2010학년도 11월 고1 전국연합학력평가
정답 및 해설

• 2교시 수리 영역 •

1	②	2	①	3	①	4	②	5	④
6	③	7	④	8	①	9	③	10	②
11	③	12	①	13	⑤	14	②	15	⑤
16	②	17	③	18	④	19	⑤	20	③
21	⑤	22	30	23	100	24	6	25	3
26	8	27	490	28	4	29	15	30	24

1. [출제의도] 다항식의 덧셈과 뺄셈하기

$2x^2+xy-y^2-2(x^2-2xy+y^2)$
$=2x^2+xy-y^2-2x^2+4xy-2y^2$
$=5xy-3y^2$

2. [출제의도] 무리식을 계산하기

$\sqrt{4+2\sqrt{3}}+\sqrt{4-2\sqrt{3}}$
$=(\sqrt{3}+1)+(\sqrt{3}-1)$
$=2\sqrt{3}$

3. [출제의도] 선분의 내분점의 좌표를 구하기

선분 AB를 $3:2$로 내분하는 점의 좌표는
$\left(\dfrac{3\times9+2\times4}{3+2},\ \dfrac{3\times7+2\times(-3)}{3+2}\right)=(7,3)$

4. [출제의도] 나머지정리의 의미를 이해하기

다항식 $f(x)$를 $x-5$로 나눈 나머지가 3이므로
나머지정리에 의하여 $f(5)=3$이다.
이때, $(x-1)f(x)$를 $x-5$로 나눈 나머지를 R라 하면,
$R=4f(5)=4\times3=12$

5. [출제의도] 두 직선의 위치 관계를 이해하기

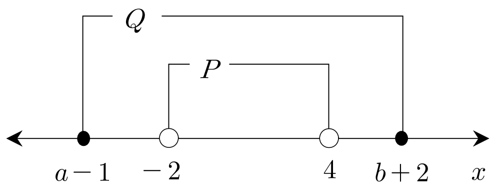
두 직선 $(2+k)x-y-10=0$과
$y=-\dfrac{1}{3}x+1$이 서로 수직이므로
$(2+k)\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)=-1$에서
$k=1$

6. [출제의도] 집합의 연산법칙을 이해하기

$\{(A\cap B)\cup(A-B)\}\cap B=B$
$\Leftrightarrow\{(A\cap B)\cup(A\cap B^C)\}\cap B=B$
$\Leftrightarrow\{A\cap(B\cup B^C)\}\cap B=B$
$\Leftrightarrow(A\cap U)\cap B=B$
$\Leftrightarrow A\cap B=B$
$\Leftrightarrow B\subset A$
ㄱ. $B\subset A$ (참)
ㄴ. (반례)
$U=\{1,2,3,4,5\}$라 하고
$A=\{1,2,3\}$, $B=\{1,2\}$라 하면,
$A-B=\{3\}$이므로 $A-B\neq\phi$ (거짓)
ㄷ. $A\cup B^C=U$ (참)
따라서 항상 옳은 것은 ㄱ, ㄷ

7. [출제의도] 충분조건을 이해하기

조건 p를 만족시키는 진리집합을 P,
조건 q를 만족시키는 진리집합을 Q라 하면,
$P=\{x\mid |x-1|<3\}$
$=\{x\mid -2<x<4\}$,
$Q=\{x\mid a-1\le x\le b+2\}$이다.
이때, p가 q이기 위한 충분조건이므로 $P\subset Q$이다.



$a-1\le-2$에서 $a\le-1$이므로 a의 최댓값은 -1,
$b+2\ge4$에서 $b\ge2$이므로 b의 최솟값은 2이다.
따라서 a의 최댓값과 b의 최솟값의 합은 1

8. [출제의도] 항등식을 이해하기

$\dfrac{x^2+2px+q}{2x^2+qx+2}=k$ (k는 상수)라 하면,
$x^2+2px+q=k(2x^2+qx+2)$,
$(1-2k)x^2+(2p-kq)x+q-2k=0$ …… ㉠
이다.
이때, ㉠의 식이 x에 대한 항등식이므로
$1-2k=0$, $2p-kq=0$, $q-2k=0$이다.
따라서 $k=\dfrac{1}{2}$, $p=\dfrac{1}{4}$, $q=1$이므로
$4p+q=2$

9. [출제의도] 실수의 대소 관계를 추론하기

$a>b$, $c>d$이므로 $a-b>0$, $c-d>0$이다.
ㄱ. $(ac+bd)-(bc+ad)=(a-b)(c-d)>0$
이므로 $ac+bd>bc+ad$이다. (참)
ㄴ. (반례)
$a=1$, $b=-2$, $c=1$, $d=-1$이면,
$ac=1$, $bd=2$이므로 $ac<bd$이다. (거짓)
ㄷ. $\sqrt{a-b}+\sqrt{c-d}>\sqrt{a+c-b-d}$의 양변을 제곱하여 좌변에서 우변을 빼면,
$(\sqrt{a-b}+\sqrt{c-d})^2-(\sqrt{a+c-b-d})^2$
$=2\sqrt{a-b}\sqrt{c-d}$
$=2\sqrt{(a-b)(c-d)}>0$이므로
$\sqrt{a-b}+\sqrt{c-d}>\sqrt{a+c-b-d}$이다. (참)
따라서 대소 관계가 항상 성립하는 것은 ㄱ, ㄷ

10. [출제의도] 최대공약수의 성질을 알고 문제 해결하기

최대공약수를 G라 하고
$A=A'G$, $B=B'G$라 할 때,
$A+B=(A'+B')G$이다.
(단, A', B'은 서로소이다.)
$A=x^3+2ax^2-4x+4$,
$B=x^3+2bx^2-4$라 하면,
$A+B=2x^3+2(a+b)x^2-4x$
$=2x\{x^2+(a+b)x-2\}$이다.
이때, 두 다항식 A와 B는 x를 인수로 갖지 않으므로 A와 B의 최대공약수는
$x^2+(a+b)x-2$이다.
그러므로 $A=x^3+2ax^2-4x+4$
$=(x-2)\{x^2+(a+b)x-2\}$에서
각 항의 계수를 비교하면 $a=-\dfrac{1}{2}$, $b=\dfrac{3}{2}$이다.
따라서 $b-a=2$

11. [출제의도] 평행이동과 대칭이동의 의미를 이해하기

직선 $x-y+1=0$을 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 직선의 방정식은 $y=x$이다.
또한, 점 $\mathrm{P}(1,5)$를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 점을 P'이라 하면, 점 P'의 좌표는 $(1,4)$이다.
이때, 점 P'을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 Q'이라 하면, 점 Q'의 좌표는 $(4,1)$이다.
따라서 점 Q'을 y축의 방향으로 1만큼 평행이동하면, 점 Q의 좌표는 $(4,2)$이다.

∴ (가) $y=x$ (나) $(4,1)$ (다) 1

12. [출제의도] 이차방정식의 판별식을 이해하기

주어진 이차방정식이 중근을 가지므로
$\dfrac{D}{4}=(2k+m)^2-4\times(k^2-k+n)=0$ …… ㉠
이다. 이때, ㉠의 식을 k에 대하여 정리하면,
$4(m+1)k+m^2-4n=0$ …… ㉡이고
㉡의 식이 k의 값에 관계없이 성립하므로
$m+1=0$, $m^2-4n=0$이다.
따라서 $m=-1$, $n=\dfrac{1}{4}$이므로
$m+n=-\dfrac{3}{4}$

13. [출제의도] 미지수가 3개인 연립일차방정식 풀기

갑은 상수 a만을 잘못 보고 풀었으므로
$x=-3$, $y=-2$, $z=0$은
연립방정식 $\begin{cases} by+z=4 \\ -2z+x=-3 \end{cases}$을 만족시킨다.
$\therefore b=-2$
한편, 을은 상수 b만을 잘못 보고 풀었으므로
$x=-1$, $y=3$, $z=1$은
연립방정식 $\begin{cases} ax+y=1 \\ -2z+x=-3 \end{cases}$을 만족시킨다.
$\therefore a=2$
그러므로 처음에 주어진 연립방정식
$\begin{cases} 2x+y=1 \\ -2y+z=4 \\ -2z+x=-3 \end{cases}$을 풀면,
$x=1$, $y=-1$, $z=2$이다.
따라서 $\alpha=1$, $\beta=-1$, $\gamma=2$이므로
$\alpha+\beta+\gamma=2$

14. [출제의도] 직선의 방정식 구하기

원 $x^2+y^2-2x-4y-7=0$을 변형하면,
$(x-1)^2+(y-2)^2=12$이다.
이때, 이 원의 넓이를 이등분하는 직선은 원의 중심 $(1,2)$를 지나야 한다.
한편, 네 직선 $x=-6$, $x=0$, $y=-4$, $y=-2$로 둘러싸인 직사각형의 넓이를 이등분하는 직선은 직사각형의 두 대각선의 교점 $(-3,-3)$을 지나야 한다.
그러므로 두 점 $(1,2)$와 $(-3,-3)$을 지나는 직선의 방정식은 $y-2=\dfrac{-3-2}{-3-1}(x-1)$이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=\frac{5}{4}x+\frac{3}{4}$

15. [출제의도] 간단한 삼차방정식을 풀어 추론하기

ㄱ. $x^3-1=0$에서 $\omega^3=1$이므로

$\omega^{10}=(\omega^3)^3\omega=\omega$ (참)

ㄴ. $\omega^2+\omega+1=0$, $\overline{\omega}^2+\overline{\omega}+1=0$이므로

$\frac{\omega^2}{1+\omega}+\frac{\overline{\omega}}{1+\overline{\omega}^2}=-2$ (참)

ㄷ. $\omega^{4n}+(\omega+1)^{4n}+1$

$=(\omega^3\omega)^n+(-\omega^2)^{4n}+1$

$=(\omega^3\omega)^n+(\omega^3)^{2n}\omega^{2n}+1$

$=\omega^n+\omega^{2n}+1=\omega^{2n}+\omega^n+1$

(i) $n=3k(k=1,2,3,\cdots)$이면,

$\omega^{2n}=1$, $\omega^n=1$이므로 $\omega^{2n}+\omega^n+1=3$

(ii) $n=3k+1(k=0,1,2,\cdots)$이면,

$\omega^{6k+2}+\omega^{3k+1}+1=\omega^2+\omega+1=0$

(iii) $n=3k+2(k=0,1,2,\cdots)$이면,

$\omega^{6k+4}+\omega^{3k+2}+1$

$=\omega^4+\omega^2+1=\omega+\omega^2+1=0$

그러므로 $\omega^{4n}+(\omega+1)^{4n}+1=0$을 만족시키는 30 이하의 양의 정수 n의 개수는

$30-$(30 이하의 3의 배수의 개수)

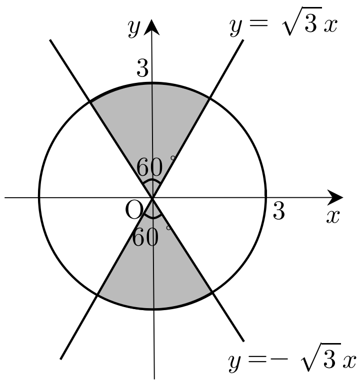
$=30-10=20$이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. [출제의도] 부등식의 영역을 이해하기

연립부등식 $\begin{cases} x^2+y^2-9\le 0 \\ (\sqrt{3}x-y)(\sqrt{3}x+y)\le 0\end{cases}$을

만족시키는 점 (x,y)를 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 영역의 넓이는

$9\pi\times\frac{120^\circ}{360^\circ}=3\pi$이다.

17. [출제의도] 절대부등식을 증명하기

$b+c=x$, $c+a=y$, $a+b=z$라 하면,

$a+b+c=\frac{1}{2}(x+y+z)$이므로

$a=\frac{1}{2}(y+z-x)$,

$b=\frac{1}{2}(z+x-y)$,

$c=\frac{1}{2}(x+y-z)$이다.

그러므로

$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{y}{x}+\frac{z}{x}+\frac{z}{y}+\frac{x}{y}+\frac{x}{z}+\frac{y}{z}\right)-\frac{3}{2}$

$\ge 1\cdot\left(\sqrt{\frac{y}{x}\cdot\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{z}{y}\cdot\frac{y}{z}}+\sqrt{\frac{x}{z}\cdot\frac{z}{x}}\right)-\frac{3}{2}$

$=\frac{3}{2}$

따라서 세 양수 a, b, c에 대하여 주어진 부등식이 성립한다.

∴ (가) $\frac{1}{2}$ (나) $-\frac{3}{2}$ (다) 1

18. [출제의도] 유리식을 활용한 실생활문제 해결하기

철수가 걷는 속력을 v라 하면 영희가 걷는 속력은 $\frac{3}{2}v$이다.

이때, 철수와 영희가 A산책로와 B산책로를 한 바퀴씩 걷는 데 걸리는 시간은

각각 $\frac{120}{v}$, $\frac{200}{\frac{3}{2}v}=\frac{400}{3v}$이다.

그러므로 출발한 후 철수가 A산책로를 x바퀴를 걸었고 영희가 B산책로를 y바퀴를 걸었을 때 처음 만났다고 하면,

$\frac{120}{v}x=\frac{400}{3v}y$, $9x=10y$,

$x:y=10:9$이다.

따라서 P지점을 동시에 출발한 후 처음 만날 때까지 철수는 A산책로를 10바퀴를 걸어야 하므로 세 번째 만날 때까지 철수는 A산책로를 30바퀴 걸어야 한다.

따라서 $n=30$

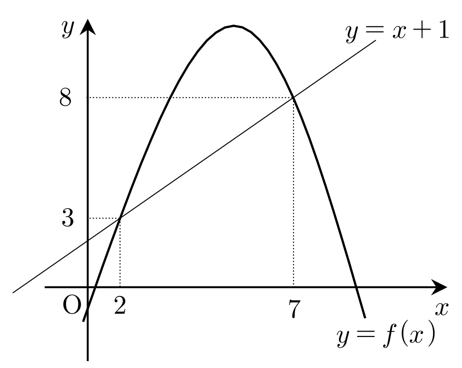
19. [출제의도] 이차함수와 이차부등식의 관계를 이해하기

직선 $y=x+1$에서 $y=3$일 때 $x=2$,

$y=8$일 때 $x=7$이므로

직선 $y=x+1$과 이차항의 계수가 음수인 이차함수 $y=f(x)$의 그래프는

아래 그림과 같이 $(2,3)$과 $(7,8)$에서 만난다.



이때, 이차부등식 $f(x)>x+1$의 해는

이차함수 $y=f(x)$의 그래프가

직선 $y=x+1$보다 위쪽에 있을 때,

x의 값의 범위와 같으므로 $2<x<7$이다.

따라서 이차부등식 $f(x)-x-1>0$을 만족시키는 정수 x는 $3,4,5,6$이므로

모든 정수 x의 값의 합은 18

20. [출제의도] 이차함수의 성질을 활용하여 추론하기

ㄱ. 모든 실수 x에 대하여 $f(3-x)=f(3+x)$이므로 $y=f(x)$의 그래프는 직선 $x=3$에 대하여 대칭이다. (참)

ㄴ. $f(x)=a(x-3)^2+b$라 놓으면, $y=f(x)$가 두 점 $(-1,2)$, $(4,17)$을 지나므로

$16a+b=2\cdots\cdots$ ㉠,

$a+b=17\cdots\cdots$ ㉡이다.

이때, ㉠과 ㉡을 연립하여 풀면,

$a=-1, b=18$

그러므로 $f(x)=-(x-3)^2+18$은

$1\le x\le 8$에서 $x=8$일 때,

이차함수 $f(x)$는 최솟값 -7을 갖는다. (참)

ㄷ. $g(x)=f(x+3)=-x^2+18$이므로

$y=g(x)$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이다.

그러므로 모든 실수 x에 대하여

$g(-x)=g(x)$이다.

∴ $g(-x)\ne -g(x)$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ

21. [출제의도] 실수의 연산에 대한 성질을 이해하기

ㄱ. $(2*3)\circledcirc 4=11\circledcirc 4$

$=44-(11+4)+2$

$=31$ (참)

ㄴ. 임의의 실수 a에 대하여 연산 ◎에 대한 항등원을 e라 하면,

$a\circledcirc e=a$

$\Leftrightarrow ae-(a+e)+2=a$

$\Leftrightarrow ae-e-2a+2=0$

$\Leftrightarrow (a-1)(e-2)=0$이므로 $e=2$이다.

그러므로 연산 ◎에 대한 항등원은 2이다. (참)

ㄷ. 임의의 실수 b에 대하여 연산 $*$에 대한 항등원을 e라 하면,

$b*e=b$

$\Leftrightarrow (b+1)(e+1)-1=b$

$\Leftrightarrow be+b+e=b$

$\Leftrightarrow (b+1)e=0$이므로 $e=0$이다.

이때, 연산 $*$에 대한 1의 역원을 x라 하면,

$1*x=0$

$\Leftrightarrow 2(x+1)-1=0$

$\Leftrightarrow 2x=-1$이므로 $x=-\frac{1}{2}$이다.

그러므로 연산 $*$에 대한 1의 역원은

$-\frac{1}{2}$이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. [출제의도] 복소수의 상등을 이해하기

$\frac{1+i}{1-i}+(1+2i)(3-i)$

$=i+(5+5i)$

$=5+6i$이다.

그러므로 $5+6i=a+bi$에서

$a=5$, $b=6$이다.

따라서 $ab=30$

23. [출제의도] 근과 계수의 관계를 이해하기

계수가 실수인 이차방정식

$x^2+(m+n)x-mn=0$의

한 근이 $4+\sqrt{2}i$이므로

다른 한 근은 $4-\sqrt{2}i$이다.

그러므로 이차방정식의 근과 계수의 관계로부터

$(4+\sqrt{2}i)+(4-\sqrt{2}i)=-(m+n)$에서

$m+n=-8$이고

$(4+\sqrt{2}i)(4-\sqrt{2}i)=-mn$에서

$mn = -18$이다.
따라서 $m^2+n^2=(m+n)^2-2mn$
$=(-8)^2-2\times(-18)=100$

24. [출제의도] 원과 직선의 위치 관계를 이해하여 문제 해결하기

직선 $\sqrt{3}x-y+k=0$이
원 $x^2+(y-3)^2=16$에 접하므로
원의 중심 $(0,3)$에서 직선까지의 거리는
반지름의 길이 4와 같다.
그러므로 $\dfrac{|k-3|}{\sqrt{3+1}}=4$에서
$|k-3|=8$이므로
$k=-5$ 또는 $k=11$이다.
따라서 모든 실수 k의 값의 합은 6

25. [출제의도] 함수의 합성을 이해하고 문제 해결하기

$f(1)=2, f(2)=3, f(3)=1$이므로
$f^3(1)=f(f(f(1)))=f(f(2))=f(3)=1$이다.
같은 방법으로
$f^3(2)=2,\ f^3(3)=3$이므로
$f^3(x)=x$이다.
그러므로 $f^3=I$(항등함수)이므로
$f^{2010}(2)=(f^3)^{670}(2)=I(2)=2$,
$f^{2011}(3)=f\big((f^3)^{670}(3)\big)=f(I(3))=f(3)=1$
이다.
따라서 $f^{2010}(2)+f^{2011}(3)=2+1=3$

26. [출제의도] 항등식을 이해하기

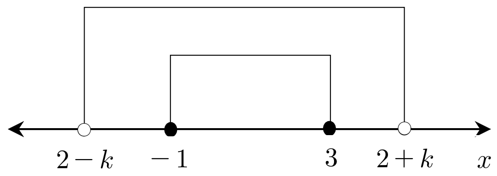
사용된 나무토막 A, B, C, D의 개수를 각각
a, b, c, d라 할 때, 만들고자 하는 정육면체의 부피는
ax^3+bx^2+cx+d이다.
이때, 부피가 64인 정육면체를 만들고자 할 때,
사용된 전체 나무토막의 개수가 최소이려면
(i) 나무토막 A의 한 모서리의 길이가 $x=3$이므로
$a=1$
(ii) 모든 모서리의 길이가 $x+k$(k는 양의 정수)
이어야 한다.
즉, $(x+k)^3=64$에서 $x+k=4$이므로 $x=3$,
$k=1$일 때 사용된 전체 나무토막의 개수는 최소이다.
그러므로 $x^3+bx^2+cx+d=(x+1)^3$
$=x^3+3x^2+3x+1$에서
$a=1, b=3, c=3, d=1$이다.
따라서 $n=8$

27. [출제의도] 역함수를 이해하고 문제 해결하기

함수 $y=x^2-6x\ (x\ge 3)$의 그래프와
그 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 교점은
함수 $y=x^2-6x\ (x\ge 3)$의 그래프와
직선 $y=x$의 교점과 같다.
그러므로 이차함수 $y=x^2-6x$의 그래프와
직선 $y=x$의 교점의 x좌표를 구하면
$x^2-6x=x$
$\Leftrightarrow x^2-7x=0$
$\Leftrightarrow x(x-7)=0$이므로
$x=0$ 또는 $x=7$이다.
그런데 $x\ge 3$이므로 $x=7$이다.
따라서 $a=b=7$이므로 $10ab=490$

28. [출제의도] 연립이차부등식을 이해하고 문제 해결하기

(i) $|x-2|<k \quad \Leftrightarrow 2-k<x<2+k$
(ii) $x^2-2x-3\le 0 \quad \Leftrightarrow (x+1)(x-3)\le 0$
$\Leftrightarrow -1\le x\le 3$
(i), (ii)로부터 연립부등식의 정수해가 5개
($x=-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$)가 되기 위해서는
아래 그림과 같이 $2-k<-1$이고 $2+k>3$
이어야 한다.



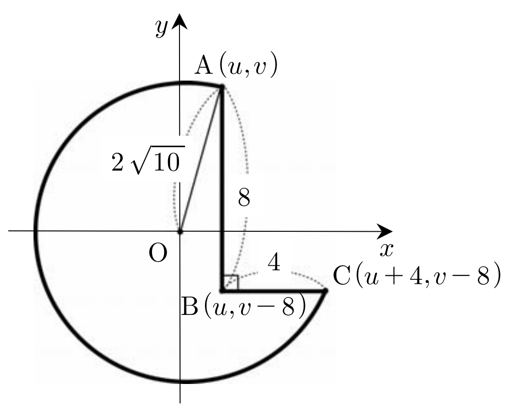
따라서 $k>3$이므로 양의 정수 k의 최솟값은 4

29. [출제의도] 이차함수와 이차방정식의 관계를 이해하기

이차함수 $f(x)=a(x-\alpha)(x-\beta)$라 하면,
방정식
$f(2x-5)=a(2x-5-\alpha)(2x-5-\beta)=0$에서
$x=\dfrac{\alpha+5}{2}$ 또는 $x=\dfrac{\beta+5}{2}$이다.
따라서 모든 실근의 합은 $\dfrac{\alpha+\beta+10}{2}=15$

30. [출제의도] 두 점 사이의 거리를 이용하여 문제 해결하기

그림과 같이 원 O의 중심을 좌표평면의
원점으로 하고
점 A의 좌표를 (u,v)라 놓으면,
점 B와 점 C의 좌표는 각각
$(u,\ v-8)$, $(u+4,\ v-8)$이다.



한편, $\overline{\mathrm{OA}}=2\sqrt{10}$이므로
$u^2+v^2=40 \ \cdots\cdots$ ㉠
또한 $\overline{\mathrm{OC}}=2\sqrt{10}$이므로
$(u+4)^2+(v-8)^2=40 \ \cdots\cdots$ ㉡
㉠과 ㉡을 연립하여 풀면,
$(u,\ v)=(2,\ 6)$ 또는 $(u,\ v)=(-6,\ 2)$이다.
이때, 점 B의 좌표는
$(2,-2)$ 또는 $(-6,-6)$이다.
그런데 $(-6,-6)$은 원 내부의 점이 아니므로
조건을 만족시키는 점 B의 좌표는 $(2,-2)$이다.
따라서 $l=\overline{\mathrm{OB}}=\sqrt{2^2+(-2)^2}=\sqrt{8}$이므로
$3l^2=24$