2010학년도 6월 고1 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 수리 영역 •

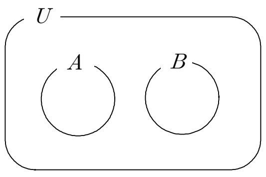
정 답

1	①	2	②	3	⑤	4	②	5	⑤
6	⑤	7	④	8	①	9	②	10	②
11	③	12	①	13	⑤	14	④	15	③
16	④	17	④	18	③	19	②	20	③
21	③	22	343	23	49	24	16	25	25
26	228	27	116	28	26	29	300	30	103

해 설

1. [출제의도] 집합 사이의 포함 관계 이해하기

$A \cap B = \phi$이므로 벤 다이어그램으로 나타내면



$\therefore\ A \subset B^C$

2. [출제의도] 복소수 상등을 이용하여 계산하기

$(5x-2y)+3(x+y)i=-7+6i$

복소수 상등에 의하여 허수부분을 비교하면

$x+y=2$

3. [출제의도] 절댓값의 성질 이해하기

(준식)$=\sqrt{(a-1)^2}+\sqrt{a^2}$

$=|a-1|+|a|$

$=-(a-1)+a\ \ (\because\ 0<a<1)$

$=1$

4. [출제의도] 이중근호의 변형을 이용하여 계산하기

$a=\sqrt{3+2\sqrt{2}}=1+\sqrt{2}$

$a-[a]=\sqrt{2}-1$

$\dfrac{1}{a-[a]}=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}=1+\sqrt{2}$ 이므로 $m=1,\ n=1$

$\therefore\ m+n=2$

5. [출제의도] 복소수의 거듭제곱 계산하기

$z^2=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^2=\dfrac{2}{2i}=\dfrac{1}{i}=-i$ 에서 $z^4=-1$

$\therefore\ z^{2010}=(z^4)^{502}\times z^2=z^2=-i$

6. [출제의도] 음수의 제곱근 성질 이해하기

조건 (가)로부터 $a<0,\ b<0$

조건 (나)로부터 $b<0,\ c>0$

따라서, 포물선은 위로 볼록한 모양이고,

대칭축 $x=-\dfrac{b}{2a}<0$, y절편 $c>0$이므로

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 될 수 있는 것은 ⑤이다.

7. [출제의도] 최대공약수 구하는 과정 추론하기

두 자연수 $a,\ b\ (a>b)$를 $a=a'G,\ b=b'G\ (a',\ b'$은 서로소인 자연수, G는 $a,\ b$의 최대공약수$)$라 하면 $a-b=(a'-b')G$이고 b'과 $a'-b'$이 서로소이므로 b와 $a-b$의 최대공약수는 G이다.

360, 204를 입력하고 반복 작동시켜 두 수가 모두 12$(\because G(360,\ 204)=12)$가 되면, 다음 작동에서는 0과 12가 출력된다.

따라서, 구하는 수는 12이다.

8. [출제의도] 항등원과 역원 이해하기

연산 ◉에 대한 항등원을 e라 하면

a◉$e=e$◉$a=a$에서

$ae-a-e+2=a,\ (e-2)a-(e-2)=0$ 이

a에 대한 항등식이므로 $e=2$

연산 ◉에 대한 a의 역원을 x라 하면

a◉$x=x$◉$a=2$에서 $ax-a-x+2=2,\ (a-1)x=a$

따라서, $a=1$일 때 역원을 갖지 않는다.

9. [출제의도] 식을 활용하여 수학 외적 문제 해결하기

ㄱ. (반례) $a=4,\ b=3,\ c=1$ (거짓)

ㄴ. $(5a^2-b^2)+(5b^2-c^2)+5c^2=5a^2+4b^2+4c^2$ (참)

ㄷ. (케이크 A의 부피)$-$(케이크 B의 부피)

$=a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$=\dfrac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}>0$(거짓)

10. [출제의도] 유리식 계산하기

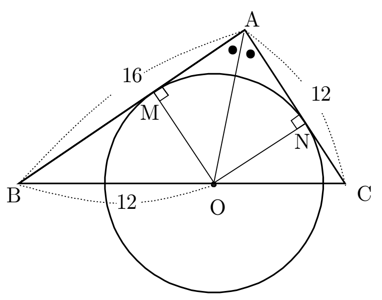
$\dfrac{x+y}{3}=\dfrac{y+z}{4}=\dfrac{z+x}{5}=k$($k$는 상수)일 때,

$x+y=3k,\ y+z=4k,\ z+x=5k$

연립방정식을 풀면 $x=2k,\ y=k,\ z=3k\ (k\neq 0)$

(준식)$=\dfrac{2k^2-3k^2-6k^2}{4k^2+k^2+9k^2}=-\dfrac{1}{2}$

11. [출제의도] 삼각형의 성질을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기



$\triangle$OAM$\equiv\triangle$OAN이므로 $\angle$OAM$=\angle$OAN

따라서, $\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BO}}:\overline{\mathrm{OC}},\ 16:12=12:\overline{\mathrm{OC}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{OC}}=9$

12. [출제의도] 인수정리 이해하기

$P(a)=0,\ P(b)=0$이므로 인수정리에 의해

$P(x)=x^2-4x-6=(x-a)(x-b)=x^2-(a+b)x+ab$

일차항의 계수를 비교하면 $a+b=4$

$\therefore\ P(4)=-6$

13. [출제의도] 실수의 대소 관계 이해하기

ㄱ. $a+c>b+c>0$이므로 $\dfrac{1}{a+c}<\dfrac{1}{b+c}$ (참)

ㄴ. $a-1>0,\ b-1>0$이므로

$ab+1-(a+b)=(a-1)(b-1)>0$

$\therefore\ ab+1>a+b$ (참)

ㄷ. $\dfrac{a}{b}-\dfrac{a-1}{b-1}=\dfrac{a(b-1)-b(a-1)}{b(b-1)}=\dfrac{b-a}{b(b-1)}<0$

$\therefore\ \dfrac{a}{b}<\dfrac{a-1}{b-1}$ (참)

14. [출제의도] 켤레복소수의 성질 이해하기

$\overline{z_1}-\overline{z_2}=\overline{z_1-z_2}=1+2i$ 이므로

$z_1-z_2=1-2i$

또, $\overline{z_1}\,\overline{z_2}=\overline{z_1 z_2}=4-3i$ 이므로

$z_1 z_2=4+3i$

$\therefore\ (z_1-1)(z_2+1)=z_1z_2+z_1-z_2-1$

$=(4+3i)+(1-2i)-1=4+i$

15. [출제의도] 원의 성질을 이용하여 피타고라스 정리 증명 과정 추론하기

($\triangle$ABC의 넓이)

$=$($\triangle$ABI의 넓이)$+$($\triangle$BCI의 넓이)$+$($\triangle$CAI의 넓이)

이므로 $\dfrac{1}{2}bc=\dfrac{1}{2}(a+b+c)r,\ r=\boxed{\dfrac{bc}{a+b+c}}$

$\overline{\mathrm{CF}}=\overline{\mathrm{CE}},\ \overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BE}}$이므로 $\triangle$ABC 둘레 길이의 합

$a+b+c=a+2r+\boxed{\overline{\mathrm{CE}}+\overline{\mathrm{BE}}}=2a+2r,\ r=\boxed{\dfrac{b+c-a}{2}}$

$\dfrac{bc}{a+b+c}=\dfrac{b+c-a}{2}$이므로 $a^2=b^2+c^2$ 이다.

따라서, 피타고라스 정리가 성립한다.

16. [출제의도] 무게중심의 성질을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

삼각형 ABC의 무게중심은 G이고, 넓이가 540이므로 ($\triangle$ABG의 넓이)$=\dfrac{1}{3}\times$($\triangle$ABC의 넓이)$=180$

$\dfrac{1}{2}\times 20\times\overline{\mathrm{AG}}=180$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AG}}=18$

17. [출제의도] 조건의 진리집합 이해하기

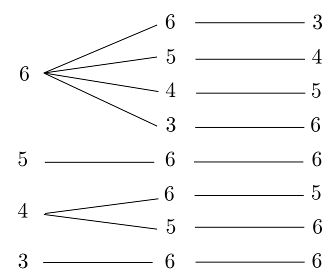
전체집합 U에서

$P=\{1,\ 2,\ 4\}$, $Q=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$

$P\subset X\subset Q$이므로 집합 X는 집합 Q의 부분집합 중 1, 2, 4를 원소로 가지는 집합이다. 따라서, 집합 X의 개수는 $2^{8-3}=32$(개)이다.

18. [출제의도] 경우의 수를 이용하여 수학 외적 문제 해결하기

게임 규칙에 의해 세 번 만에 15번 칸에 도착해야 게임이 끝나므로 첫 번째 주사위 눈의 수는 6, 5, 4, 3이 나와야 한다. 특히 첫 번째 주사위 눈의 수가 5가 나오면 뒤로 두 칸 이동해야 하기 때문에 두 번째와 세 번째 주사위 눈의 합이 12가 나와야 한다. 나올 수 있는 경우의 수는 아래와 같이 8가지이다.



19. [출제의도] 문제의 조건에 맞는 부분집합의 개수 구하기

집합 $\{1,4,9\}$의 부분집합으로서 두 개의 원소를 가지는 집합은 조건을 만족하므로 이들 집합의 개수는 3개이고, 집합 $\{2,8\}$도 조건을 만족하므로 구하는 집합 A의 개수는 $3+1=4$(개)이다.

20. [출제의도] 공약수를 구하여 원소의 개수 추론하기

ㄱ. $A_1(3)=\{x\mid N(3,\ x)=1\}$이고 3과 4는 서로소이므로 공약수의 개수가 1개이다. (참)

ㄴ. $A_3(4)=\{x\mid N(4,\ x)=3\}$이고 4의 약수의 개수가 3개이므로 $A_3(4)$는 4의 배수의 집합이다.

$\therefore\ n(A_3(4))=25$ (거짓)

ㄷ. $A_2(a)=\{x\mid N(a,\ x)=2\}$이므로 a가 소수이면 약수의 개수가 2개이므로 $A_2(a)$는 a의 배수의 집합이다.

$\therefore\ n(A_2(a))=\left[\dfrac{100}{a}\right]$ (참)

21. [출제의도] 중점연결 정리를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

중점연결 정리에 의해 $\overline{\mathrm{EF}}=20$이고,

($\triangle$EGM의 넓이)$=$($\triangle$AEM의 넓이),

($\triangle$MHF의 넓이)$=$($\triangle$DMF의 넓이)이다.

따라서, 구하는 부분의 넓이는 사다리꼴 AEFD의 넓이와 같다.

사다리꼴 ABCD의 높이를 h라 하면

$\dfrac{1}{2}\times(10+30)\times h=400$

$\therefore\ h=20$

(사다리꼴 AEFD의 높이)$=\dfrac{h}{2}=10$이므로

(사다리꼴 AEFD의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times(10+20)\times10=150$

22. [출제의도] 인수분해를 이용하여 식의 값 계산하기

$x^3+3x+\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{x^3}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^3=343$

23. [출제의도] 나머지정리 이해하기

$f(x)=(x^2-1)Q(x)+ax+b$라 하면

$f(-1)=-a+b=5$

$f(1)=a+b=13$

$a=4, b=9$이므로 $R(x)=4x+9$

$\therefore\ R(10)=49$

24. [출제의도] 항등식의 성질 이해하기

$$\begin{aligned}2x^3-3x^2+1&=a+b(x-1)+c(x-1)(x-2)\\&\quad+d(x-1)(x-2)(x-3)\end{aligned}$$

이 x에 대한 항등식이므로

최고차항의 계수를 비교하면 $d=2$

등식의 양변에 $x=1$을 대입하면 $a=0$

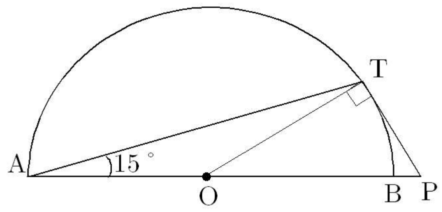
등식의 양변에 $x=2$를 대입하면 $a+b=5$, $b=5$

등식의 양변에 $x=3$을 대입하면

$a+2b+2c=28$, $c=9$

$\therefore\ a+b+c+d=16$

25. [출제의도] 원의 성질을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기



반원의 중심을 O라 하면 호 BT의 원주각의 크기가 15°이므로 $\angle\mathrm{TOP}=30^\circ$이다.

$\overline{\mathrm{OT}}\perp\overline{\mathrm{PT}}$, $\overline{\mathrm{OT}}=5\sqrt{3}$이므로 삼각비에 의해 $\overline{\mathrm{PT}}=5$

원에서의 비례관계에 의해 $\overline{\mathrm{PA}}\times\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PT}}^2=25$

26. [출제의도] 인수분해를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

$A=15$라 하면

$$\begin{aligned}3587&=15^3+15^2-15+2\\&=A^3+A^2-A+2=(A+2)(A^2-A+1)\\&=(15+2)(15^2-15+1)=17\times211\end{aligned}$$

$\therefore\ a+b=228$

27. [출제의도] 곱셈공식을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

세 정사각형의 한 변의 길이를 각각 a, b, c라 하면

$\dfrac{1}{2}ab\sin30°+\dfrac{1}{2}bc\sin30°+\dfrac{1}{2}ca\sin30°=26$ ⋯ ㉠

$4a+4b+4c=72$ ⋯ ㉡

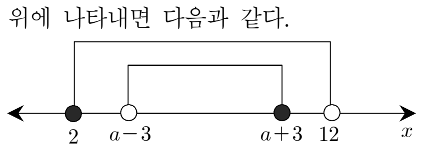
㉠에서 $ab+bc+ca=104$

㉡에서 $a+b+c=18$

$$\begin{aligned}a^2+b^2+c^2&=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)\\&=18^2-2\times104=116\end{aligned}$$

28. [출제의도] 충분조건 이해하기

$\{x\,|\,a-3<x\le a+3\}\subset\{x\,|\,2\le x<12\}$이 성립하도록 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



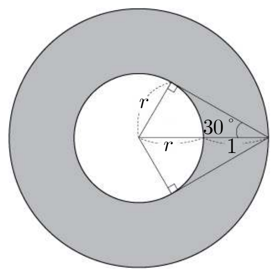
$\begin{cases}a-3\ge2\\a+3<12\end{cases}$

$\therefore\ 5\le a<9$

따라서, 만족하는 정수는 5, 6, 7, 8이므로 합은 26이다.

29. [출제의도] 삼각비를 활용하여 수학 외적 문제 해결하기

전시대의 반지름의 길이를 r라 하면 바닥에 나타난 도형은 그림과 같다.



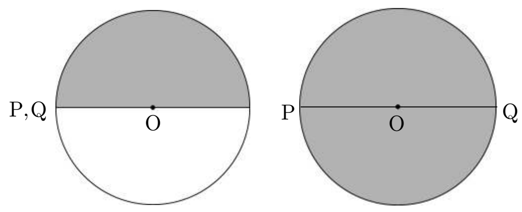
$\sin30^\circ=\dfrac{r}{r+1}=\dfrac{1}{2}$이므로 $r=1$

큰 원의 반지름의 길이가 2, 작은 원의 반지름의 길이가 1이므로 접근 금지 구역의 넓이는 $4\pi-\pi=3\pi(\mathrm{m}^2)$

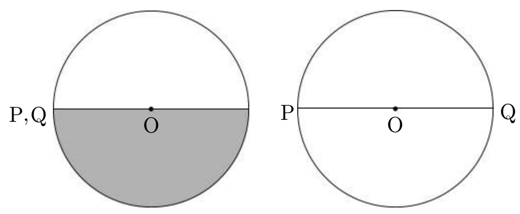
$\therefore\ 100a=300$

30. [출제의도] 규칙성 찾기를 통한 수학 외적 문제 해결하기

선분 OP, OQ가 출발한 지 30초, 60초, 90초, 120초 후의 원의 내부는 각각 다음과 같다.

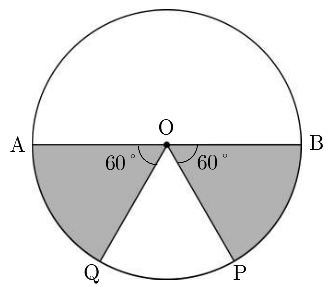


<30초 후> <60초 후>



<90초 후> <120초 후>

120초 후에는 다시 모두 흰색으로 바뀌므로 처음과 같다. 그러므로 800초 후 원의 내부는 80초 후와 같다.



<80초 후>

따라서, 검은색 부분의 넓이는

$100\pi\times\dfrac{120°}{360°}=\dfrac{100}{3}\pi$ 이므로 $p=3$, $q=100$

$\therefore\ p+q=103$