

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다형

1. 등식 $2x(3+i)=3y+4i$ 를 만족시키는 두 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

2. 두 다항식

$$A = 2x^3 + x^2 - 4x + 1$$

$$B = x^2 - 4x + 3$$

에 대하여 $A - 2X = B$ 를 만족시키는 다항식 X 는? [2점]

- ① $x^2 + 1$ ② $x^2 + 2$
 ③ $x^3 - 1$ ④ $x^3 - 2$
 ⑤ $x^3 + 3$

3. 두 실수 a, b 에 대하여 $a+b=4, a^3+b^3=40$ 일 때, ab 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 부등식 $2|x-2| \leq 5$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

5. x 에 대한 다항식 $(ax+2)^3+(x-1)^2$ 을 전개한 식에서 x 의 계수가 34일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

6. 두 양수 m, n 에 대하여 좌표평면 위의 점 $A(-2, 1)$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 점을 B 라 하고, 점 B 를 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 점을 C 라 하자. 세 점 A, B, C 를 지나는 원의 중심의 좌표가 $(3, 2)$ 일 때, mn 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

7. 사차방정식 $(x^2+x-1)(x^2+x+3)-5=0$ 의 서로 다른 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha\bar{\alpha}+\beta\bar{\beta}$ 의 값은? (단, \bar{z} 는 z 의 켈레 복소수이다.) [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

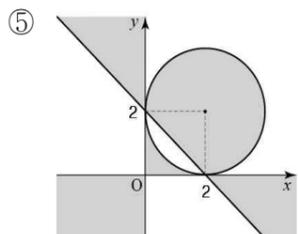
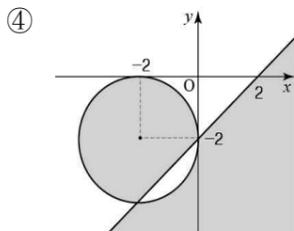
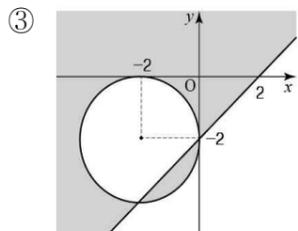
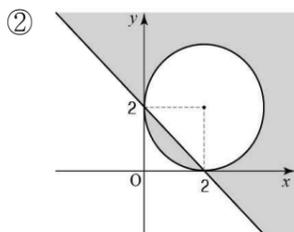
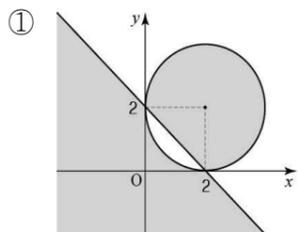
8. 다항식 $f(x)=x^2+px+q$ (p, q 는 실수)가 다음 두 조건을 만족시킨다.

- (가) 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는 1이다.
(나) 실수 a 에 대하여 이차방정식 $f(x)=0$ 의 한 근은 $a+i$ 이다.

$p+2q$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9. 부등식 $(x+y-2)(x^2+y^2-4x-4y+4) \leq 0$ 의 영역을 좌표 평면 위에 어두운 부분으로 바르게 나타낸 것은? (단, 경계선은 포함한다.) [3점]



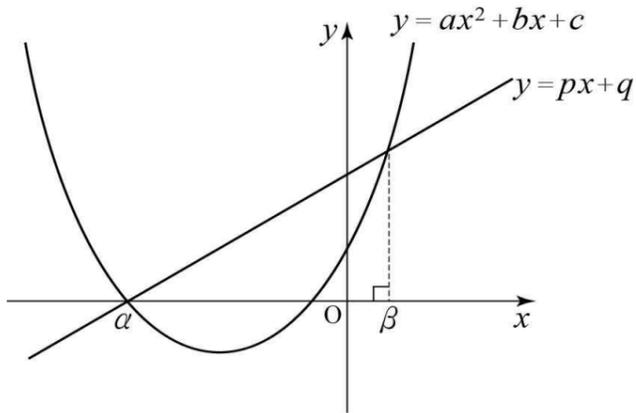
10. 처음 속도 v_0 으로 지면과 수직하게 위로 던져진 물체의 운동은 위쪽을 (+)방향으로 하면 처음 속도의 방향과 가속도의 방향이 반대가 되어 가속도가 $-g$ 인 등가속도 직선운동을 한다. 이때, 시간 t 초에 대한 물체의 높이 $h(m)$ 은

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (g : \text{천체의 중력가속도})$$

이다. 지구에서의 중력가속도가 $10 (m/s^2)$ 일 때 처음 속도 $10 (m/s)$ 로 던져진 물체의 높이 $h(m)$ 의 최댓값은 M_1 , 목성의 한 위성에서의 중력가속도가 $6 (m/s^2)$ 일 때 처음 속도 $10 (m/s)$ 로 던져진 물체의 높이 $h(m)$ 의 최댓값은 M_2 이다. $M_2 - M_1$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

11. 직선 $y=px+q$ 와 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]



<보 기>

ㄱ. $b^2 - 4ac > 0$
 ㄴ. $aq^2 + bq + c > 0$
 ㄷ. 부등식 $ax^2 + (b-p)x + c - q \leq 0$ 의 해는 $\alpha \leq x \leq \beta$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 서로 다른 두 점 A, B에 대하여 $\overline{AB}=l$ 이라 하자. $y=f(x)$ 의 그래프가 직선 $y=1$ 과 만나는 서로 다른 두 점 C, D에 대하여 $\overline{CD}=l+1$, $y=f(x)$ 의 그래프가 직선 $y=4$ 와 만나는 서로 다른 두 점 E, F에 대하여 $\overline{EF}=l+3$ 이다. l 의 값은? [4점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

13. 직선 $x-2y=9$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 도형이 원 $(x-3)^2+(y+5)^2=k$ 에 접할 때, 실수 k 의 값은? [3점]

- ① 80 ② 83 ③ 85 ④ 88 ⑤ 90

[14~15] 두 다항식 $P(x)=3x^3+x+11$, $Q(x)=x^2-x+1$ 에 대하여 14번과 15번의 두 물음에 답하시오.

14. 다항식 $P(x)+4x$ 를 다항식 $Q(x)$ 로 나눈 나머지가 $5x+a$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

15. x 에 대한 이차방정식 $P(x)-3(x+1)Q(x)+mx^2=0$ 이 2보다 작은 한 근과 2보다 큰 한 근을 갖도록 하는 정수 m 의 개수는? [4점]

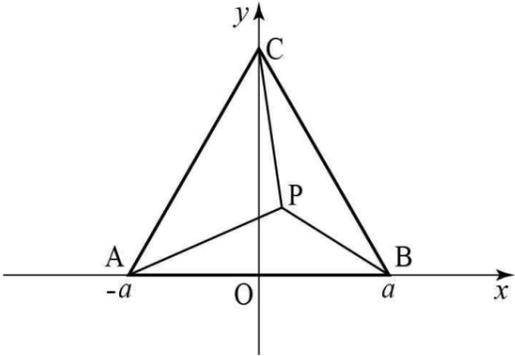
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2 + 4x - 21 \leq 0 \\ x^2 - 5kx - 6k^2 > 0 \end{cases}$ 의 해가 존재하도록 하는 양의 정수 k 의 개수는? [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

17. 다음은 한 변의 길이가 $2a$ 인 정삼각형 ABC 의 내부의 점 P 가 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = \overline{CP}^2$ 을 만족할 때, $\angle APB = 150^\circ$ 임을 증명하는 과정이다.

<증명>
 그림과 같이 변 AB 를 x 축 위에 놓고
 변 AB 의 중점을 원점 O 라 하면
 점 A 의 좌표는 $(-a, 0)$,
 점 B 의 좌표는 $(a, 0)$,
 점 C 의 좌표는 $(0, \boxed{\text{가}})$ 이다.



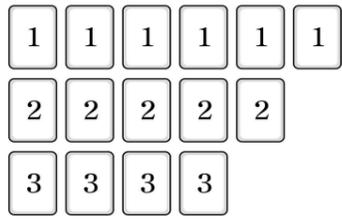
정삼각형 ABC 의 내부의 점 P 의 좌표를 (x, y) 라 하면
 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = \overline{CP}^2$ 을 만족하므로
 $\{(x+a)^2 + y^2\} + \{(x-a)^2 + y^2\} = x^2 + (y - \boxed{\text{가}})^2$ 이다.
 위 식을 정리하면
 점 P 는 중심이 점 $(0, \boxed{\text{나}})$ 이고
 반지름의 길이가 $\boxed{\text{다}}$ 인 원 위의 점이다.

점 $(0, \boxed{\text{나}})$ 에서 두 점 A, B 까지의 거리가
 각각 반지름의 길이 $\boxed{\text{다}}$ 로 같다.
 따라서 점 P 가 호 AB 위의 점이므로
 $\angle APB = 150^\circ$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(a), g(a), h(a)$ 라 할 때, $f(3)+g(3)+h(7)$ 의 값은? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

18. 그림과 같이 1, 2, 3의 숫자가 하나씩 적힌 카드가 각각 6장, 5장, 4장이 있다. 이 15장의 카드 중 값이 9장을 갖고 을이 나머지 6장을 가진 후 카드에 적힌 숫자를 모두 확인한 결과는 다음과 같다.



- (가) 값이 가진 카드에 적힌 9개의 수를 모두 더한 값은 을이 가진 카드에 적힌 6개의 수를 모두 더한 값보다 2만큼 크다.
- (나) 값이 가진 카드에 적힌 9개의 수를 각각 제공한 후 모두 더한 값은 을이 가진 카드에 적힌 6개의 수를 각각 제공한 후 모두 더한 값보다 4만큼 작다.

값이 가진 카드 중 숫자 2가 적힌 카드는 모두 몇 장인가? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 좌표평면 위의 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심을 G라 하고, 변 AB, 변 BC, 변 CA의 중점의 좌표를 각각 L(2, 1), M(4, -1), N(a, b)라 하자. 직선 BN과 직선 LM이 서로 수직이고, 점 G에서 직선 LM까지의 거리가 $4\sqrt{2}$ 일 때, ab의 값은? (단, 무게중심 G는 제 1사분면에 있다.) [4점]

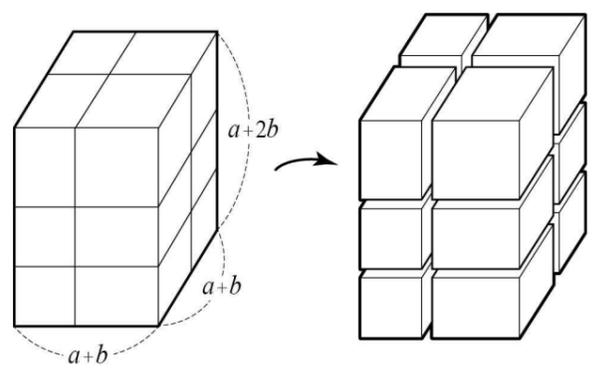
- ① 60 ② 90 ③ 120
- ④ 150 ⑤ 180

단답형

22. 다항식 $P(x) = x^3 - x^2 - kx - 6$ 이 $x+2$ 로 나누어떨어지도록 하는 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

23. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 8k - 12 = 0$ 이 허근을 갖도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합을 구하시오. [3점]

24. 서로소인 두 자연수 a, b 에 대하여 세 모서리의 길이가 각각 $a+b, a+b, a+2b$ 인 직육면체가 있다. 이 직육면체를 그림과 같이 각 모서리의 길이가 a 또는 b 가 되도록 12 개의 작은 직육면체로 나누었을 때, 부피가 150 인 직육면체는 5 개다. $a+2b$ 의 값을 구하시오. [3점]



25. 원점을 지나고 기울기가 양수 m 인 직선이 이차함수 $y=x^2-2$ 의 그래프와 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 A', B'이라 하자. 선분 AA'과 선분 BB'의 길이의 차가 16일 때, m 의 값을 구하시오. [3점]

26. 연립부등식

$$y \leq 4x-2, y \geq -x+8, x \leq 4$$

를 만족시키는 두 실수 x, y 에 대하여 $y-3x$ 의 최댓값은 M , 최솟값은 m 이다. $M-m$ 의 값을 구하시오. [4점]

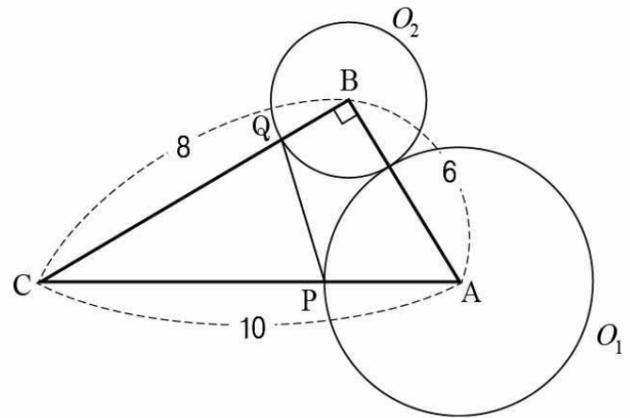
27. 좌표평면 위의 두 점 $P(3, 4)$, $Q(12, 5)$ 에 대하여

$\angle POQ$ 의 이등분선과 선분 PQ 와의 교점의 x 좌표를 $\frac{b}{a}$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, 점 O 는 원점이고, a 와 b 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프 위의 점을 중심으로 하고 y 축에 접하는 원 중에서 직선 $y=\sqrt{3}x-2$ 와 접하는 원은 2개이다. 두 원의 반지름의 길이를 각각 a , b 라 할 때, $100ab$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 좌표평면 위의 두 점 $A(-\sqrt{5}, -1)$, $B(\sqrt{5}, 3)$ 과 직선 $y=x-2$ 위의 서로 다른 두 점 P, Q 에 대하여 $\angle APB = \angle AQB = 90^\circ$ 일 때, 선분 PQ 의 길이를 l 이라 하자. l^2 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=8$, $\overline{CA}=10$ 인 직각삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, B 를 각각 중심으로 하는 두 원 O_1, O_2 가 서로 외접하고 있다. 변 AC 와 원 O_1 과의 교점을 P , 변 BC 와 원 O_2 와의 교점을 Q 라 할 때, \overline{PQ}^2 의 최솟값은 $\frac{b}{a}$ 이다. ab 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.