

제 2 교시

수리 영역

성명

수험 번호 1

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면, 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $A \cap B^C = \phi$ 일 때, 항상 옳은 것은? (단, U 는 전체집합) [2 점]

- ① $A \subset B$ ② $B \subset A^C$ ③ $A \cap B = B$
 ④ $A \cup B = U$ ⑤ $B - A = \phi$

2. $\alpha = 2 - 7i$, $\beta = -1 + 4i$ 일 때, $\alpha\bar{\alpha} + \bar{\alpha}\beta + \alpha\bar{\beta} + \beta\bar{\beta}$ 의 값은?
 (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고 $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ 는 각각 α , β 의 켈레복소수이다.) [2 점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

3. 두 점 $A(1, 2)$, $B(6, 3)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 할 때, a 의 값은? [2 점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. 계수가 유리수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $\sqrt{7 - 2\sqrt{12}}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? [3 점]

- ① 10 ② 13 ③ 17 ④ 20 ⑤ 25

5. 부피가 $(x^3 + x^2 - 5x + 3)\pi$ 인 직원기둥이 있다. 이 직원기둥의 높이와 밑면의 반지름의 길이가 각각 최고차항의 계수가 1인 x 에 대한 일차식으로 나타내어 질 때, 이 직원기둥의 겉넓이는? (단, $x > 1$) [3 점]

- ① $4(x^2 - x)\pi$ ② $4(x^2 - 1)\pi$ ③ $4x^2\pi$
- ④ $4(x^2 + 1)\pi$ ⑤ $4(x^2 + x)\pi$

6. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 X 에 대하여 $S(X)$ 를 집합 X 의 모든 원소의 합이라 하자. 집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대한 설명 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3 점]

< 보 기 >

ㄱ. $1 \leq S(A) \leq 15$

ㄴ. $A \cup B = B$ 이면 $S(A) < S(B)$ 이다.

ㄷ. $S(A \cap B) = \frac{S(U)}{5}$ 이고 $S(A \cup B) = S(U)$ 이면 $S(A) + S(B) = 18$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. $a^2 + b^2 = 31, c^2 + d^2 = 27$ 일 때, $ab + cd$ 의 최댓값은? (단, a, b, c, d 는 실수) [3 점]

- ① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

8. 계수가 실수인 x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx - 8 = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{3}i$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [3 점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

17. 두 다항식 A, B 에 대하여

$$\langle A, B \rangle = \frac{A-B}{AB} \quad (AB \neq 0) \text{ 로 정의할 때,}$$

$\langle x+2, x \rangle + \langle x+4, x+2 \rangle + \langle x+6, x+4 \rangle = \langle x+\alpha, x \rangle$ 를 성립하도록 하는 상수 α 의 값은? [3점]

- ① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

18. 계수가 실수인 x 에 대한 두 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$, $ax^2+2bx+c=0$ 의 근에 대한 설명이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 두 이차방정식에서 각각의 두 근의 곱은 서로 같다.
 ㄴ. $ac > 0$ 이면 두 이차방정식은 실수인 공통근을 갖지 않는다.
 ㄷ. $ax^2+2bx+c=0$ 이 허근을 가지면 $ax^2+bx+c=0$ 도 허근을 가진다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 다음은 $x = \frac{b-c}{1+bc}$, $y = \frac{c-a}{1+ca}$, $z = \frac{a-b}{1+ab}$ 일 때, $x+y+z = \square$ (가) 임을 증명하는 과정이다.

<증명>
 $x = \frac{b-c}{1+bc}$ 에서 $(1+bc)x = b-c$ 이고,
 정리하면 $(bx+1)c = b-x$ ①
 같은 방법으로
 $y = \frac{c-a}{1+ca}$ 에서 $(ay-1)c = -a-y$ ②
 ①과 ②에서
 $(a+y)(bx+1)c = \square$ (나) $(ay-1)c$ ③

(i) ③에서 $c \neq 0$ 이면
 $(a+y)(bx+1) = \square$ (나) $(ay-1)$ 이고 정리하면
 $(ab+1)(x+y) = \square$ (다) $(xy-1)$
 $ab+1 \neq 0$ 이므로 $x+y = \frac{\square$ (다)}{ab+1} $(xy-1)$
 $x+y+z = \square$ (가)

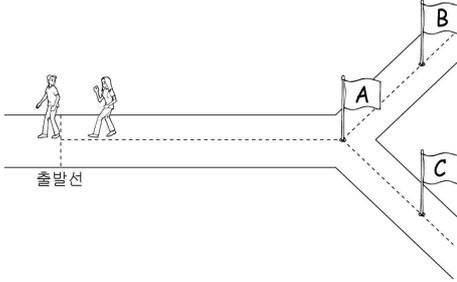
(ii) ③에서 $c=0$ 이면
 $x=b, y=-a, z = \frac{a-b}{1+ab}$ 이므로
 $x+y+z = \square$ (가)

따라서 $x = \frac{b-c}{1+bc}$, $y = \frac{c-a}{1+ca}$, $z = \frac{a-b}{1+ab}$ 일 때,
 $x+y+z = \square$ (가) 이다.

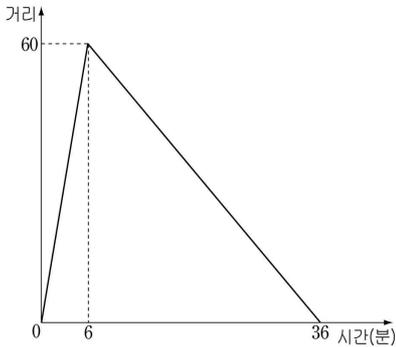
위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|------------|-------|-------|
| ① | xyz | $x-b$ | $a-b$ |
| ② | xyz | $b-x$ | $a-b$ |
| ③ | xyz | $x-b$ | $a+b$ |
| ④ | $xy+yz+zx$ | $x-b$ | $a-b$ |
| ⑤ | $xy+yz+zx$ | $b-x$ | $a+b$ |

20. 갑과 을이 그림과 같이 뒤로건기 시험을 하고 있다.



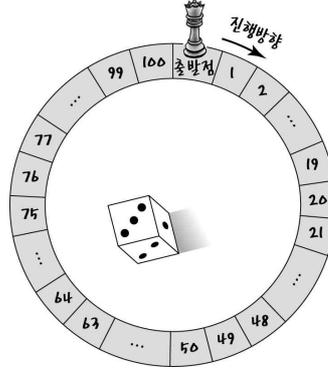
출발선에서 먼저 출발한 갑은 일정한 속력으로 A 지점을 향해 건고, 을은 6분 후 일정한 속력으로 갑을 따라갔다. 다음 그래프는 갑과 을이 A 지점까지 가는 동안 시간에 따른 두 사람 사이의 거리를 나타낸 것이다.



갑과 을이 각각 현재 속력을 유지하며 갑은 A 지점에서 거리가 x^2 인 B 지점까지, 을은 A 지점에서 거리가 $10x$ 인 C 지점까지 걸어갈 때, 을이 10분 먼저 도착하였다. 이때 x 의 값은? (단, 도로의 폭은 무시한다.) [4점]

- ① 14
- ② 15
- ③ 16
- ④ 17
- ⑤ 18

21. 그림과 같이 1부터 100까지의 수가 차례로 적힌 게임판이 있다.



출발점에 말을 놓고 다음 <게임 규칙>에 따라 게임을 진행한다.

<게임 규칙>

[규칙 1] 주사위를 던져 나온 눈의 수를 n 이라 할 때, 복소수 z 에 대하여 z^n 을 계산한다.

[규칙 2] z^n 이 실수이면 말은 $|z^n|$ 만큼 칸을 이동하고, z^n 이 허수이면 말은 이동하지 않는다.

복소수 $z=2i$ 에 대하여 게임을 진행하였다. 말이 100이 적혀 있는 칸에 도착할 때까지 주사위를 던진 횟수를 a 라 할 때, a 의 최솟값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [4점]

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

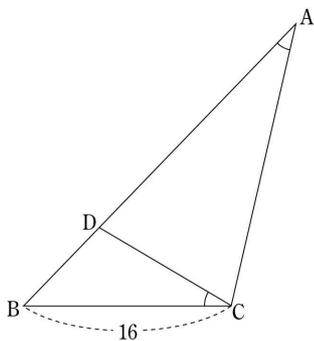
단답형 (22~30)

22. 다항식 $f(x) = x^2 + ax + 3$ 에 대하여 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지를 R_1 , $x+1$ 로 나눈 나머지를 R_2 라 하자. $R_1 - R_2 = 38$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

23. 모든 실수 x 에 대하여 $\sqrt{(k+1)x^2 - (k+1)x + 5}$ 의 값이 실수가 되게 하는 정수 k 의 개수를 구하시오. [4 점]

24. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자. 조건 p 가 $p: x$ 는 소수이다. 일 때, 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참이 되게 하는 집합 Q 의 개수를 구하시오. [3 점]

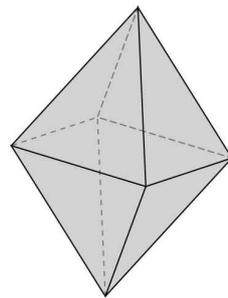
25. 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 $\angle BAC = \angle BCD$ 가 되도록 변 AB 위에 점 D 를 잡으면 $\overline{AC} : \overline{CD} = 2:1$ 이다. $\overline{BC} = 16$ 일 때, 선분 AD 의 길이를 구하시오. [4 점]



26. 최근 어린이 비만이 사회문제로 크게 대두되고 있다. 키와 몸무게를 이용하여 비만의 정도를 추정하는 체질량지수(BMI)는 몸무게(kg)를 키(m)의 제곱으로 나눈 값이다. 다음은 체질량지수를 나타낸 표이다. 키가 150 cm 이고 체질량지수가 28인 비만 어린이가 몸무게를 감량하여 정상범위에 들어 가려고 한다. 이 어린이가 감량하려는 몸무게가 x (kg)일 때, 자연수 x 의 최솟값을 구하시오. [3 점]

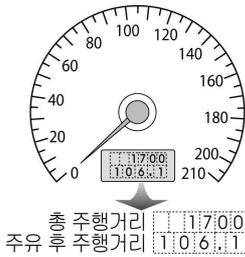
(kg/m ²)					
분류	저체중	정상	과체중	비만	고도비만
BMI	18.5미만	18.5이상 ~23미만	23이상 ~25미만	25이상 ~30미만	30이상

27. 그림과 같이 여덟 개의 정삼각형으로 이루어진 정팔면체가 있다. 여섯 개의 꼭짓점에는 자연수를 적고 여덟 개의 정삼각형의 면에는 각각의 삼각형의 꼭짓점에 적힌 세 수의 곱을 적는다. 여덟 개의 면에 적힌 수들의 합이 105일 때, 여섯 개의 꼭짓점에 적힌 수들의 합을 구하시오. [4 점]

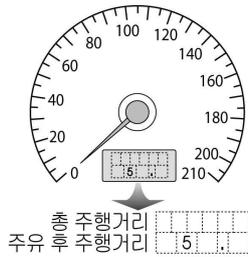


28. 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA에 대하여 변 AB를 1:2로 내분하는 점의 좌표를 (10, 8), 변 BC를 1:3으로 내분하는 점의 좌표를 (5, -3), 변 CA를 2:3으로 내분하는 점의 좌표를 (2, 12)라 하자. 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표를 (a, b)라 할 때, a+b의 값을 구하시오. [3점]

29. 주유 후 주행거리와 총 주행거리가 나타나는 자동차의 계기판이 있다. 이 자동차는 [그림 1]과 같이 주유 후 주행거리가 106.1km이고 총 주행거리는 1700km이다. [그림 2]는 이 자동차로 추가 주유 없이 xkm 더 주행한 후 표시된 계기판의 일부이다. [그림 2]에서 총 주행거리의 숫자배열을 거꾸로 나열하면 주유 후 주행거리의 숫자배열과 같아질 때, 이를 만족하는 세 자리 자연수 x값들의 합을 구하시오. (단, 숫자배열은 소수 첫째자리까지 포함한다.) [4점]



[그림 1]

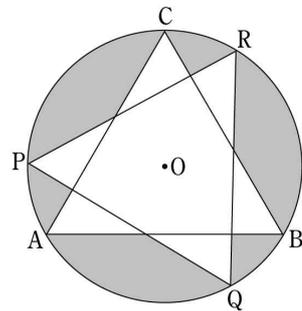


[그림 2]

30. 그림은 화가 라파엘로의 벽화 '아테네 학당'의 일부이다.



은호는 수학자 유클리드가 컴퍼스를 이용하여 도형을 작도하고 있는 철판을 보고, 반지름의 길이가 5인 원 O에 내접하는 정삼각형 ABC와 정삼각형 PQR을 이용하여 다음과 같은 도형을 만들었다.



어두운 부분의 넓이의 최솟값을 구하기 위하여 정삼각형 PQR을 원 O에 내접하면서 움직였더니, 어두운 부분의 넓이의 최솟값이 $a\pi - b\sqrt{3}$ 이었다. 이때, a+b의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수) [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.