2013학년도 9월 고1 전국연합학력평가
정답 및 해설

수학 영역

정답

1	④	2	⑤	3	③	4	③	5	②
6	②	7	⑤	8	④	9	④	10	①
11	①	12	③	13	⑤	14	④	15	③
16	②	17	②	18	⑤	19	①	20	④
21	③	22	10	23	13	24	32	25	81
26	17	27	3	28	116	29	14	30	24

수학 영역

해설

1. [출제의도] 복소수의 사칙연산 계산하기

$i(i+1)+\frac{1}{i}=-1+i-i=-1$

2. [출제의도] 집합의 연산법칙 이해하기

$A\cup(A^C\cap B)=(A\cup A^C)\cap(A\cup B)$
$=U\cap(A\cup B)=A\cup B$

3. [출제의도] 명제의 참과 거짓 추론하기

$r\Rightarrow\sim q$ 이므로 $q\Rightarrow\sim r$
또한 $p\Rightarrow q$이므로 $p\Rightarrow\sim r$
따라서 $r\Rightarrow\sim p$

4. [출제의도] 절댓값을 포함한 부등식의 해 구하기

(i) $x\ge 1$일 때 주어진 부등식은
$2x-2+x\le 4$이므로 $x\le 2$
$\therefore\ 1\le x\le 2$
(ii) $x<1$일 때 주어진 부등식은
$-2x+2+x\le 4$이므로 $x\ge -2$
$\therefore\ -2\le x<1$
(i), (ii)에 의해 $-2\le x\le 2$
따라서 주어진 부등식의 정수인 근은 -2, -1, 0, 1, 2이므로 모든 x의 값의 합은 0

5. [출제의도] 복소수의 거듭제곱 계산하기

$\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{-2i}{2}=-i$ 이므로
$i-\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2013}=i-(-i)^{2013}=i+i=2i$
따라서 $a+bi=2i$에서 $a=0$, $b=2$이므로
$a+b=2$이다.

6. [출제의도] 실수의 대소 관계 추론하기

(i) $A-B=ab-\frac{a^2+b^2}{ab}=ab-\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)$ 에서
$ab<1$, $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}>2$이므로 $A<B$
(ii) $A-C=ab-\frac{a+b}{b}=ab-1-\frac{a}{b}$ 에서
$ab-1<0$이므로 $A<C$
(iii) $B-C=\frac{a^2+b^2}{ab}-\frac{a+b}{b}=\frac{b-a}{a}$ 에서
$b-a>0$이므로 $B>C$
(i), (ii), (iii)에 의해 $A<C<B$

7. [출제의도] 켤레복소수의 성질 이해하기

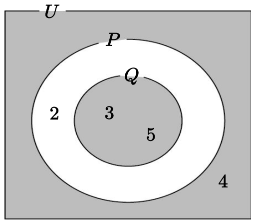
$\alpha\overline{\beta}=1$에서 $\overline{\alpha\overline{\beta}}=\overline{\alpha}\beta=1$이므로
$\frac{1}{\overline{\beta}}=\alpha$, $\beta=\frac{1}{\overline{\alpha}}$
따라서 $\beta+\frac{1}{\overline{\beta}}=\frac{1}{\overline{\alpha}}+\alpha=2i$

8. [출제의도] 무리식을 이용하여 수학외적문제 해결하기

$p_1=3$, $p_2=1$이므로
$v_1=\sqrt{\frac{2\times 2}{4}}=1$
$v_2=\sqrt{\frac{2\times 2}{6+\sqrt{20}}}=\frac{2}{\sqrt{6+2\sqrt{5}}}=\frac{2}{\sqrt{5}+1}$
따라서 $\frac{v_1}{v_2}=\frac{1}{\frac{2}{\sqrt{5}+1}}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

9. [출제의도] 집합의 연산을 이용하여 수학외적문제 해결하기

전체집합 $U=\{2,\ 3,\ 4,\ 5\}$의 두 부분집합 P, Q에 대하여 $P=\{2,\ 3,\ 5\}$, $Q=\{3,\ 5\}$이므로 이를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



c전등이 점등되는 모든 입력값은 위 벤 다이어그램에서 어둡게 색칠된 부분에 있는 원소이다.
따라서 $\{3,\ 4,\ 5\}=P^C\cup Q$

10. [출제의도] 이차방정식의 판별식 이해하기

이차방정식 $x^2-2(k+2)x+2k^2-28=0$이 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식
$D=4(k+2)^2-4(2k^2-28)>0$
즉, $k^2-4k-32<0$이므로 $-4<k<8$
따라서 정수 k의 개수는 11개

11. [출제의도] 나머지정리 이해하기

$f(x)$를 $(x-2)(x+1)$로 나누었을 때 나머지를 $ax+b$라 하면 조건 (다)에 의하여
$f(x)=(x-2)(x+1)(ax+b)+ax+b$
(가), (나)에 의하여
$f(2)=2a+b=7$, $f(-1)=-a+b=1$
즉, $a=2$, $b=3$
따라서 $f(x)=(x-2)(x+1)(2x+3)+2x+3$
이므로 $f(0)=-3$

12. [출제의도] 삼각형의 무게중심 구하기

꼭짓점 B, C의 좌표를 각각 $(a_1,\ b_1)$, $(a_2,\ b_2)$라 하자.
두 점 M, N은 두 변 AB, AC의 중점이므로
$1+a_1=2x_1$, $1+a_2=2x_2$이고
$6+b_1=2y_1$, $6+b_2=2y_2$
그런데 $x_1+x_2=2$, $y_1+y_2=4$이므로
$a_1+a_2=2$, $b_1+b_2=-4$
따라서 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는
$\left(\frac{1+a_1+a_2}{3},\ \frac{6+b_1+b_2}{3}\right)=\left(1,\ \frac{2}{3}\right)$

13. [출제의도] 명제의 필요조건, 충분조건, 필요충분조건 추론하기

조건 p: $|a|+|b|=0 \Leftrightarrow a=b=0$
조건 q: $a^2-2ab+b^2=0 \Leftrightarrow (a-b)^2=0$
$\Leftrightarrow a=b$
조건 r: $|a+b|=|a-b| \Leftrightarrow |a+b|^2=|a-b|^2$
$\Leftrightarrow ab=0$
$\Leftrightarrow a=0$ 또는 $b=0$
ㄱ. p는 q이기 위한 충분조건 (참)
ㄴ. $\sim p$: $a\ne 0$ 또는 $b\ne 0$
$\sim r$: $a\ne 0$ 이고 $b\ne 0$이므로
$\sim p$는 $\sim r$이기 위한 필요조건 (참)
ㄷ. q이고 r이면 $a=b=0$이므로
q이고 r은 p이기 위한 필요충분조건 (참)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. [출제의도] 인수정리 이해하기

$f(x)-g(x)$가 $x+2$를 인수로 가지므로
$f(-2)-g(-2)=0$
$f(-2)=0$이므로 $g(-2)=0$
따라서 $2a-b-2=0$

15. [출제의도] 절대부등식 이해하기

부등식 $x-2\le(a-1)x+b\le 2x^2+5x+2$ 에서
(i) 모든 실수 x에 대하여 $(a-1)x+b\ge x-2$
즉, $(a-2)x+b+2\ge 0$이 성립하여야 하므로
$a=2$, $b\ge -2$
(ii) (i)에서 $a=2$이므로 모든 실수 x에 대하여
$2x^2+4x+2-b\ge 0$이 성립하여야 하므로
판별식 $D=16-4\times 2\times(2-b)\le 0$
따라서 $b\le 0$
(i), (ii)에 의해, $-2\le b\le 0$ 이므로 $\beta-\alpha$의 최댓값은 2이다.

16. [출제의도] 유리식을 이용하여 수학외적문제 해결하기

1차 선택에서 A과목을 선택한 학생의 수를 x, B과목을 선택한 학생의 수를 y라 하자.
선택과목 변경 후에
B과목을 선택한 학생의 수는 $0.1x+0.9y$이므로

$0.1x+0.9y=0.2(x+y)$, $x=7y$
따라서 1차 선택에서 B과목을 선택한 학생의 비율은 $\dfrac{y}{x+y}\times 100=\dfrac{y}{8y}\times 100=12.5(\%)$

17. [출제의도] 유리식의 성질 추론하기
$\dfrac{a+b-c}{c}=\dfrac{a-b+c}{b}=\dfrac{-a+b+c}{a}=k$ 라 하면
$a+b-c=ck$ …… ㉠
$a-b+c=bk$ …… ㉡
$-a+b+c=ak$ …… ㉢
㉠, ㉡, ㉢에서 $\boxed{(k-1)}(a+b+c)=0$
따라서 $a+b+c=0$ 또는 $\boxed{(k-1)}=0$ 이다.
$\boxed{(k-1)}=0$ 일 때,
㉠에서 $a+b=\boxed{2}c$ …… ㉣
㉡에서 $a+c=\boxed{2}b$ …… ㉤
㉣, ㉤에서 $3(b-c)=0$이므로 $b=c$이다.
따라서 ㉣에서 $a=b$이므로 $a=b=c$이다.
그러므로 $\dfrac{a+b-c}{c}=\dfrac{a-b+c}{b}=\dfrac{-a+b+c}{a}$ 이면 $a+b+c=0$ 또는 $a=b=c$이다.
따라서 $f(k)=k-1$, $m=2$이므로
$f(1)+2m=0+4=4$

18. [출제의도] 선분의 외분점을 이용하여 수학내적 문제 해결하기
$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{16+9}=5$
$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{25+144}=13$
선분 AP와 선분 DC가 평행하므로 평행선의 성질에 의하여 $\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{PB}}:\overline{\mathrm{PC}}$
그런데 $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AD}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AD}}=5$
$\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{PB}}:\overline{\mathrm{PC}}=13:5$ 이므로
점 P는 $\overline{\mathrm{BC}}$를 $13:5$로 외분하는 점
따라서 점 P의 좌표는 $\left(\dfrac{77}{8},\ \dfrac{45}{8}\right)$

19. [출제의도] 이차방정식의 근의 성질을 이용하여 수학내적문제 해결하기
풀이1)
주어진 이차방정식에서 $x=\dfrac{-(m+1)\pm\sqrt{D}}{2}$
$D=(m+1)^2-4(2m-1)=m^2-6m+5$
두 근이 정수가 되기 위해서는 D가 제곱수이거나 0
D가 제곱수가 아니므로 $D=0$
따라서 $m=1$ 또는 $m=5$
$m=1$일 때, $x^2+2x+1=0$이므로 두 근은 정수
$m=5$일 때, $x^2+6x+9=0$이므로 두 근은 정수
따라서 모든 정수 m의 값의 합은 6
풀이2)
이차방정식의 두 개의 정수근을 α, β라 하면
$\alpha+\beta=-m-1$ …… ㉠
$\alpha\beta=2m-1$ …… ㉡
㉠에서 $m=-\alpha-\beta-1$ 을 ㉡에 대입하면
$\alpha\beta=2(-\alpha-\beta-1)-1$ 에서
$(\alpha+2)(\beta+2)=1$
α, β는 정수이므로
$\alpha+2=1$, $\beta+2=1$ 또는
$\alpha+2=-1$, $\beta+2=-1$
그러므로 $\alpha=\beta=-1$ 일 때, $m=1$
$\alpha=\beta=-3$ 일 때, $m=5$
따라서 모든 m의 값의 합은 6

20. [출제의도] 다항식의 최대공약수와 최소공배수 사이의 관계 이해하기
이차항의 계수가 1인 두 다항식을 각각
$A=(x-1)(x-\alpha)$,
$B=(x-1)(x-\beta)$ (단, α, β는 서로 다른 실수)
라 하면 두 다항식 A, B의 최소공배수
$x^3+ax^2+bx-6=(x-1)(x-\alpha)(x-\beta)$
양변에 $x=1$을 대입하면 $a+b=5$ ……㉠
$f(x)=(x-1)(x-\alpha)(x-1)(x-\beta)$
$=(x-1)(x^3+ax^2+bx-6)$
이므로 $f(-1)=8$에서 $a-b=3$……㉡
㉠, ㉡ 에서 $a=4$, $b=1$
따라서 $ab=4$

21. [출제의도] 방정식의 근의 성질 추론하기
(가) $f(\sqrt{b}-1)=0$
(나) $g(-\sqrt{b}-1)=1+\sqrt{5}$
ㄱ. $\sqrt{b}-1$이 이차방정식 $x^2+ax-4=0$의 근이므로 $-\sqrt{b}-1$도 $x^2+ax-4=0$의 근
따라서 $f(-\sqrt{b}-1)=0$ (참)
ㄴ. $f(x)=x^2+ax-4=0$의 두 근이 $\sqrt{b}-1$, $-\sqrt{b}-1$이므로 이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의하여 $a=2$, $b=5$ (참)
ㄷ. $g(x)=f(x)Q(x)+px+q$ 라 하면 (나)에서 $1+\sqrt{5}=p(-\sqrt{5}-1)+q$
그러므로 $p=-1$, $q=0$
따라서 $g(x)$를 $f(x)$로 나눈 나머지는 $-x$ (거짓)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ

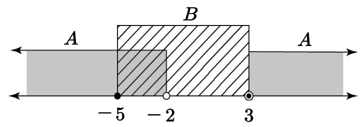
22. [출제의도] 실수의 연산 이해하기
$(\sqrt{7})^2=7\le 2\times 5=10$이므로
$\sqrt{7}\circledcirc 5=2\times 5=10$

23. [출제의도] 삼차방정식의 근 구하기
삼차다항식 x^3-7x+6을 인수분해하면
$(x+3)(x-1)(x-2)$이므로
삼차방정식 $x^3-7x+6=0$의 세 근은 각각
$\alpha=2$, $\beta=1$, $\gamma=-3$ ($\alpha>\beta>\gamma$)
따라서 $\alpha+2\beta-3\gamma=13$

24. [출제의도] 부등식의 성질 이해하기
$ab=8$에서 $a\ne 0$, $b\ne 0$이므로
$a^2>0$, $b^2>0$
부등식의 성질에 의해
$a^2+4b^2\ge 2\sqrt{4a^2b^2}=4|ab|=4\times 8=32$
따라서 최솟값은 32

25. [출제의도] 명제를 이용하여 수학내적문제 해결하기
주어진 명제의 부정은
'모든 실수 x에 대하여 $x^2-18x+k\ge 0$'
실수 전체의 집합에서 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $x^2-18x+k\ge 0$이 성립하려면
판별식 $D=18^2-4k\le 0$, $k\ge 81$
따라서 k의 최솟값은 81

26. [출제의도] 연립부등식을 이용하여 수학내적 문제 해결하기
$A=\{x\,|\,x<-2$ 또는 $x>3\}$이므로 조건 (가)와 (나)를 만족하는 범위를 수직선 위에 나타내면 그림과 같다.



그러므로
$B=\{x\,|\,x^2+ax+b\le 0\}=\{x\,|-5\le x\le 3\}$
$a=2$, $b=-15$
따라서 $a-b=17$

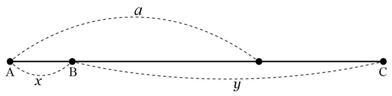
27. [출제의도] 다항식의 곱셈을 이용하여 수학내적문제 해결하기
$a^3+b^3=18$, $a^3b^3=1$에서 $ab=1$
$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=18$ …… ㉠
$a+b=t$ (t는 실수)라 하면 ㉠에서
$t^3-3t-18=(t-3)(t^2+3t+6)=0$
따라서 실수 $t=a+b=3$

28. [출제의도] 평면좌표를 이용하여 수학내적 문제 해결하기
정사각형 $\mathrm{A_3A_4B_4C_4}$는 한 변의 길이가 18이므로 점 $\mathrm{A_3}$의 좌표는 $(12,\ 0)$
정사각형 $\mathrm{OA_1B_1C_1}$, $\mathrm{A_1A_2B_2C_2}$, $\mathrm{A_2A_3B_3C_3}$의 넓이의 비가 $1:4:9$이므로 정사각형의 한 변의 길이의 비는 $\overline{\mathrm{OA_1}}:\overline{\mathrm{A_1A_2}}:\overline{\mathrm{A_2A_3}}=1:2:3$
$\overline{\mathrm{OA_3}}=12$ 이므로
$\overline{\mathrm{OA_1}}=2$, $\overline{\mathrm{A_1A_2}}=4$, $\overline{\mathrm{A_2A_3}}=6$
그러므로 $\mathrm{B_1}(2,\ 2)$, $\mathrm{B_3}(12,\ 6)$
따라서 $\overline{\mathrm{B_1B_3}}^2=(\sqrt{100+16})^2=116$

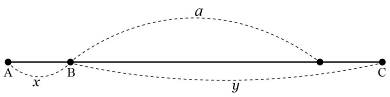
29. [출제의도] 이차방정식의 근과 계수와의 관계를 이용하여 수학내적문제 해결하기
$x^2+(a-4)x-1=0$의 두 근이 α, β이므로
이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=-a+4$ …… ㉠
$\alpha\beta=-1$ …… ㉡
$x^2+ax+b=0$의 두 근이 α, γ이므로
이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의하여
$\alpha+\gamma=-a$ …… ㉢
$\alpha\gamma=b$ …… ㉣
㉠, ㉢에서 $\beta-\gamma=4$이므로 $2\alpha=\beta-\gamma$에서
$2\alpha=4$ 즉, $\alpha=2$
$\alpha=2$를 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣에 대입하여 풀면
$\beta=-\dfrac{1}{2}$, $\gamma=-\dfrac{9}{2}$, $a=\dfrac{5}{2}$, $b=-9$
따라서 $2a-b=5-(-9)=14$

30. [출제의도] 연립방정식을 이용하여 수학외적문제 해결하기
A와 B사이의 거리를 x, B와 C사이의 거리를 y라 하자.

(i) 갑이 a 만큼 이동하였을 때, 을이 이동한 거리는 $a-x$ 이므로 $a-x=\frac{1}{2}(x+y)$



(ii) 을이 이동한 거리가 a 일 때, 갑이 A에서 출발하여 이동한 거리는 $x+a$ 이므로 $x+a=y$



(i), (ii)에 의해 $y=x+x+\frac{1}{2}(x+y)$이므로

$y=5x$

이때, 이동한 거리의 총합은

$x+y+y=x+2y=66$ 이므로 $x=6$, $y=30$

따라서 $a=y-x=30-6=24$