다.



A, B, C 각 지점에서 D지점까지의 각각의 도로 건설비용이 모두 같은 D지점은 두 곳이다. 이 두 지점 사이의 거리를 x (km)라 할 때, x 의 값을 구하시오. (단, 네 지점 A, B, C, D는 동일 평면에 위치하며 모든 도로는 두 지점을 직선으로 연결한 평면상의 도로이다.) [4점]

29. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 원 $x^2 + (y+1)^2 = 1$ 에 동시에 접하는 직선이 $y = ax + b$ 일 때, $a^2 + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이고 $b < 0$ 이다.) [4점]

30. 3이하의 자연수 n 에 대하여 A_n 을 다음과 같이 정한다.

- (가) $A_1 = 9 + 99 + 999$
- (나) $A_n =$ (세 수 9, 99, 999에서 서로 다른 $n (n \geq 2)$ 개를 택하여 곱한 수의 총합)

이때, $A_1 + A_2 + A_3$ 의 값을 1000으로 나눈 나머지를 구하시오.

[4점]

※ 확인사항
문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.