

# 수학 영역

## 제 2 교시

1

1. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합

$A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 4\}$ 에 대하여 집합  $(A^C \cap B)^C$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 5                      ② 7                      ③ 9  
 ④ 11                     ⑤ 13

3. 세 다항식  $A = x^2 - xy + 2y^2$ ,  $B = x^2 + xy + y^2$ ,  $C = x^2 - y^2$ 에 대하여  $(A + 2B) - (B + C)$ 를 간단히 한 것은? [2점]

- ①  $x^2 + y^2$               ②  $x^2 - 2y^2$               ③  $x^2 + 4y^2$   
 ④  $2x^2 - 2y^2$             ⑤  $2x^2 + 4y^2$

2.  $a = 1 - i$ ,  $b = 1 + i$ 일 때,  $2ab$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [2점]

- ① -4                      ② -2                      ③ 0  
 ④ 2                        ⑤ 4

4.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + 2kx + 3k - 2 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 3                        ② 4                        ③ 5  
 ④ 6                        ⑤ 7

5. 연립부등식  $\begin{cases} |2x-1| < 5 \\ x^2-5x+4 \leq 0 \end{cases}$  을 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 개수는?

[3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3
- ④ 4                      ⑤ 5

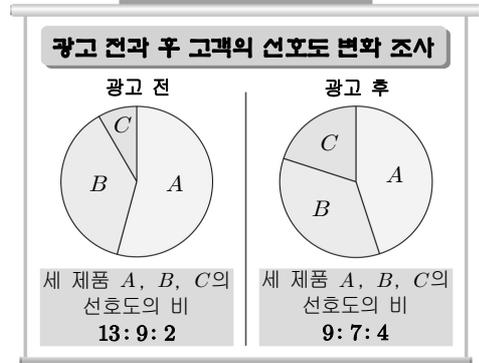
6. 좌표평면 위에 직선  $y=x$  위의 한 점  $P$ 가 있다.

점  $P$ 에서 점  $A(3, 2)$ 와 점  $B(5, 3)$ 에 이르는 거리의 합  $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 값이 최소일 때, 삼각형  $ABP$ 의 넓이는? [3점]

- ① 1                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 2
- ④  $\frac{5}{2}$                       ⑤ 3

7. 어느 설문조사 기관에서 세 제품  $A, B, C$ 에 대하여 광고 전과 후의 고객 선호도 변화를 조사하였다.

광고 전과 후의 세 제품  $A, B, C$ 의 선호도의 비는 그림과 같고 선호도 조사에 참여한 고객 수는 변함이 없다.



조사에 참여한 고객 수에 대한 광고 전 제품  $C$ 를 선호하는 고객의 비율이  $r_1$ , 광고 후 제품  $C$ 를 선호하는 고객의 비율이  $r_2$ 일 때,  $r_2 - r_1$ 의 값은? (단, 조사에 참여한 고객은 세 제품  $A, B, C$  중 반드시 하나의 제품만 선택하도록 한다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{20}$                       ②  $\frac{1}{12}$                       ③  $\frac{7}{60}$
- ④  $\frac{3}{20}$                       ⑤  $\frac{11}{60}$

8.  $x > -1$ 에서 정의된 이차함수  $f(x)$ 와 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $g(15)$ 의 값은? [3점]

(가)  $f(g(x))=x$   
 (나)  $f(0)=0, f(1)=3, g(8)=2$

- ① 3                      ②  $\frac{7}{2}$                       ③ 4  
 ④  $\frac{9}{2}$                       ⑤ 5

9. 다항식  $x^3+ax^2-x-1$ 을  $x^2-1$ 로 나눈 몫은  $Q(x)$ 이고, 나머지는 상수  $R$ 이다.  $Q(a)=R$ 일 때, 실수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① -2                      ② -1                      ③ 0  
 ④ 1                        ⑤ 2

10. 두 집합  $X=\{0, 1, 2\}$ ,  $Y=\{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 두 함수  $f: X \rightarrow Y, g: X \rightarrow Y$ 를

$$f(x)=2x^2-4x+3, g(x)=a|x-1|+b$$

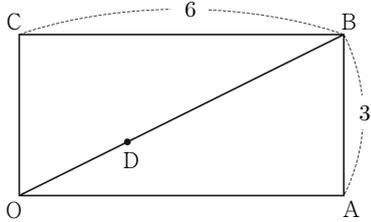
라 하자. 두 함수  $f$ 와  $g$ 가 서로 같도록 하는 상수  $a, b$ 에 대하여  $2a-b$ 의 값은? [3점]

- ① -3                      ② -1                      ③ 1  
 ④ 3                        ⑤ 5

11. 그림과 같이 가로 길이가 6, 세로 길이가 3인

직사각형 OABC에 대하여 선분 OB를 1:2로 내분하는 점을 D라 하자. 선분 OD를 2:3으로 외분하는 점과 직선 CD사이의 거리는?

[3점]



①  $\frac{3}{2}\sqrt{2}$

②  $\frac{5}{2}\sqrt{2}$

③  $\frac{7}{2}\sqrt{2}$

④  $\frac{9}{2}\sqrt{2}$

⑤  $\frac{11}{2}\sqrt{2}$

12. 비틀림 진자는 탄성을 가진 연결 줄과 끝에 매달린 원판으로

구성된다. 탄성을 갖는 연결 줄의 비틀림 상수를  $x(x > 0)$ , 원판의 관성 모멘트를  $y(y > 0)$ , 원판이 줄에 매달려 있는 비틀림 진자의 주기를  $T$ 라 할 때, 다음 관계식이 성립한다.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{y}{x}}$$

탄성을 가진 연결 줄 A에 원판 A'이 매달려 있는 비틀림 진자의 주기를  $T_A$ , 탄성을 가진 연결 줄 B에 원판 B'이 매달려 있는 비틀림 진자의 주기를  $T_B$ 라 하자.

연결 줄 A의 비틀림 상수는 연결 줄 B의 비틀림 상수의 4배, 원판 A'의 관성 모멘트는 원판 B'의 관성 모멘트의  $4 + \sqrt{12}$  배

이다.  $\frac{T_A}{T_B}$ 의 값은? (단, 관성 모멘트는 회전하는 물체가 상태를 유지하려는 에너지의 크기이다.) [3점]

①  $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

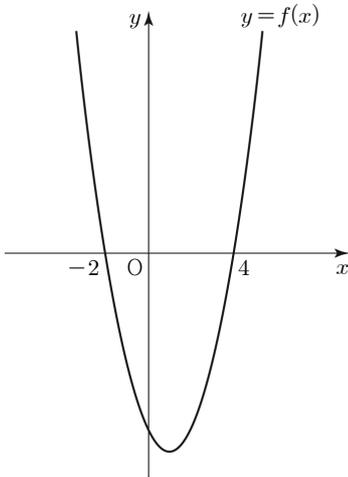
②  $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

③  $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$

④  $\frac{1+2\sqrt{3}}{2}$

⑤  $\frac{1+3\sqrt{2}}{2}$

[13~14] 그림은 최고차항의 계수가 1이고  $f(-2) = f(4) = 0$ 인 이차함수  $y = f(x)$ 의 그래프이다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 방정식  $f(2x-1)=0$ 의 두 근의 합은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

14. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 함수  $y = -f(x)+2$ 의 그래프의 꼭짓점을 각각 A, B라 하고, 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 함수  $y = -f(x)+2$ 의 그래프가 만나는 두 점을 각각 C, D라 하자. 사각형 ABCD의 넓이는? [4점]

- ①  $5\sqrt{10}$                       ②  $10\sqrt{5}$                       ③  $10\sqrt{10}$   
 ④  $20\sqrt{5}$                       ⑤  $20\sqrt{10}$

15. 정수 전체의 집합에서 연산  $\odot$ 를

$$a \odot b = ab - 3a - 3b + 12$$

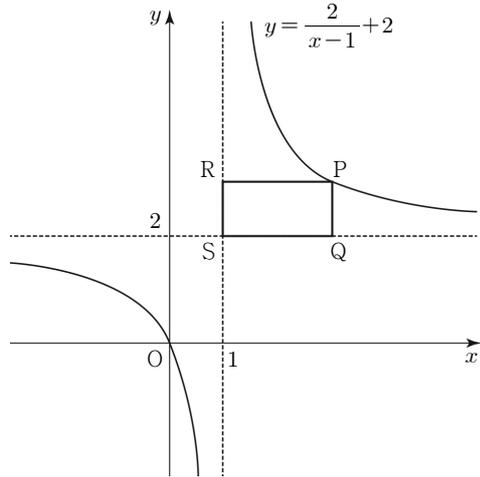
로 정의할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 >
- ㄱ.  $3 \odot 4 = 4 \odot 3$
  - ㄴ. 연산  $\odot$ 에 대한 항등원은 3이다.
  - ㄷ. 연산  $\odot$ 에 대한 역원이 존재하는 모든 정수의 개수는 2이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 그림과 같이 함수  $y = \frac{2}{x-1} + 2$ 의 그래프 위의 한 점 P에서

이 함수의 그래프의 두 점근선에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하고, 두 점근선의 교점을 S라 하자. 사각형 PRSQ의 둘레의 길이의 최솟값은? (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.) [4점]



- ①  $2\sqrt{2}$
- ② 4
- ③  $4\sqrt{2}$
- ④ 8
- ⑤  $8\sqrt{2}$

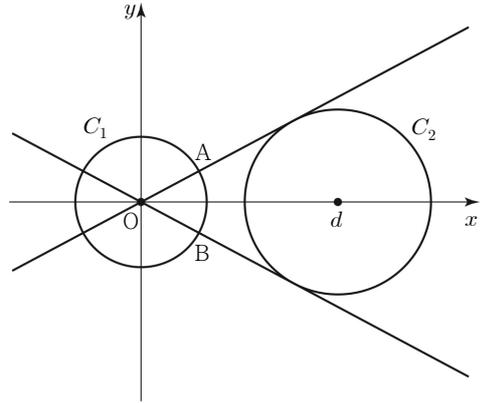
17. 어느 제약회사는 마늘과 은행잎에서 천연성분을 추출하여 치료제를 만든다고 한다. 각각의 마늘 1kg과 은행잎 1kg에서 추출되는 천연성분 A, B의 양과 천연성분 A, B를 추출하는데 드는 비용은 표와 같다.

| 구분  | 천연성분 A<br>(mg) | 천연성분 B<br>(mg) | 추출비용<br>(만원) |
|-----|----------------|----------------|--------------|
| 마늘  | 3              | 2              | 2            |
| 은행잎 | 1              | 3              | 1            |

천연성분이 함유된 치료제 1통을 만들기 위해서는 천연성분 A가 45mg 이상, 천연성분 B가 65mg 이상 필요하다. 이 치료제 1통을 만들기 위해 마늘과 은행잎에서 천연성분 A, B를 추출하는데 드는 최소 비용(만원)은? [4점]

- ① 20                      ② 25                      ③ 30  
 ④ 35                      ⑤ 40

18. 그림과 같이 중심이 원점 O이고 반지름의 길이가 a인 원  $C_1$ 과 중심이  $(d, 0)$ 이고 반지름의 길이가 r인 원  $C_2$ 가 있다. 원점 O에서 원  $C_2$ 에 그은 두 접선과 원  $C_1$ 의 교점 중 x좌표가 양수인 점을 각각 A, B라 하자. 다음은 선분 AB의 길이를 구하는 과정이다. (단,  $d > r$ )



원점 O에서 원  $C_2$ 에 그은 접선을  $y = mx$  ..... ㉠라 하자. 점  $(d, 0)$ 과 직선  $y = mx$  사이의 거리는 r이므로  $r^2(m^2 + 1) = d^2 \times$  [ (가) ] ..... ㉡이 성립한다. 또한, ㉠과 원  $C_1$ 의 방정식에서  $y^2 \times$  [ (나) ] =  $m^2 a^2$  ..... ㉢이 성립한다. ㉡, ㉢에서 두 교점의 y좌표는 각각  $\frac{ar}{d}$ ,  $-\frac{ar}{d}$  이다. 따라서 선분 AB의 길이는  $\frac{2ar}{d}$  이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(m)$ ,  $g(m)$ 이라 할 때,  $f(2) \times g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 36                      ② 40                      ③ 44  
 ④ 48                      ⑤ 52

19. 방정식  $(x^2 - 4x + 3)(x^2 - 6x + 8) = 120$ 의 한 허근을  $\omega$ 라 할 때,  $\omega^2 - 5\omega$ 의 값은? [4점]

- ① -16                      ② -14                      ③ -12  
 ④ -10                      ⑤ -8

20. 좌표평면 위에 세 점 A(5, 3), B(2, 1), C(3, 0)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. 선분 OC위를 움직이는 점 D에 대하여 삼각형 ABC의 넓이와 삼각형 ADC의 넓이가 같을 때, 직선 AD의 기울기는? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ①  $\frac{5}{7}$                       ②  $\frac{3}{4}$                       ③  $\frac{7}{9}$   
 ④  $\frac{4}{5}$                       ⑤  $\frac{9}{11}$

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수  $f(x), g(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 2 & (x > 2) \\ x & (|x| \leq 2) \\ -2 & (x < -2) \end{cases}, \quad g(x) = x^2 - 2$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보기 >

ㄱ.  $(f \circ g)(2) = 2$   
 ㄴ.  $(g \circ f)(-x) = (g \circ f)(x)$   
 ㄷ.  $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 연립방정식  $\begin{cases} x+y=5 \\ y+z=6 \\ 2x+z=7 \end{cases}$  의 해를  $x=\alpha, y=\beta, z=\gamma$  라

할 때,  $\alpha\beta\gamma$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 이차방정식  $2x^2 - 4x + k = 0$ 의 서로 다른 두 실근  $\alpha, \beta$ 가

$\alpha^3 + \beta^3 = 7$ 을 만족시킬 때, 상수  $k$ 에 대하여  $30k$ 의 값을 구하시오.  
 [3점]

24. 실수  $x$ 에 대하여 세 조건  $p, q, r$ 가

$$p : 0 < x \leq 7$$

$$q : -1 \leq x \leq a$$

$$r : x \geq b$$

이다.

$p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이고,  $r$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건일 때,  $a-b$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

26. 두 복소수  $z_1 = \frac{\sqrt{2}}{1+i}$ ,  $z_2 = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에 대하여  $z_1^n = z_2^n$ 을

만족시키는 자연수  $n$ 의 최솟값을 구하시오. (단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [4점]

25. 좌표평면에서 점  $(1, 4)$ 를 점  $(-2, a)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여,

$$\text{원 } x^2 + y^2 + 8x - 6y + 21 = 0 \text{ 은}$$

$$\text{원 } x^2 + y^2 + bx - 18y + c = 0 \text{ 으로 옮겨진다.}$$

세 실수  $a, b, c$ 의 합  $a+b+c$ 의 값을 구하시오. [3점]

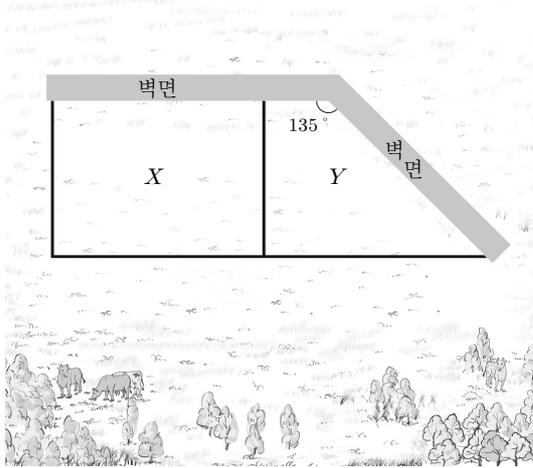
27.  $3 \leq x \leq 5$ 에서 정의된 두 함수  $y = \frac{-2x+4}{x-1}$  와  $y = \sqrt{3x+k}$ 의 그래프가 한 점에서 만나도록 하는 실수  $k$ 의 최댓값을  $M$ 이라 할 때,  $M^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 정의역이 실수 전체의 집합이고 이차항의 계수가 1인 이차함수  $y = f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(-2) = f(6)$
- (나) 함수  $f(x)$ 의 최솟값은  $-9$ 이다.

방정식  $f(|f(x)|) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이  $135^\circ$ 로 꺾인 벽면이 있는 땅에 길이가 150m인 철망으로 울타리를 설치하여 직사각형 모양의 농장 X와 사다리꼴 모양의 농장 Y를 만들려고 한다.  
 농장 X의 넓이가 농장 Y의 넓이의 2배일 때, 농장 Y의 넓이의 최댓값을  $S(\text{m}^2)$ 라 하자.  $S$ 의 값을 구하시오. (단, 벽면에는 울타리를 설치하지 않고, 철망의 폭은 무시한다.) [4점]



30. 삼차항의 계수가 각각 1이고 이차항의 계수가 서로 다른 두 삼차 다항식  $p(x)$ ,  $q(x)$ 가 있다.

두 다항식  $A(x)$ 와  $B(x)$ 를

$$A(x) = p(x) + q(x), \quad B(x) = p(x) - q(x)$$

라 할 때,  $A(x)$ 와  $B(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $A(0) = A(1) = 0$
- (나)  $B(0) = 4, B(-1) = 0$
- (다)  $p(x)$ 와  $q(x)$ 의 최대공약수는 이차다항식이다.

$A(2) \times B\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.