

6. 세 양수 a, b, c 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\frac{1}{a} - \frac{1}{c} < 0$
 (나) $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} < \frac{1}{b}$

a, b, c 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? [3점]

- ① $a < b < c$ ② $b < a < c$ ③ $b < c < a$
 ④ $c < a < b$ ⑤ $c < b < a$

7. 최고차항의 계수가 1인 두 다항식 A 와 B 의 최대공약수가 $x^2(x+1)$ 이고 최소공배수가 $x^3(x+1)$ 일 때, 두 다항식의 곱 AB 를 $(x+1)^2$ 으로 나눈 몫은? [3점]

- ① x^3 ② x^5 ③ $x+1$
 ④ $x^2(x+1)^2$ ⑤ $x^5(x+1)$

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A \cup B^c = \{2, 4, 5, 8, 12\}$, $(A \cap B)^c = \{1, 3, 5, 9\}$
 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>
 ㄱ. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 12\}$
 ㄴ. $A \cap B = \{8\}$
 ㄷ. 집합 $A^c \cap B$ 의 원소의 개수는 3이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 임의의 두 유리식 A, B 에 대하여 연산 \odot 를

$A \odot B = \frac{A+B}{A-B}$ (단, $A-B \neq 0$)

로 정의할 때, $(x \odot 1) \odot \left(\frac{1}{x \odot 1}\right)$ 을 간단히 하면? [4점]

- ① 1 ② $\frac{x^2-1}{x}$ ③ $\frac{x^2-1}{2x}$
 ④ $\frac{x^2+1}{x}$ ⑤ $\frac{x^2+1}{2x}$

수리 영역

3

10. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 의 두 원소 a, b 에 대하여 연산 \triangle 를 $a \triangle b = (ab \text{를 } 4\text{로 나눈 나머지})$ 로 정의할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. 연산 \triangle 에 대하여 교환법칙이 성립한다.
 ㄴ. 연산 \triangle 에 대한 항등원은 0이다.
 ㄷ. 3의 연산 \triangle 에 대한 역원은 3이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. $\frac{x+y}{2z} = \frac{y+2z}{x} = \frac{2z+x}{y}$ 일 때, $\frac{x^3+y^3+z^3}{xyz}$ 의 값은?
 (단, $x+y+2z \neq 0$) [4점]

- ① $\frac{17}{4}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{19}{4}$ ④ 5 ⑤ $\frac{21}{4}$

12. 복소수 z 에 대하여 등식 $(2+i)z+3i\bar{z}=2+6i$ 가 성립할 때, $z\bar{z}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.) [3점]

- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 13

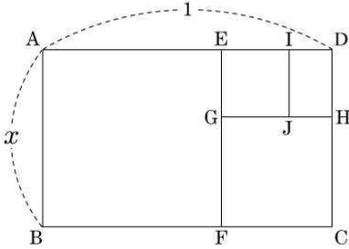
13. 어느 휴대폰 제조 회사에서 휴대폰 판매량과 사용자 선호도에 대한 시장 조사를 하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

(가) 10대, 20대에게 선호도가 높은 제품은 판매량이 많다.
 (나) 가격이 싼 제품은 판매량이 많다.
 (다) 기능이 많은 제품은 10대, 20대에게 선호도가 높다.

위의 결과로부터 추론한 내용으로 항상 옳은 것은? [3점]

- ① 기능이 많은 제품은 가격이 싸지 않다.
 ② 가격이 싸지 않은 제품은 판매량이 많지 않다.
 ③ 판매량이 많지 않은 제품은 기능이 많지 않다.
 ④ 10대, 20대에게 선호도가 높은 제품은 기능이 많다.
 ⑤ 10대, 20대에게 선호도가 높은 제품은 가격이 싸지 않다.

14. $\overline{AD}=1$, $\overline{AB}=x$ ($0 < x < 1$)인 직사각형 ABCD가 있다. 그림과 같이 사각형 ABFE가 정사각형이 되도록 두 변 AD와 BC 위에 두 점 E, F를 각각 정하면 두 사각형 ABCD와 FCDE는 닮음이다. 또, 사각형 GFCH가 정사각형이 되도록 두 변 EF와 DC 위에 두 점 G, H를 각각 정하고, 사각형 EGJI가 정사각형이 되도록 두 변 ED와 GH 위에 두 점 I, J를 각각 정한다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보기>

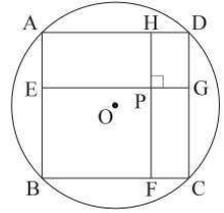
ㄱ. $\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x}$

ㄴ. $x^3 - 2x + 1 = 0$

ㄷ. 선분 ID의 길이는 x^4 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 원 O에 내접하는 정사각형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡는다. 그림과 같이 점 P를 지나고 정사각형의 각 변에 평행한 두 직선이 정사각형의 네 변과 만나는 점을 각각 E, F, G, H라 하자. 다음은 네 직사각형 AEPH, EBFP, PFCG, HPGD의 외접원의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3, S_4 라 할 때, $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ 의 값이 원 O의 넓이보다 크거나 같음을 증명한 것이다.



<증명>

$\overline{AH}=x$, $\overline{HD}=y$, $\overline{DG}=u$, $\overline{GC}=v$ 라 하면 $x+y=u+v$ 이다.
 또, $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \text{㉞(가)}(x^2 + y^2 + u^2 + v^2)$ 이고
 원 O의 넓이는 $\text{㉞(나)}(x+y)^2$ 이다.
 한편 $2(x^2 + y^2 + u^2 + v^2) - \text{㉞(다)}(x+y)^2$
 $= (x-u)^2 + (x-v)^2 + (y-u)^2 + (y-v)^2 \geq 0$
 이므로 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ 의 값은 원 O의 넓이보다 크거나 같다.

- 위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 값을 모두 더하면? [4점]
- ① 4 ② 6 ③ $\pi+1$ ④ $\pi+2$ ⑤ $2\pi+2$

16. 다항식 $f(x) = x^3 + 9x^2 + 4x - 45$ 에 대하여 등식

$$f(x+a) = x^3 + bx - 3$$

이 x 의 값에 관계없이 항상 성립한다. 이때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① -26 ② -24 ③ -22 ④ -20 ⑤ -18

17. 다항식 $f(x) = x^2 + ax + b$ 가 $x - m$ 과 $x - n$ 으로 나누어 떨어진다고 하자. 다항식 $g(x)$ 를

$$g(x) = x^2 + (m+n-mn)x - m^2n - mn^2$$

이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $m \neq n$) [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(m) = f(n)$

ㄴ. $g(x)$ 를 $x - a$ 로 나눈 몫은 $x - b$ 이다.

ㄷ. $2m + n = 0$ 이면 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 일차식 이상의 공약수가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 복소수 α, β 가 $\alpha^2 = 2i, \beta^2 = -2i$ 를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [4점]

<보 기>

ㄱ. $\alpha\beta = 2$

ㄴ. $(\alpha + \beta)^4 = 16$

ㄷ. $\frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta}$ 는 실수이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

19. 회원이 100명인 어느 동호회에서 전체 회의를 열기로 하였다. 모든 회원에게 미리 참석 가능 여부를 물었더니 참석할 수 있다고 응답한 회원이 67명, 모르겠다고 응답한 회원이 33명이었다. 그런데 실제로 전체 회의에 참석한 회원은 50명이었다. 이때, 참석할 수 있다고 응답한 회원 중에서 참석하지 않은 회원의 수를 p , 모르겠다고 응답한 회원 중에서 참석하지 않은 회원의 수를 q 라고 할 때, $p - q$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [3점]

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

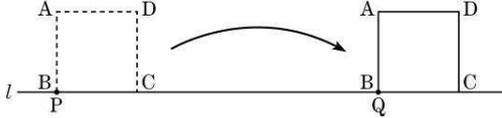
20. 중력가속도가 G 이고 질량이 M 인 행성 주위를 공전하는 인공위성의 공전반지름의 길이가 r 일 때, 이 인공위성의 공전주기 T 는

$$T = k \sqrt{\frac{r^3}{GM}} \quad (\text{단, } k \text{ 는 상수이다.})$$

이다. A 행성의 중력가속도는 B 행성의 중력가속도의 3배, A 행성의 질량은 B 행성의 질량의 10배라 하자. A 행성 주위를 공전하는 인공위성의 공전반지름의 길이가 B 행성 주위를 공전하는 인공위성의 공전반지름의 길이의 1.5배라 할 때, A 행성의 주위를 공전하는 인공위성의 공전주기는 B 행성의 주위를 공전하는 인공위성의 공전주기의 몇 배인가? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{5}}{30}$ 배 ② $\frac{\sqrt{5}}{20}$ 배 ③ $\frac{\sqrt{5}}{10}$ 배
 ④ $\frac{3\sqrt{5}}{20}$ 배 ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{10}$ 배

21. 평면 위에 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD가 있다. 변 BC는 직선 l 위에 있고, 꼭짓점 B에 대응하는 직선 l 위의 점을 P라 하자. 그림은 이 정사각형이 직선 l 을 따라 미끄러짐 없이 한 바퀴 구른 후의 모습이다. 이때, 꼭짓점 B에 대응하는 직선 l 위의 점을 Q라 하자.



꼭짓점 A가 움직인 거리는 x 이고, 두 점 P, Q 사이의 거리는 y 이다. $d = \frac{4x}{\pi} - \frac{y}{4}$ 라 할 때, $\frac{1}{\sqrt{d}+2} + \frac{1}{\sqrt{d}-2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

단답형

22. 모든 실수 x 에 대하여 $(x+1)^4 = x^4 + ax^3 + bx^2 + 4x + 1$ 이 성립할 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\sqrt{5 + \sqrt{5} + \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}}$ 의 정수 부분을 n 이라 할 때, n 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 조건 $p: \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-8}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-8}}$, $q: a-8 < x < a+3$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건일 때, 상수 a 의 최솟값을 구하시오. [3점]

수리 영역

7

25. $x+y+z=0$, $x^2+y^2+z^2=5$ 일 때, $x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2=\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

27. 전체집합 $U=\{x|1\leq x\leq 12, x\text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A=\{1, 2\}$, $B=\{2, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 U 의 부분집합 X 의 개수를 구하시오. [4점]

- | |
|---|
| (가) $A\cup X=X$
(나) $(B-A)\cap X=\{5, 7\}$ |
|---|

26. 농도가 $a\%$ 인 소금물 100g과 $b\%$ 의 소금물 200g을 섞어 $p\%$ 의 소금물을 얻었다. 또, 농도가 $a\%$ 인 소금물 200g과 $b\%$ 의 소금물 100g을 섞어 $q\%$ 의 소금물을 얻었다. $p:q=2:3$ 일 때, $\frac{3a^2+4b^2}{ab}$ 의 값을 구하시오. (단, $ab\neq 0$) [3점]

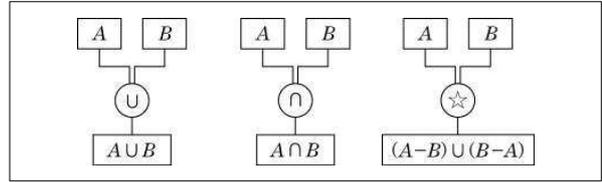
28. 복소수 $\alpha=(2-n-5i)^2$ 에 대하여 α^2 이 음의 실수가 되도록 하는 자연수 n 의 값을 구하시오. (단, $i=\sqrt{-1}$) [4점]

29. 15세 이상 인구 중에서 취업자와 실업자를 합쳐서 경제 활동 인구라 하고, 나머지를 비경제 활동 인구라 한다. 한 지역의 인력 활용 정도를 판단하는 지표로 고용률과 실업률이 주로 사용되며 그 산출식은 다음과 같다.

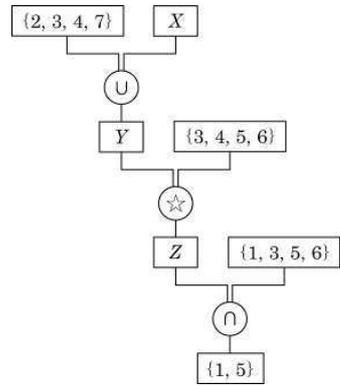
$$\begin{aligned} \text{(고용률)} &= \frac{\text{(취업자 수)}}{\text{(15세 이상 인구)}} \times 100(\%) \\ \text{(실업률)} &= \frac{\text{(실업자 수)}}{\text{(경제 활동 인구)}} \times 100(\%) \end{aligned}$$

A 지역과 B 지역의 15세 이상 인구의 비는 3:4, 실업자 수의 비는 5:6이고, 두 지역의 실업률은 같다. A 지역과 B 지역의 고용률의 비가 $m:n$ 일 때, $3m+n$ 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 두 집합 A, B 에 대한 세 연산 \cup, \cap, \star 을 다음과 같이 정의한다.



X, Y, Z 가 자연수를 원소로 갖는 집합일 때, 아래 그림에서 집합 X 의 모든 원소의 합을 s 라 하자. s 의 최솟값을 구하시오. [4점]



※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.