

# 수리 영역

## 제 2 교시

|    |  |
|----|--|
| 성명 |  |
|----|--|

|       |  |  |  |  |   |  |  |  |
|-------|--|--|--|--|---|--|--|--|
| 수험 번호 |  |  |  |  | 1 |  |  |  |
|-------|--|--|--|--|---|--|--|--|

1

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0' 이 포함되면 그 '0' 도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. 다항식  $2x^2 + xy - y^2 - 2(x^2 - 2xy + y^2)$ 을 간단히 한 것은? [2점]

- ①  $-3xy + y^2$       ②  $5xy - 3y^2$       ③  $5xy + 3y^2$   
 ④  $4x^2 - 3xy + y^2$       ⑤  $4x^2 + 5xy + y^2$

2.  $\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

- ①  $2\sqrt{3}$       ② 4      ③  $3\sqrt{3}$   
 ④  $4\sqrt{3}$       ⑤ 8

3. 두 점 A(4, -3), B(9, 7)에 대하여 선분 AB를 3:2로 내분하는 점의 좌표는? [3점]

- ① (7, 3)      ② (7, 4)      ③ (13, 7)  
 ④ (13, 15)      ⑤ (15, 2)

4. 다항식  $f(x)$ 를  $x-5$ 로 나눈 나머지가 3일 때,  $(x-1)f(x)$ 를  $x-5$ 로 나눈 나머지는? [3점]

- ① 9      ② 12      ③ 15  
 ④ 16      ⑤ 20

5. 두 직선  $(2+k)x - y - 10 = 0$ 과  $y = -\frac{1}{3}x + 1$ 이 서로 수직일 때,

상수  $k$ 의 값은? [3점]

- ① -5                      ② -3                      ③ -1  
 ④ 1                        ⑤ 3

6. 전체집합  $U$ 의 공집합이 아닌 서로 다른 두 부분집합  $A, B$ 가  $\{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B = B$ 를 만족시킬 때, 항상 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

〈 보기 〉

- ㄱ.  $B \subset A$   
 ㄴ.  $A - B = \phi$   
 ㄷ.  $A \cup B^c = U$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 두 조건  $p$ 와  $q$ 가 다음과 같이 주어졌다.

$$p: |x-1| < 3,$$

$$q: a-1 \leq x \leq b+2$$

$p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건일 때,  $a$ 의 최댓값과  $b$ 의 최솟값의 합은? [3점]

- ① -2                      ② -1                      ③ 0  
 ④ 1                        ⑤ 2

8. 모든 실수  $x$ 에 대하여 유리식  $\frac{x^2 + 2px + q}{2x^2 + qx + 2}$ 의 값이 항상 일정할 때,

$4p + q$ 의 값은? (단,  $p, q$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 2                        ② 3                        ③ 4  
 ④ 5                        ⑤ 6

9. 실수  $a, b, c, d$ 에 대하여  $a > b, c > d$ 일 때, 대소 관계가 항상 성립하는 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보기 >

ㄱ.  $ac + bd > bc + ad$   
 ㄴ.  $ac > bd$   
 ㄷ.  $\sqrt{a-b} + \sqrt{c-d} > \sqrt{a+c-b-d}$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10.  $x$ 에 대한 두 다항식  $x^3 + 2ax^2 - 4x + 4$ 와  $x^3 + 2bx^2 - 4$ 의 최대공약수가 이차식일 때,  $b - a$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4점]

- ①  $\frac{3}{2}$                       ② 2                      ③  $\frac{5}{2}$   
 ④ 3                      ⑤  $\frac{7}{2}$

11. 다음은 평행이동과 대칭이동을 이용하여 점  $P(1, 5)$ 를 직선  $x - y + 1 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 점  $Q$ 의 좌표를 구하는 과정이다.

직선  $x - y + 1 = 0$ 을  $y$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 직선의 방정식은 (가)이다.

또한, 점  $P(1, 5)$ 를  $y$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동한 점을  $P'$ 이라 하면, 점  $P'$ 의 좌표는  $(1, 4)$ 이다.

이때, 점  $P'$ 을 직선 (가)에 대하여 대칭이동한 점을  $Q'$ 이라 하면, 점  $Q'$ 의 좌표는 (나)이다.

따라서 점  $Q'$ 을  $y$ 축의 방향으로 (다)만큼 평행이동하면, 점  $Q$ 의 좌표는  $(4, 2)$ 이다.

위 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- |               | (가)    | (나)    | (다) |
|---------------|--------|--------|-----|
| ① $y = x$     | (4, 1) | (4, 1) | -1  |
| ② $y = x$     | (2, 3) | (2, 3) | -1  |
| ③ $y = x$     | (4, 1) | (4, 1) | 1   |
| ④ $y = x + 2$ | (2, 3) | (2, 3) | -1  |
| ⑤ $y = x + 2$ | (4, 1) | (4, 1) | 1   |

12.  $x$ 에 대한 이차방정식  $4x^2 + 2(2k + m)x + k^2 - k + n = 0$ 이 실수  $k$ 의 값에 관계없이 중근을 가질 때,  $m + n$ 의 값은? (단,  $m, n$ 은 실수이다.) [3점]

- ①  $-\frac{3}{4}$                       ②  $-\frac{1}{4}$                       ③ 0  
 ④  $\frac{1}{4}$                       ⑤  $\frac{3}{4}$

13. 갑과 을이  $x, y, z$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} ax + y = 1 \\ by + z = 4 \\ -2z + x = -3 \end{cases}$$

을 푸는데, 갑은 상수  $a$ 만을 잘못 보고 풀어서  $x = -3, y = -2, z = 0$ 의 해를 얻었고, 을은 상수  $b$ 만을 잘못 보고 풀어서  $x = -1, y = 3, z = 1$ 의 해를 얻었다.

처음에 주어진 연립방정식의 옳은 해를  $x = \alpha, y = \beta, z = \gamma$ 라 할 때,  $\alpha + \beta + \gamma$ 의 값은? [3점]

- ① -2                      ② -1                      ③ 0  
④ 1                        ⑤ 2

14. 원  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 7 = 0$ 의 내부의 넓이와 네 직선  $x = -6, x = 0, y = -4, y = -2$ 로 둘러싸인 직사각형의 넓이를 모두 이등분하는 직선의 방정식은? [4점]

- ①  $y = \frac{4}{5}x + \frac{6}{5}$       ②  $y = \frac{5}{4}x + \frac{3}{4}$       ③  $y = \frac{8}{5}x + \frac{2}{5}$   
④  $y = 4x - 2$       ⑤  $y = 5x - 3$

15. 방정식  $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을  $\omega$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보기 >

- ㄱ.  $\omega^{10} = \omega$   
ㄴ.  $\frac{\omega^2}{1+\omega} + \frac{\bar{\omega}}{1+\bar{\omega}^2} = -2$  (단,  $\bar{\omega}$ 는  $\omega$ 의 켈레복소수이다.)  
ㄷ.  $\omega^{4n} + (\omega + 1)^{4n} + 1 = 0$ 을 만족시키는 30 이하의 양의 정수  $n$ 의 개수는 20이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 연립부등식  $\begin{cases} x^2 + y^2 - 9 \leq 0 \\ (\sqrt{3}x - y)(\sqrt{3}x + y) \leq 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 점  $(x, y)$ 가 좌표평면 위에 나타내는 영역의 넓이는? [4점]

- ①  $2\pi$                       ②  $3\pi$                       ③  $4\pi$   
④  $5\pi$                       ⑤  $6\pi$

17. 다음은 세 양수  $a, b, c$ 에 대하여 부등식

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$$

이 성립함을 증명한 것이다.

<증명>

$b+c=x, c+a=y, a+b=z$ 라 하면,

$a+b+c = \boxed{\text{(가)}} (x+y+z)$ 이므로

$a = \frac{1}{2}(y+z-x), b = \frac{1}{2}(z+x-y), c = \frac{1}{2}(x+y-z)$ 이다.

그러므로

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{y}{x} + \frac{z}{x} + \frac{z}{y} + \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{z} \right) + \boxed{\text{(나)}}$$

$$\geq \boxed{\text{(다)}} \left( \sqrt{\frac{y}{x} \cdot \frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{z}{y} \cdot \frac{y}{z}} + \sqrt{\frac{x}{z} \cdot \frac{z}{x}} \right) + \boxed{\text{(나)}}$$

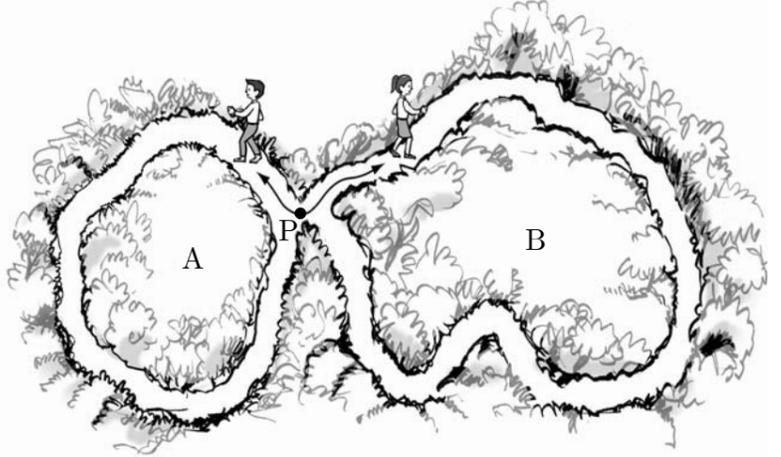
$$= \frac{3}{2}$$

따라서 세 양수  $a, b, c$ 에 대하여 주어진 부등식이 성립한다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

|   | (가)           | (나)            | (다) |
|---|---------------|----------------|-----|
| ① | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 1   |
| ② | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{3}{2}$ | 2   |
| ③ | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{3}{2}$ | 1   |
| ④ | 2             | $-\frac{3}{2}$ | 2   |
| ⑤ | 2             | $-\frac{1}{2}$ | 2   |

18. 그림과 같이 길이가 각각 120m, 200m인 A, B 두 산책로가 있다.



철수와 영희는 다음과 같은 방법으로 걷기로 하였다.

- 철수는 A 산책로를, 영희는 B 산책로를 일정한 속력으로 걷는다.
- P 지점에서 동시에 출발하여 각각 화살표 방향으로 걷는다.
- 영희가 걷는 속력은 철수가 걷는 속력보다 1.5배 빠르다.

P 지점에서 동시에 출발한 후 세 번째 만날 때까지 철수는 A 산책로를  $n$ 바퀴 걸었다. 이때,  $n$ 의 값은? (단, 철수와 영희는 P 지점에서만 만난다.) [4점]

- ① 21                      ② 24                      ③ 27  
 ④ 30                      ⑤ 33

# 6

# 수리 영역

19. 이차항의 계수가 음수인 이차함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 직선  $y=x+1$ 이 두 점에서 만나고 그 교점의  $y$ 좌표가 각각 3과 8이다. 이때, 이차부등식  $f(x)-x-1 > 0$ 을 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 14                      ② 15                      ③ 16
- ④ 17                      ⑤ 18

20. 이차함수  $f(x)$ 는 다음 두 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(3-x) = f(3+x)$ 이다.  
 (나)  $y=f(x)$ 의 그래프는 두 점  $(-1, 2), (4, 17)$ 을 지난다.

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보기 >

ㄱ.  $y=f(x)$ 의 그래프는 직선  $x=3$ 에 대하여 대칭이다.  
 ㄴ.  $1 \leq x \leq 8$ 에서 이차함수  $f(x)$ 의 최솟값은  $-7$ 이다.  
 ㄷ.  $g(x) = f(x+3)$ 일 때,  
 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g(-x) = -g(x)$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 임의의 두 실수  $a, b$ 에 대하여 두 연산  $\odot$ 와  $*$ 를 각각

$$a \odot b = ab - (a+b) + 2,$$

$$a * b = (a+1)(b+1) - 1$$

로 정의할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점]

< 보기 >

ㄱ.  $(2 * 3) \odot 4 = 31$   
 ㄴ. 연산  $\odot$ 에 대한 항등원은 2이다.  
 ㄷ. 연산  $*$ 에 대한 1의 역원은  $-\frac{1}{2}$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

### 단답형

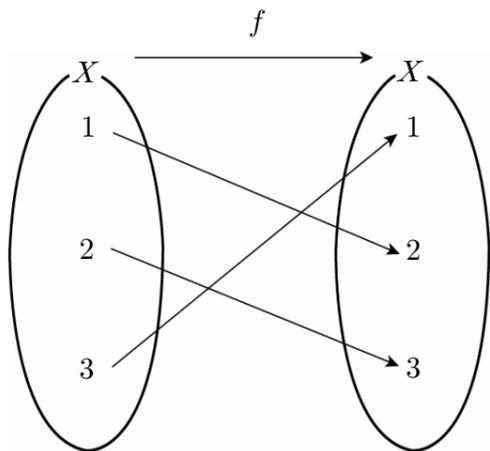
22.  $\frac{1+i}{1-i} + (1+2i)(3-i) = a+bi$ 일 때,  $ab$ 의 값을 구하시오.

(단,  $i = \sqrt{-1}$ 이고  $a, b$ 는 실수이다.) [2점]

23.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + (m+n)x - mn = 0$ 의 한 근이  $4 + \sqrt{2}i$ 일 때,  $m^2 + n^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $i = \sqrt{-1}$ 이고  $m, n$ 은 실수이다.) [3점]

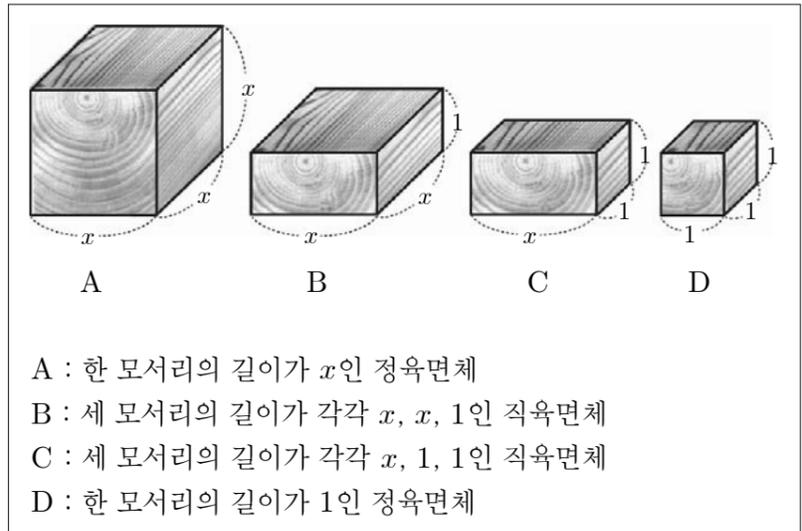
24. 직선  $y = \sqrt{3}x + k$ 가 원  $x^2 + y^2 - 6y - 7 = 0$ 에 접할 때, 모든 실수  $k$ 의 값의 합을 구하시오. [3점]

25. 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수  $f: X \rightarrow X$ 가 그림과 같이 주어져 있다.



$f^1(x) = f(x)$ ,  $f^{n+1}(x) = f(f^n(x))$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )이라 할 때,  $f^{2010}(2) + f^{2011}(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

26. 다음과 같이 부피가 서로 다른 네 종류의 나무토막 A, B, C, D가 있다.



이 나무토막 A, B, C, D를 각각 한 개 이상을 사용하여 부피가 64인 정육면체를 만들었다. 사용된 전체 나무토막의 개수가  $n$ 일 때,  $n$ 의 최솟값을 구하시오. (단,  $x$ 는 2 이상의 양의 정수이다.) [3점]

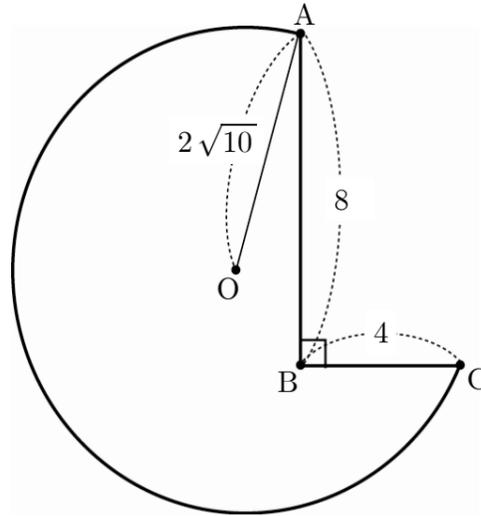
27. 함수  $f(x) = x^2 - 6x$  ( $x \geq 3$ )의 그래프와 그 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점이  $(a, b)$ 일 때,  $10ab$ 의 값을 구하시오. [3점]

28. 연립부등식  $\begin{cases} |x-2| < k \\ x^2-2x-3 \leq 0 \end{cases}$  을 만족시키는 정수  $x$ 의 개수가 5일 때, 양의 정수  $k$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

29. 이차함수  $y=f(x)$ 의 그래프가  $x$ 축과 서로 다른 두 점  $(\alpha, 0)$ ,  $(\beta, 0)$ 에서 만나고  $\alpha+\beta=20$ 일 때, 방정식  $f(2x-5)=0$ 의 모든 실근의 합을 구하시오. [4점]

30. 평면 위에 반지름의 길이가  $2\sqrt{10}$ 인 원  $O$ 가 있다.

그림은 원  $O$  위의 두 점  $A, C$ 와 원 내부의 점  $B$ 를 잡아  $\overline{AB}=8$ ,  $\overline{BC}=4$ ,  $\angle ABC=90^\circ$ 가 되도록 원과 원의 내부의 일부를 잘라낸 도형이다.  $\overline{OB}=l$ 이라 할 때,  $3l^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.