

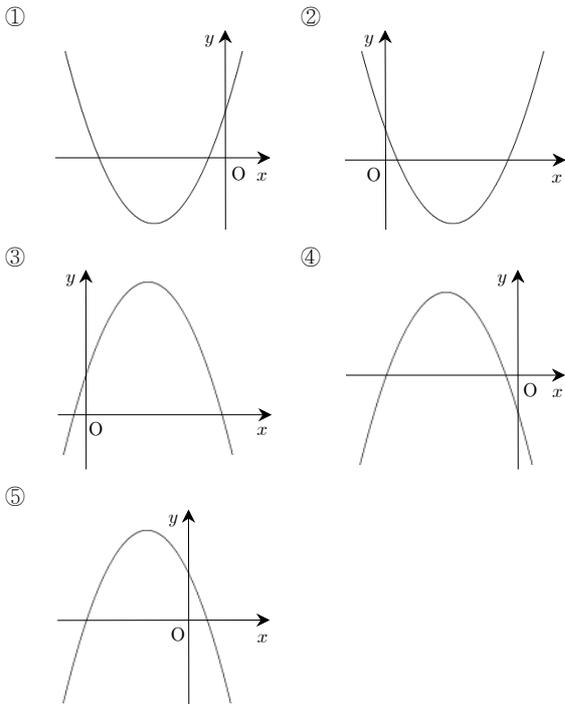
5. 복소수 $z = \frac{\sqrt{2}}{1+i}$ 일 때, z^{2010} 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

- ① $2i$ ② $-2i$ ③ 1 ④ i ⑤ $-i$

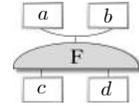
6. 0이 아닌 세 실수 a, b, c 가 다음 조건을 만족한다.

(가) $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$
 (나) $\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{c}{b}}$

이때, 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 될 수 있는 것은? [3점]

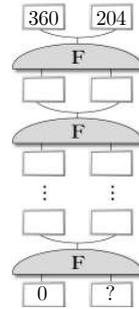


7. <그림1>의 연산장치 F에 두 자연수 a, b 를 입력하면 출력되는 두 수 c, d 는 $c = |a-b|$, $d = \begin{cases} a & (a \leq b) \\ b & (a > b) \end{cases}$ 이다.



<그림1>

이 장치에 360과 204를 입력하고, <그림2>와 같이 반복 작동시켜 출력되는 두 수 중 어느 한 수가 처음으로 0이 될 때, 다른 한 수는? [3점]



<그림2>

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 12 ⑤ 24

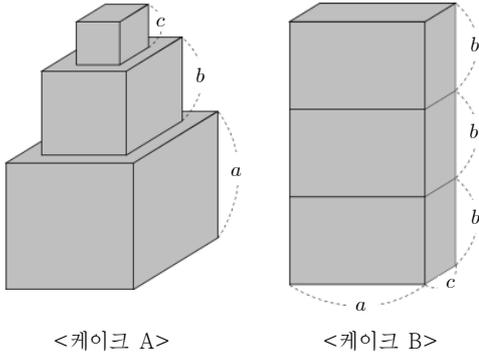
8. 실수 전체의 집합에서 연산 \odot 를 $a \odot b = ab - a - b + 2$ 로 정의할 때, 연산 \odot 에 대한 역원을 갖지 않는 원소는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

수리 영역

3

9. 두 가지 모양의 케이크를 만들려고 한다. 그림과 같이 <케이크 A>는 모서리의 길이가 각각 a, b, c 인 정육면체 세 개를 쌓아서 만들고, <케이크 B>는 세 모서리의 길이가 a, b, c 인 직육면체 세 개를 쌓아서 만든다. <보기>에서 옳은 설명만을 있는 대로 고른 것은? (단, $a > b > c$) [4점]



<보 기>

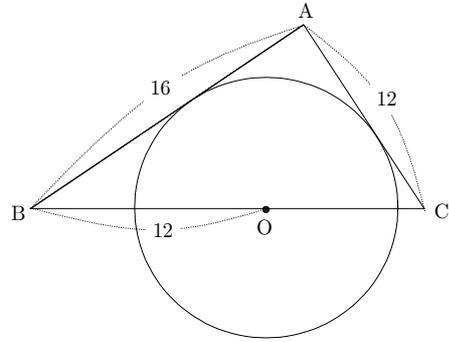
ㄱ. <케이크 A>가 <케이크 B>보다 높다.
 ㄴ. <케이크 A>에서 밑면을 제외한 겉넓이는 $5a^2 + 4b^2 + 4c^2$ 이다.
 ㄷ. <케이크 A>와 <케이크 B>의 부피를 같게 만들 수 있다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. $\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{5}$ 일 때, $\frac{xy - yz - zx}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값은?
 (단, $xyz \neq 0$) [3점]

① $-\frac{9}{14}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{14}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{9}{14}$

11. 그림과 같이 삼각형 ABC의 변 BC는 원 O의 중심을 지나고, 두 변 AB, AC는 원에 접한다. $\overline{AB} = 16$, $\overline{AC} = 12$, $\overline{BO} = 12$ 일 때, 선분 OC의 길이는? [3점]



- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

12. 다항식 $P(x) = x^2 - 4x - 6$ 에 대하여 서로 다른 두 실수 a, b 가 $P(a) = 0$, $P(b) = 0$ 을 만족시킬 때, $P(a+b)$ 의 값은? [3점]

① -6 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 6

13. $a > b > 1, c > 0$ 인 세 실수 a, b, c 에 대하여 <보기>에서 옳은 식만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

ㄱ. $\frac{1}{a+c} < \frac{1}{b+c}$

ㄴ. $ab+1 > a+b$

ㄷ. $\frac{a}{b} < \frac{a-1}{b-1}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

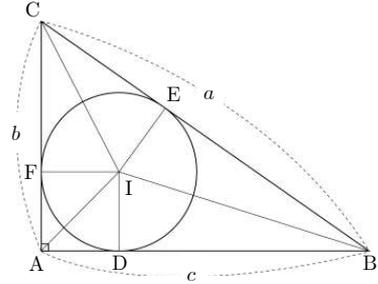
14. 두 복소수 z_1, z_2 가 $\overline{z_1} - \overline{z_2} = 1+2i, \overline{z_1} z_2 = 4-3i$ 를 만족시킬 때, $(z_1-1)(z_2+1)$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}, \bar{z}$ 는 z 의 켤레 복소수이다.) [3점]

- ① 4 ② $4+5i$ ③ $4-5i$
 ④ $4+i$ ⑤ $4-i$

15. 다음은 피타고라스 정리를 증명한 것이다.

<증명>

그림과 같이 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=c, \overline{BC}=a, \overline{CA}=b$, 내접원의 중심을 I, 반지름의 길이를 r 라 하고, 내접원과 세 변의 접점을 D, E, F 라 하자.



($\triangle ABC$ 의 넓이)
 = ($\triangle ABI$ 의 넓이) + ($\triangle BCI$ 의 넓이) + ($\triangle CAI$ 의 넓이)
 이므로 $r = \text{[가]}$ 이다.

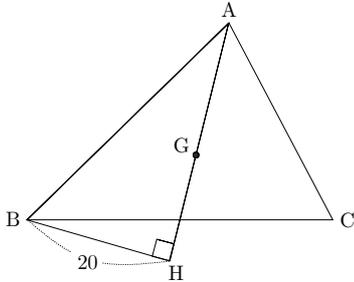
한편, $\triangle ABC$ 둘레 길이의 합
 $a+b+c = a+2r + \text{[나]}$ 이므로 $r = \text{[다]}$ 이다.

$\text{[가]} = \text{[다]}$ 이므로 $a^2 = b^2 + c^2$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|--------------------|---------------------------------|-------------------|
| ① | $\frac{a+b+c}{bc}$ | $\overline{CE} + \overline{BE}$ | $\frac{2}{b+c-a}$ |
| ② | $\frac{bc}{a+b+c}$ | $\overline{AC} + \overline{AB}$ | $\frac{b+c-a}{2}$ |
| ③ | $\frac{bc}{a+b+c}$ | $\overline{CE} + \overline{BE}$ | $\frac{b+c-a}{2}$ |
| ④ | $\frac{a+b+c}{bc}$ | $\overline{AC} + \overline{AB}$ | $\frac{2}{b+c-a}$ |
| ⑤ | $\frac{bc}{a+b+c}$ | $\overline{CE} + \overline{BE}$ | $\frac{2}{b+c-a}$ |

16. 그림과 같이 삼각형 ABC의 무게중심을 G, 점 B에서 선분 AG의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{BH}=20$, 삼각형 ABC의 넓이가 540 일 때, 선분 AG의 길이는? [3점]



- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

17. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에서의 두 조건 $p: x \text{는 } 4 \text{의 약수이다}$, $q: 2x - 17 \leq 0$ 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, $P \subset X \subset Q$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수는? [3점]

- ① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

18. 출발점에 말을 놓고 주사위를 던져 나온 눈의 수만큼 말을 이동시켜 20번 칸에 도착하면 끝나게 되는 게임이 있다. 그림과 같이 게임판에는 1번부터 20번까지의 숫자가 차례대로 적혀 있고, 5번(★)이나 15번(●) 칸에 말이 도착하면 게임판의 <게임 규칙>에 따르기로 한다. 혼자서 게임할 때, 주사위를 세 번 던져 게임이 끝나는 경우의 수는? [4점]



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

19. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$ 의 부분집합 중 두 개의 원소를 가지는 집합을 $A = \{a, b\}$ 로 나타낼 때, 두 원소의 곱 ab 가 어떤 자연수의 제곱이 되는 집합 A 의 개수는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

20. 두 자연수 a, b 의 공약수 개수를 $N(a, b)$ 라 하자.

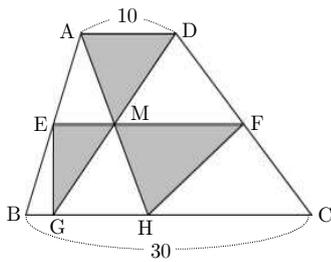
전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 $A_k(a)$ 를 $A_k(a) = \{x \mid N(a, x) = k\}$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 내용만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $4 \in A_1(3)$
 ㄴ. 집합 $A_3(4)$ 의 원소의 개수는 23개이다.
 ㄷ. a 가 소수이면 집합 $A_2(a)$ 의 원소의 개수는 $\left\lfloor \frac{100}{a} \right\rfloor$ 개이다.
 (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이고 넓이가 400인 사다리꼴 ABCD에서 변 AB, CD의 중점을 각각 E, F라 하고, 선분 EF 위의 한 점 M에 대하여 두 선분 DM, AM의 연장선과 변 BC와의 교점을 각각 G, H라 하자. $\overline{AD} = 10, \overline{BC} = 30$ 일 때, 세 삼각형 AMD, EGM, MHF 넓이의 합은? [4점]



- ① 140 ② 145 ③ 150 ④ 155 ⑤ 160

단답형(22~30)

22. $x + \frac{1}{x} = 7$ 일 때, $x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x + \frac{3}{x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지는 5이고, $x-1$ 로 나눈 나머지는 13이다. $f(x)$ 를 x^2-1 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(10)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 자연수 n 에 대하여 n 차 다항식

$$P_n(x) = (x-1)(x-2)(x-3) \cdots (x-n)$$

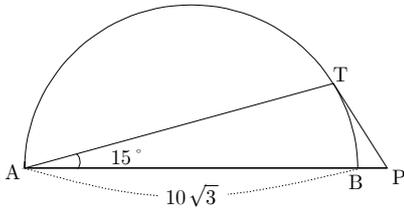
이라 할 때,

$2x^3 - 3x^2 + 1 = a + bP_1(x) + cP_2(x) + dP_3(x)$ 는 x 에 대한 항등식이다. 상수 a, b, c, d 의 합 $a+b+c+d$ 의 값을 구하시오. [3점]

수리 영역

7

25. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하고 $\overline{AB} = 10\sqrt{3}$ 인 반원이 있다. 반원 위의 점 T에서 그은 접선과 선분 AB의 연장선이 만나는 점을 P라 하자. $\angle PAT = 15^\circ$ 일 때, $\overline{PA} \times \overline{PB}$ 의 값을 구하시오. [4점]

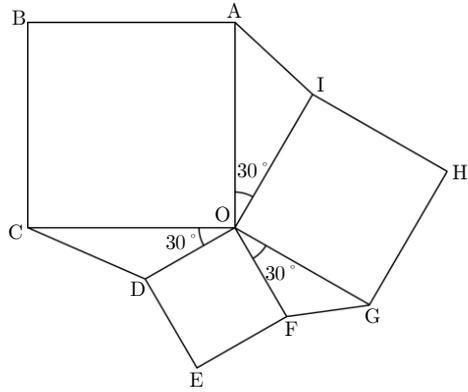


26. 1이 아닌 두 자연수 a, b 에 대하여

$$3587 = 15^3 + 15^2 - 15 + 2 = a \times b$$

로 나타낼 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 세 정사각형 OABC, ODEF, Oghi와 세 삼각형 OCD, OFG, OIA는 한 점 O에서 만나고, $\angle COD = \angle FOG = \angle IOA = 30^\circ$ 이다.



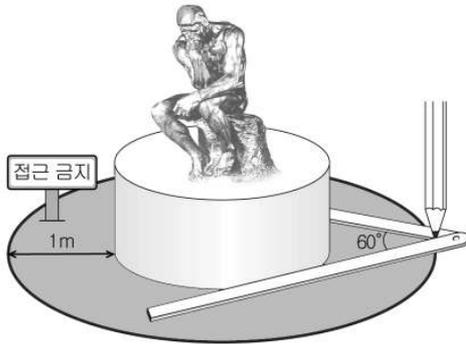
세 삼각형 넓이의 합이 26이고, 세 정사각형 둘레 길이의 합이 72일 때, 세 정사각형 넓이의 합을 구하시오. [4점]

28. 실수 x 에 대한 두 조건

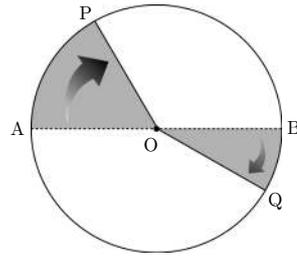
$$p : -3 < x - a \leq 3, \quad q : -1 \leq 2x - 5 < 19$$

에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건이 되는 모든 정수 a 의 합을 구하시오. [4점]

29. 원기둥 전시대 위에 조각품이 있다. 그림과 같이 직선의 자 두 개로 V자형 도구를 만들고, 전시대의 바닥 경계선으로부터 1m 거리에 원형의 선을 그어 색칠한 부분을 접근 금지 구역으로 설정하려고 한다. 전시대와 두 자의 교점에 세운 연필 사이의 거리가 1m가 되도록 이 도구를 전시대와 접하게 바닥에 놓았더니 사잇각의 크기가 60° 가 되었다. 이 상태로 도구를 한 바퀴 돌려 설정된 접근 금지 구역의 넓이를 구하였더니 $a\pi \text{ m}^2$ 였다. $100a$ 의 값을 구하시오. (단, 자의 폭과 두께는 고려하지 않는다.) [4점]



30. 두 점 A, B를 지름의 양 끝으로 하고 반지름의 길이가 10인 원 O위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 두 선분 OP, OQ는 각각 선분 OA, OB에서 동시에 출발하여 점 O를 중심으로 시계 방향으로 회전한다. 각각 일정한 속도로 한 바퀴 도는 데 선분 OP는 30초, OQ는 60초 걸린다. 원의 내부가 처음에는 흰색이나, 두 선분 OP, OQ가 회전하면서 지나간 부분은 흰색은 검은색으로, 검은색은 흰색으로 바뀐다.



두 선분 OP, OQ가 출발한 지 800초 후의 검은색 부분의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$ (p 와 q 는 서로소인 자연수)일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

[4점]

※ 확인 사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.