

수학 영역(A형)

제 2 교시

1

1. $4^{\frac{1}{2}} \times \log_2 8$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 8 ③ 10
 ④ 12 ⑤ 14

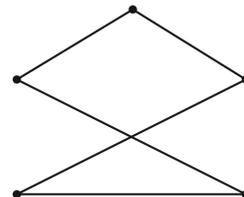
3. 지수부등식 $9^x \leq 3^{x+4}$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은? [2점]

- ① 3 ② 6 ③ 10
 ④ 15 ⑤ 21

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+2B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 8 ② 9 ③ 10
 ④ 11 ⑤ 12

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 0의 개수는? [3점]



- ① 7 ② 9 ③ 11
 ④ 13 ⑤ 15

5. 정의역이 $\{x | -2 \leq x \leq 1\}$ 인 함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$
 ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

6. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{10} a_n = 4$, $\sum_{n=1}^{10} (2a_n - 1)^2 = 34$ 일 때,

$\sum_{n=1}^{10} a_n^2$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

7. 공비가 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_5}{a_2} = 2, a_4 + a_7 = 12$$

일 때, a_{13} 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 32 ③ 34
 ④ 36 ⑤ 38

8. 실수 x, y 에 대하여 $27^x = 5, 125^y = 9$ 일 때, xy 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

9. 로그부등식 $(\log_2 x)^2 - \log_2 x^6 + 8 \leq 0$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는? [3점]

- ① 11 ② 13 ③ 15
 ④ 17 ⑤ 19

10. 두 이차정사각행렬 A, B 가 다음 조건을 만족시킨다.

(단, E 는 단위행렬이다.)

(가) $AB + A = E$
 (나) $AB \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

$(B+E) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ 를 만족시키는 두 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은? [3점]

- ① -6 ② -3 ③ 0
 ④ 3 ⑤ 6

11. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = \frac{n(n+3)}{2}$

일 때, $\sum_{n=1}^{20} \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{11}$

② $\frac{2}{11}$

③ $\frac{3}{11}$

④ $\frac{4}{11}$

⑤ $\frac{5}{11}$

12. 추진제를 연소하여 가스가 분사됨에 따라 로켓의 질량은 감소하고, 로켓의 속력은 증가한다.

질량이 m_0 (ton), 속력이 v_0 (km/초)인 로켓이 비행하는 동안 질량이 m (ton), 속력이 v (km/초)로 변할 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$v = k\alpha \log\left(\frac{m_0}{m}\right) + v_0$$

(단, k 는 상수, α 는 로켓에서 본 분사 가스의 속력을 나타내는 상수이고 단위는 km/초이다.)

질량이 200 (ton), 속력이 2 (km/초)인 로켓이 비행하는 동안 질량이 160 (ton), 속력이 2.5 (km/초)로 변화하였고, 이후 질량이 a (ton), 속력이 3 (km/초)으로 변화하였다.

이때, a 의 값은? (단, 로켓은 직선 궤도를 따라 비행하고 로켓에는 가스 분사로 인한 힘만 작용한다.) [3점]

① 122

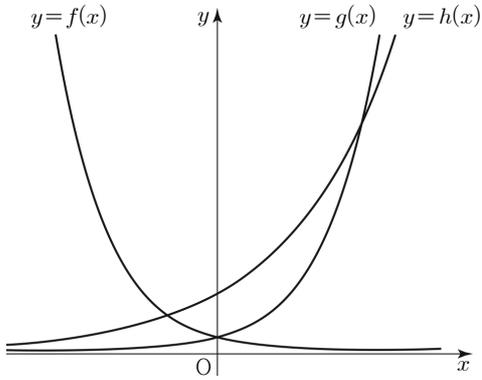
② 125

③ 128

④ 131

⑤ 134

[13~14] 세 지수함수 $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$, $g(x) = 4^x$, $h(x) = 2^{x+2}$ 의 그래프가 그림과 같다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 함수 $y = h(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 A, y 축과 만나는 점을 B라 하자. 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [3점]

- ① 24 ② 26 ③ 28
 ④ 30 ⑤ 32

14. 양수 k 에 대하여 $x = k$ 에서의 함수값 $f(k)$, $g(k)$, $h(k)$ 를 크기 순서대로 나열하였을 때, 이 순서대로 등비수열을 이루는 k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$
 ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{14}{5}$

15. 좌표평면에서 지수함수 $f(x) = a^x$ 에 대하여

함수 $y = f(x)$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동시킨 후,
 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동시키면 지수함수 $y = g(x)$ 의
 그래프가 된다.

이때, 두 함수 $f(x), g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 함수 $y = g(x)$ 의 그래프는
 직선 $x = 1$ 에 대하여 대칭이다.

(나) $f(3) = 16g(3)$

두 양수 a, m 에 대하여 $a+m$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

16. 두 자연수 A, B 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\log \frac{10A}{B} = 3$

(나) $\log AB$ 의 지표는 4이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $A = 100B$

ㄴ. A 는 네 자리 자연수이다.

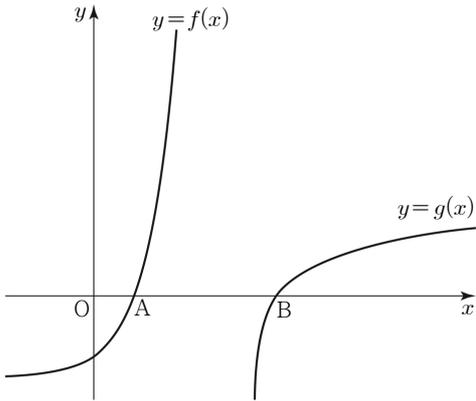
ㄷ. $\log B$ 의 가수를 α 라 하면 $0 \leq \alpha < \frac{1}{2}$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 두 함수 $f(x) = 2^x - k$, $g(x) = \log_2(x - 2k)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 두 함수의 그래프의 점근선이 만나는 점의 좌표를 (a, b) 라 하자.

$\overline{AB} = 2k - 1$ 일 때, $2a + b$ 의 값은? (단, $k > \frac{1}{2}$) [4점]

- ① 3 ② 6 ③ 9
 ④ 12 ⑤ 15



18. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$ 이고,

$$n(n+2)a_{n+1}^2 = \sum_{k=1}^n a_k^2 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

$$a_n^2 = b_n, \quad \sum_{k=1}^n a_k^2 = S_n \text{ 이라 하면}$$

$$b_1 = 1, \quad n(n+2)b_{n+1} = S_n$$

$$b_n = S_n - S_{n-1} \quad (n \geq 2) \text{ 이고, } b_1 = 1, \quad b_2 = \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

모든 자연수 n 에 대하여

$$b_{n+1} = \boxed{\text{(가)}} \times b_n \dots\dots (*)$$

(*)의 n 에 1, 2, 3, ..., $n-1$ 을 차례로 대입하여 얻어진 $(n-1)$ 개의 등식을 변끼리 곱하여 정리하면

2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} \dots\dots$$

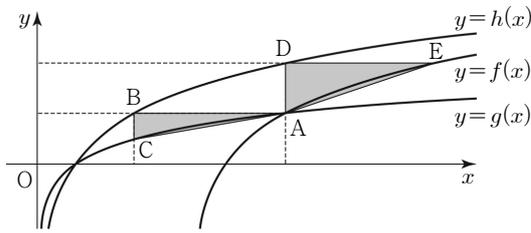
⋮

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때,

$\frac{f(11)}{g(12)}$ 의 값은? [4점]

- ① 66 ② 67 ③ 68
 ④ 69 ⑤ 70

19. 그림과 같이 두 함수 $f(x)=\log_2(x-4)$, $g(x)=\log_4x$ 의 그래프가 만나는 점을 A, 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $h(x)=\log_2x$ 의 그래프와 만나는 점을 B, 점 B를 지나고 y 축에 평행한 직선이 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 C라 하자.
또한, 점 A를 지나고 y 축에 평행한 직선이 함수 $y=h(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 D, 점 D를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 E라 하자.
두 삼각형 ABC, AED의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 할 때, $\frac{S_1}{S_2}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

20. 두 이차정사각행렬 A, B가

$$AB+B=A, ABA-A^2=E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E는 단위행렬이다.) [4점]

< 보기 >

- ㄱ. $AB=BA$
- ㄴ. $A^3B^3=E$
- ㄷ. $(A-E)^{30}=-3^{15}E$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

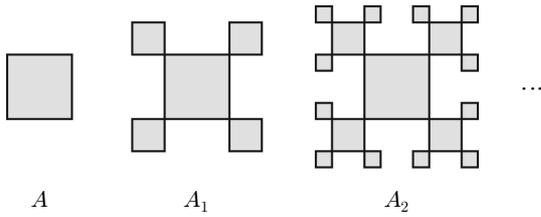
21. 한 변의 길이가 1인 정사각형 A 가 있다. 그림과 같이 새로 그리는 정사각형의 한 변이 A 의 한 변과 평행하도록 다음 [단계]에 따라 정사각형을 그린다.

[단계 1] 정사각형 A 의 각 꼭짓점을 한 꼭짓점으로 하고 한 변의 길이가 $\frac{1}{2}$ 인 정사각형을 A 와 한 점에서만 만나도록 각각 그려 그림 A_1 을 얻는다.

[단계 2] [단계 1]에서 새로 그린 정사각형의 꼭짓점 중 다른 정사각형과 만나지 않은 각 꼭짓점을 한 꼭짓점으로 하고, 한 변의 길이가 $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ 인 정사각형을 A_1 과 한 점에서만 만나도록 각각 그려 그림 A_2 를 얻는다.

⋮

[단계 n] [단계 $n-1$]에서 새로 그린 정사각형의 꼭짓점 중 다른 정사각형과 만나지 않은 각 꼭짓점을 한 꼭짓점으로 하고, 한 변의 길이가 $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ 인 정사각형을 A_{n-1} 과 한 점에서만 만나도록 각각 그려 그림 A_n 을 얻는다.



자연수 n 에 대하여 그림 A_n 의 정사각형의 개수를 a_n 이라 하자.

예를 들어, $a_1 = 5$, $a_2 = 17$ 이다. $\frac{a_{15} + 1}{a_{10} + 1}$ 의 값은? [4점]

- ① 237
- ② 240
- ③ 243
- ④ 246
- ⑤ 249

단답형

22. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고,

$$a_{n+1} = a_n + 3 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킨다. a_{30} 의 값을 구하시오. [3점]

23. $2^{a-1} + 2^{-a} = 3$ 일 때, $4^{a-1} + 4^{-a}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ 에 대하여 이차정사각행렬 C 가

$AB = CA$ 를 만족시킨다. 행렬 C 의 모든 성분의 합이 9일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

26. x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - (2n+1)x + n(n+1) = 0$$

의 두 근을 a_n, b_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} (1-a_n)(1-b_n)$ 의 값을 구하시오.

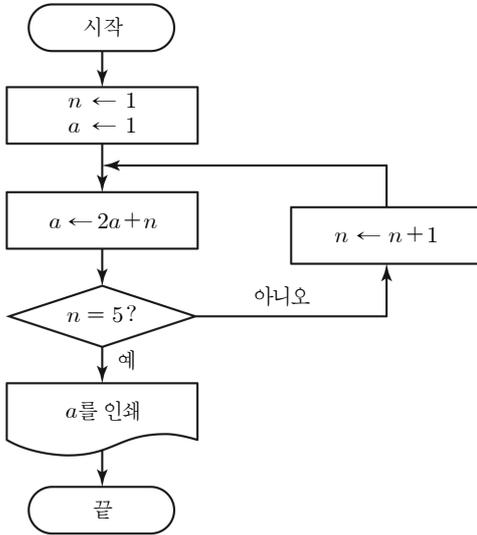
[4점]

25. 좌표평면 위의 두 점 $O(0, 0)$, $A(\sqrt{23}, \log_2 k)$ 에 대하여

선분 OA 를 1:3으로 내분하는 점을 B 라 하자.

$\overline{OB} = \sqrt{2}$ 를 만족시키는 모든 양수 k 의 값의 합을 S 라 할 때, $8S$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 다음 순서도에서 인쇄되는 a 의 값을 구하시오. [4점]



28. 첫째항이 1인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_2 + a_6 + a_{10} = 8$

(나) $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 25$

이때, n 의 값을 구하시오. [4점]

29. 좌표평면에서 함수 $f(x) = a^x - \frac{5}{4}$ ($a > 1$)의 그래프와 그 역함수의 그래프가 만나는 두 점을 A, B라 하자.
선분 AB의 중점이 원점일 때, a^3 의 값을 구하시오. [4점]

30. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases} \quad (a, b, c, d, p, q \text{는 실수})$$

가 오직 한 쌍의 해 $x = \alpha, y = \beta$ 를 가질 때,

연립일차방정식 $\begin{pmatrix} b & a \\ d & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ 의 해는 $x = x_1, y = y_1$ 이고

연립일차방정식 $\begin{pmatrix} b & a \\ d & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -p \\ -q \end{pmatrix}$ 의 해는 $x = x_2, y = y_2$ 이다.

좌표평면 위의 세 점 $A(\alpha, \beta), B(x_1, y_1), C(x_2, y_2)$ 에 대하여

$\overline{BC} = 20$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이의 최댓값을 구하시오.

(단, $|\alpha| \neq |\beta|$) [4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.