

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt{14^2 + (\sqrt{-1})^2}$ 의 값은? [2점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

2. $x = 2\sqrt{3}$, $y = \sqrt{5}$ 일 때 $(x+y)(x-y)$ 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

3. 두 다항식

$$A = 3x^2 + xy + y^2, \quad B = x^2 + 2y^2$$

에 대하여 $A - 2B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① $x^2 + xy - 3y^2$ ② $x^2 + xy + 3y^2$ ③ $x^2 + 2xy - 3y^2$
 ④ $2x^2 - xy + 3y^2$ ⑤ $2x^2 + xy$

4. $1 < x < 3$ 일 때 $|x-1| + |x-4|$ 를 간단히 하면? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ $2x - 3$ ⑤ $2x + 3$

5. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

7. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중에서 홀수가 한 개 이상 속해 있는 집합의 개수는? [3점]

- ① 16 ② 20 ③ 24
④ 28 ⑤ 32

6. 다음 중에서 다항식 $(x^2 - x)(x^2 - x - 1) - 2$ 의 약수인 것은?

[3점]

- ① $x - 2$ ② $x - 1$ ③ x
④ $x^2 + 1$ ⑤ $x^2 + x + 1$

8. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - kx + k - 1 = 0$ 이 중근 α 를 가질 때, $k + \alpha$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. x 에 대한 방정식

$$(x+2)^2 + (2x+a)^2 = 0$$

이 실근을 가질 때, 실수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 어느 학급 학생 36명을 대상으로 지난 토요일과 일요일에 축구 경기를 시청한 학생 수를 조사하였다. 그 결과 토요일에 시청한 학생은 25명, 일요일에 시청한 학생은 17명이었다. 토요일과 일요일 모두 시청한 학생 수의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 17 ③ 19
④ 21 ⑤ 23

11. 두 조건

$$p: -3 < x - a < 4$$

$$q: -1 \leq 3x - 7 < 23$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 정수 a 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 자연수 n 에 대하여

$$A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{ 이하의 소수}\}$$

$$B_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{의 양의 약수}\}$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

$$\text{ㄱ. } A_3 \cap B_4 = \{2\}$$

ㄴ. 모든 자연수 n 에 대하여 $A_n \subset A_{n+1}$ 이다.

ㄷ. 두 자연수 m, n 에 대하여 $B_m \subset B_n$ 이면 m 은 n 의 배수이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수학 영역

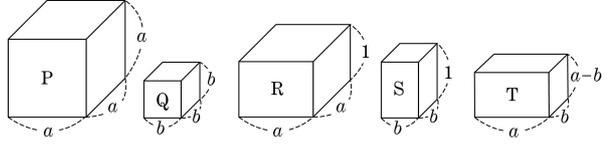
13 0이 아닌 세 실수 a, b, c 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $b+c < a$
 (나) $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$

세 수 a, b, c 의 대소 관계로 옳은 것은? [3점]

- ① $a < c < b$ ② $b < a < c$ ③ $b < c < a$
 ④ $c < a < b$ ⑤ $c < b < a$

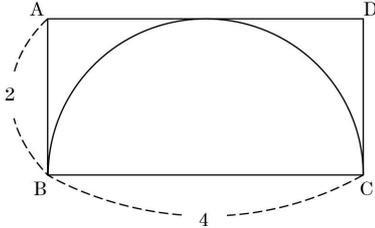
14 두 양수 $a, b (a > b)$ 에 대하여 그림과 같은 직육면체 P, Q, R, S, T의 부피를 각각 p, q, r, s, t 라 하자.



$p = q + r + s + t$ 일 때, $a - b$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

[15~16] 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=4$ 인 직사각형과 선분 BC를 지름으로 하는 반원이 있다. 직사각형 ABCD의 내부에 있는 한 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 Q, 선분 AD에 내린 수선의 발을 R라고 할 때, 15번과 16번의 두 물음에 답하시오.



15. \overline{PQ} , \overline{PR} 가 모두 자연수인 반원 내부의 점 P에 대하여 집합 S를 다음과 같이 정의한다.

$$S = \{a+bi \mid a = \overline{PQ}, b = \overline{PR}\}$$

집합 S의 모든 원소의 합이 $p+qi$ 일 때, $p+q$ 의 값은? (단 p, q 는 실수이고 $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [4점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

16. 호 BC 위에 있는 점 P에 대하여 직사각형 AQPR의 둘레의 길이는 10이다. 직사각형 AQPR의 넓이는? [4점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

17. 복소수 전체의 집합의 부분집합 $A = \{a, b, c\}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 곱셈에 대하여 닫혀 있다.
- (나) 모든 원소의 곱셈에 대한 역원이 각각 존재한다.

$a^3 + b^3 + c^3$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 1 ③ 0
- ④ -1 ⑤ -3

18. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 $\langle A, B \rangle$ 를

$$\langle A, B \rangle = A^2 + AB + B^2$$

으로 정의할 때, 다항식 $\langle x^2 + x + 1, x^2 + x \rangle$ 의 전개식에서 x 의 계수는? [4점]

- ① 3 ② 5 ③ 7
- ④ 9 ⑤ 11

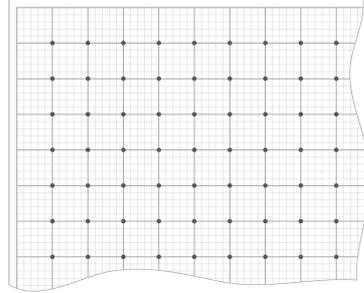
19. 다음은 $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n^2-1}$ 이 무리수임을 증명한 것이다.

<증명>
 $\sqrt{n^2-1}$ 이 유리수라고 가정하면 $\sqrt{n^2-1} = \frac{q}{p}$ (p, q 는 서로 소인 자연수)로 놓을 수 있다.
 이 식의 양변을 제곱하여 정리하면 $p^2(n^2-1) = q^2$ 이다.
 p 는 q^2 의 약수이고 p, q 는 서로소인 자연수이므로
 $n^2 = \boxed{\text{(가)}}$ 이다.
 자연수 k 에 대하여
 (i) $q=2k$ 일 때
 $(2k)^2 < n^2 < \boxed{\text{(나)}}$ 인 자연수 n 이 존재하지 않는다.
 (ii) $q=2k+1$ 일 때
 $\boxed{\text{(나)}}$ $< n^2 < (2k+2)^2$ 인 자연수 n 이 존재하지 않는다.
 (i)과 (ii)에 의하여 $\sqrt{n^2-1} = \frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소인 자연수)를 만족하는 자연수 n 은 존재하지 않는다.
 따라서 $\sqrt{n^2-1}$ 은 무리수이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(q), g(k)$ 라 할 때, $f(2)+g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 50 ② 52 ③ 54
- ④ 56 ⑤ 58

20. 그림과 같이 모눈종이 위에 가로와 세로의 간격이 각각 1인 점들이 찍혀 있다. 이 점들 중 세 개를 꼭짓점으로 하는 직각삼각형을 만들 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보기>
 ㄱ. 세 변의 길이가 모두 유리수인 직각삼각형을 만들 수 있다.
 ㄴ. 세 변의 길이가 모두 무리수인 직각삼각형을 만들 수 있다.
 ㄷ. 직각삼각형의 넓이는 항상 유리수이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21 그림과 같이 숫자가 표시되는 화면과 **A**, **B** 두 개의 버튼으로 구성된 장치가 있다.



A 버튼을 누르면 화면에 표시된 수와 $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}i}{2}$ 를 곱한 결과가, **B** 버튼을 누르면 화면에 표시된 수와 $\frac{-\sqrt{2} + \sqrt{2}i}{2}$ 를 곱한 결과가 화면에 나타난다. 화면에 표시된 수가 1일 때, **A** 또는 **B** 버튼을 여러 번 눌렀더니 다시 1이 나타났다. 버튼을 누른 횟수의 최솟값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

단답형

22. $\sqrt{12} + 2\sqrt{27} = a + \sqrt{b}$ 를 만족시키는 두 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 서로 다른 두 실수 a, b 에 대하여

$$\frac{(a-5)^2}{a-b} + \frac{(b-5)^2}{b-a} = 0$$

일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 다항식 P , Q 의 최대공약수를 $P\Delta Q$, 최소공배수를 $P\nabla Q$ 로 나타내기로 하자. 세 다항식

$$A = x^2 - 4x + 3$$

$$B = x^2 - x - 6$$

$$C = x^3 + 4x^2 + x - a$$

에 대하여 $(A\Delta B)\nabla C$ 가 x 에 대한 삼차식일 때, 자연수 a 의 값을 구하시오. [3점]

25. 다항식 x^4 을 $x-1$ 로 나눈 몫을 $q(x)$, 나머지를 r_1 이라 하고, $q(x)$ 를 $x-4$ 로 나눈 나머지를 r_2 라 하자. r_1+3r_2 의 값을 구하시오. [3점]

26. 50 이하의 자연수 a , b 에 대하여 $a=1+b+2\sqrt{b}$ 가 성립하도록 하는 b 의 최댓값을 구하시오. [4점]

27. 길이가 L 인 현의 장력과 밀도를 각각 T, ρ 라 하고 주파수를 ω 라고 할 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$\omega = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

길이가 같은 두 현 A, B가 있다. A의 장력이 B의 장력의 3배, A의 주파수가 B의 주파수의 $\frac{1}{2}$ 배일 때, A의 밀도는 B의 밀도의 n 배이다. n 의 값을 구하시오. [4점]

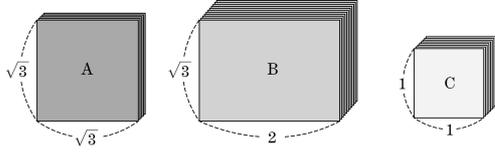
28. 세 실수 x, y, z 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x, y, 2z$ 중에서 적어도 하나는 3이다.

(나) $3(x+y+2z) = xy+2yz+2zx$

$10xyz$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 크기가 다른 직사각형 모양의 색종이 A, B, C가 각각 5장, 11장, 8장 있다.



이들을 모두 사용하여 겹치지 않게 빈틈없이 이어 붙여서 하나의 직사각형을 만들었다. 이 직사각형의 둘레의 길이가 $a+b\sqrt{3}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 자연수이다.) [4점]

30. 자연수 n^4+n^2-2 가 $(n-1)(n-2)$ 의 배수가 되도록 하는 자연수 n 의 최댓값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.