

제 2 교시

수학 영역(B형)

5지선다형

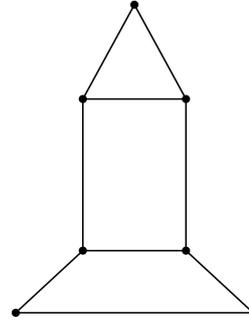
1.  $2^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{54}$ 의 값은? [2점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

2.  $\log_3 18 - \log_3 4 + \log_3 6$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는? [2점]



- ① 14      ② 16      ③ 18      ④ 20      ⑤ 22

4. 함수  $y = \log_5 x$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 점  $(9, 3)$ 을 지난다고 한다. 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

5. 공차가 2인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_3a_5 = a_2a_8$ 이 성립할 때,  $a_7$ 의 값은? [3점]

- ① 11      ② 13      ③ 15      ④ 17      ⑤ 19

6. 부등식  $\log(x-10) + \log(x-20) < 2 + \log 6$ 의 해가  $\alpha < x < \beta$ 일 때,  $\alpha + \beta$ 의 값은? [3점]

- ① 50      ② 60      ③ 70      ④ 80      ⑤ 90

7. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ 이 등식  $A^{-1} = pA + qE$ 를 만족시킬 때, 두 실수  $p, q$ 의 곱  $pq$ 의 값은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [3점]

- ① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1

8.  $x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{pmatrix} \log_3 a & 3 \\ 1 & \log_3 \frac{a}{9} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ 이 해를

갖지 않도록 하는 실수  $a$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{9}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③ 3      ④ 9      ⑤ 27

# 수학 영역(B형)

3

9. 어떤 물질의 부패지수  $P$ 와 일평균 습도  $H(\%)$ , 일평균 기온  $t(^{\circ}\text{C})$  사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$P = \frac{H-65}{14} \times (1.05)^t$$

일평균 습도가 72%, 일평균 기온이  $10^{\circ}\text{C}$ 인 날에 이 물질의 부패지수를  $P_1$ 이라 하자. 일평균 습도가 79%, 일평균 기온이  $x^{\circ}\text{C}$ 인 날에 이 물질의 부패지수가  $4P_1$ 일 때,  $x$ 의 값은? (단,  $1.05^{14} = 2$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 22      ② 24      ③ 26      ④ 28      ⑤ 30

10. 자연수  $n$ 에 대하여  $\log n$ 의 지표를  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{k=1}^{200} (-1)^{a_k}$ 의 값은? [3점]

- ① 16      ② 18      ③ 20      ④ 22      ⑤ 24

11. 이차정사각행렬  $A, B$ 에 대하여

$$AB + A^2 = E, \quad AB + BA = A^2 + B^2$$

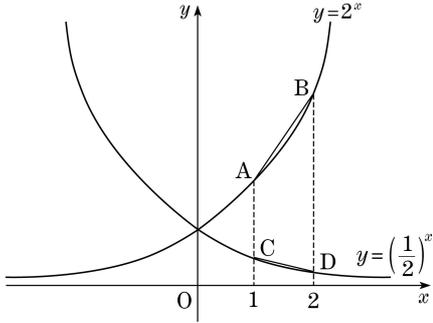
이 성립할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [3점]

< 보 기 >

ㄱ.  $A$ 의 역행렬이 존재한다.  
 ㄴ.  $AB = BA$   
 ㄷ.  $B^{-1} = pA + qB$ 이면  $p+q=3$ 이다. (단,  $p, q$ 는 상수이다.)

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[12~13] 그림과 같이 곡선  $y=2^x$  이 두 직선  $x=1, x=2$  와 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, 곡선  $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$  이 두 직선  $x=1, x=2$  와 만나는 점을 각각 C, D 라 하자. 12 번과 13 번의 두 물음에 답하시오.



12. 네 점 A, B, C, D의  $y$ 좌표를 각각  $a, b, c, d$ 라 하고 이를 성분으로 하는 행렬을  $P=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라 하자. 행렬  $P$ 의 역행렬  $P^{-1}$ 의 모든 성분의 합은? [3점]

- ①  $\frac{3}{2}$     ② 2    ③  $\frac{5}{2}$     ④ 3    ⑤  $\frac{7}{2}$

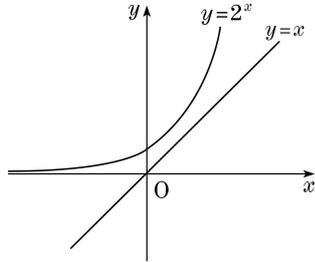
13. 직선 AB의 기울기를  $m_1$ , 직선 CD의 기울기를  $m_2$ 라 하자.  $m_2 = km_1$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{1}{10}$     ②  $-\frac{1}{8}$     ③  $-\frac{1}{6}$     ④  $-\frac{1}{4}$     ⑤  $-\frac{1}{2}$

# 수학 영역(B형)

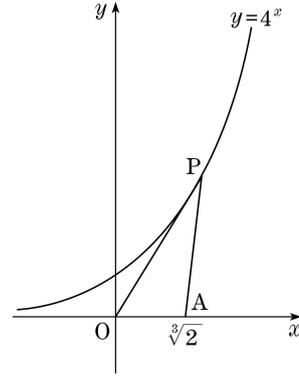
5

14. 그림은 곡선  $y=2^x$  과 직선  $y=x$  이다. 정수  $n$  에 대하여 중심이 곡선  $y=2^x+n$  위에 있고  $x$  축,  $y$  축에 모두 접하는 원의 개수를  $f(n)$  이라 하자.  $f(-2)+f(0)+f(2)$  의 값은? [4점]



- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

15. 그림과 같이 곡선  $y=4^x$  위의 점 P와 점  $A(\sqrt[3]{2}, 0)$  이 있다. 자연수  $n$  에 대하여 삼각형 OAP의 넓이가  $4^n$  이 되도록 하는 점 P의  $x$  좌표를  $a_n$  이라 할 때,  $\sum_{k=1}^9 a_k$  의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① 44      ② 46      ③ 48      ④ 50      ⑤ 52

16. 공차가 3인 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $\sum_{k=1}^{15} (S_{2k} - S_{2k-1}) = 750$  일 때,  $a_{30}$ 의 값은? [4점]

- ① 92      ② 93      ③ 94      ④ 95      ⑤ 96

17. 이차정사각행렬  $A$ 가 등식  $A^2 - 3A + 2E = O$ 를 만족시킨다. 다음은  $n$ 이 2 이상의 자연수일 때, 행렬  $A^n$ 을 구하는 과정이다. (단,  $E$ 는 단위행렬이고,  $O$ 는 영행렬이다.)

$$\begin{aligned}
 & A^2 - 3A + 2E = O \text{에서} \\
 & A^2 - A = 2(A - E) \\
 & A^3 - A^2 = A(A^2 - A) = 2A(A - E) = 2(A^2 - A) \\
 & \quad = 4(A - E) \\
 & A^4 - A^3 = A(A^3 - A^2) = 4A(A - E) = 4(A^2 - A) \\
 & \quad = 8(A - E) \\
 & \quad \vdots \\
 & A^n - A^{n-1} = \boxed{(가)}(A - E) \\
 & \text{위 등식들을 변끼리 더하면} \\
 & A^n - A = \boxed{(나)}(A - E) \\
 & \therefore A^n = \boxed{(나)}(A - E) + A
 \end{aligned}$$

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ 이라 할 때,  $f(9) + g(9)$ 의 값은? [4점]

- ① 754      ② 758      ③ 762      ④ 766      ⑤ 770

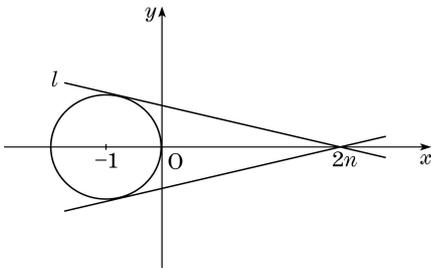
# 수학 영역(B형)

7

18. 자연수  $n$ 에 대하여 점  $(2n, 0)$ 에서 원  $(x+1)^2 + y^2 = 1$ 에 그은 접선을  $l$ 이라 할 때, 수열  $\{a_n\}$ 을

$$a_n = (\text{접선 } l \text{의 기울기의 제곱})$$

이라 하자.  $\sum_{k=1}^{40} a_k$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{6}{41}$     ②  $\frac{7}{41}$     ③  $\frac{8}{41}$     ④  $\frac{9}{41}$     ⑤  $\frac{10}{41}$

19.  $\log 4N$ 의 지표와  $\log N^2$ 의 지표가 같도록 하는 모든 자연수  $N$ 의 개수는? [4점]

- ① 15    ② 16    ③ 17    ④ 18    ⑤ 19

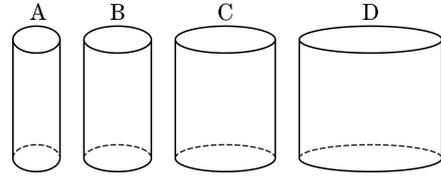
20. 자연수로 이루어진 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_1$ 의 최댓값은? [4점]

(가)  $a_{10} \leq 5120$

(나)  $n$ 이 2 이상의 자연수일 때,  $a_n = 8 + \sum_{k=1}^{n-1} a_k$ 이다.

- ① 9      ② 10      ③ 11      ④ 12      ⑤ 13

21. 그림과 같이 4개의 원기둥 모양의 물통 A, B, C, D는 밑면의 반지름의 길이가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 높이는 모두 같다.



각각의 물통에 매분  $\pi L$ 의 물을 넣어 가득 채울 때, 다음이 성립한다.

(가) 물통 B를 채우는 데 걸리는 시간은 물통 A를 채우는 데 걸리는 시간보다 8분이 더 걸린다.

(나) 물통 C를 채우는 데 걸리는 시간은 물통 B를 채우는 데 걸리는 시간보다 16분이 더 걸린다.

물통 D를 채우는 데 걸리는 시간은? (단, 물통의 두께는 고려하지 않는다.) [4점]

- ① 57분      ② 55분      ③ 53분  
④ 51분      ⑤ 49분

단답형

22.  $\sum_{k=5}^{10} (2k+1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A^{2013}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

24. 수열  $\{a_n\}$ 이  $a_1 = 2$ 이고  $a_{n+1} - a_n = 2n + 3$ 일 때,  $a_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

25.  $x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가  $x=0, y=0$  이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 곱을 구하시오.  
[3점]

26. 수열  $\{a_n\}$ 을

$$a_n = (6^n \text{의 양의 약수 중 짝수인 것의 개수})$$

라 할 때,  $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 두 수 3과 40 사이에 10개의 수를 넣어 만든 등비수열

$$3, a_1, a_2, \dots, a_{10}, 40$$

이 있다. 등식

$$3 + a_1 + a_2 + \dots + a_{10} + 40 = k \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{10}} + \frac{1}{40} \right)$$

을 만족시키는 상수  $k$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 실수  $x, y$ 에 대하여 두 집합  $A, B$ 를

$$A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$B = \{(x, y) \mid |x| \leq 1, |y| \leq 1, xy \leq 0\}$$

라 하자.

집합  $A \cup B$ 의 임의의 원소  $(x, y)$ 에 대하여  $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x+4y}$ ,  $2^{3x-4y}$ 의 최댓값을 각각  $M_1, M_2$ 라 할 때,  $M_1 + M_2$ 의 값을 구하시오.

[4점]

# 수학 영역(B형)

29. 네 자연수  $a_1, a_2, a_3, a_4$ 가  $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$ 를 만족한다.  $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$  ( $n=1, 2, 3$ )이라 할 때, 세 자연수  $b_1, b_2, b_3$ 은 이 순서대로 첫째항과 공차가 같은 등차수열을 이룬다.  $a_4 = 144$ 일 때,  $a_1 + b_1$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림은 색칠되어 있지 않은 빈칸에 자연수를 1부터 차례로 적어 넣는 과정을 나타낸 것이다. 예를 들어 제3행, 제5열의 빈칸에 적힌 수는 12이다. 제  $m$ 행, 제  $n$ 열의 빈칸에 적힌 수가 174일 때,  $m+n$ 의 값을 구하시오. [4점]

	제1열	제2열	제3열	제4열	제5열	제6열	제7열
제1행			5		14		
제2행		3	4		13		
제3행	1	2			12		
제4행				10	11		...
제5행	6	7	8	9			
제6행							
제7행	15	16	...				
							⋮

※ 확인 사항  
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.