2014학년도 11월 고1 전국연합학력평가
정답 및 해설

• 2교시 수학 영역 •

1	④	**2**	②	**3**	④	**4**	⑤	**5**	③
6	①	**7**	①	**8**	②	**9**	⑤	**10**	②
11	④	**12**	⑤	**13**	②	**14**	③	**15**	③
16	①	**17**	③	**18**	⑤	**19**	②	**20**	④
21	①	**22**	2	**23**	4	**24**	52	**25**	25
26	48	**27**	29	**28**	5	**29**	27	**30**	150

1. [출제의도] 다항식 계산하기

$A+B=2x^2-xy+(x^2+2xy)=3x^2+xy$

2. [출제의도] 인수분해의 뜻 이해하기

$x^3-8y^3=(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$

따라서 $a=2$

3. [출제의도] 집합 연산하기

집합 $A\cap B=\{1,3,5\}$

따라서 모든 원소의 합은 9

4. [출제의도] 함수의 합성 이해하기

$(f\circ g)(4)=f(g(4))=f(5)=14$

5. [출제의도] 연립이차부등식 이해하기

$x^2-x-6>0$에서 $(x-3)(x+2)>0$

$\therefore x<-2$ 또는 $x>3$ …… ㉠

$x^2-7x+6\le 0$에서 $(x-1)(x-6)\le 0$

$\therefore 1\le x\le 6$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $3<x\le 6$

따라서 정수 x의 개수는 3

6. [출제의도] 무리함수의 정의역 이해하기

무리함수 $y=\sqrt{-2x+4}+a$의

정의역이 $\{x|x\le 2\}$이므로 $b=2$

함수 $y=\sqrt{-2x+4}+a$의 그래프가

점 $(0,3)$을 지나므로 $a=1$

따라서 $a+b=3$

7. [출제의도] 항등식의 성질 이해하기

주어진 식을 x에 대한 내림차순으로 정리하면

$(a+2)x^2-(a^2+b)x+2a^2+2b=0$

x에 대한 항등식이므로 $a+2=0$, $a^2+b=0$

$\therefore a=-2$, $b=-4$

따라서 $a+b=-6$

[다른 풀이]

$(a+2)x^2+(2-x)a^2+(2-x)b=0$이 x에 대한 항등식이므로

$x=2$를 대입하면 $4(a+2)=0$ $\quad\therefore a=-2$

$x=0$을 대입하면 $8+2b=0$ $\quad\therefore b=-4$

따라서 $a+b=-6$

8. [출제의도] 집합의 연산 활용하여 문제해결하기

전체 신입사원의 집합을 U

소방안전 교육을 받은 사원의 집합을 A

심폐소생술 교육을 받은 사원의 집합을 B라 하면

$n(U)=200$, $n(A)=120$, $n(B)=115$

두 교육을 모두 받지 않은 사원의 수는

$n(U)-n(A\cup B)=17$이므로

심폐소생술 교육 또는 소방안전 교육을 받은 사원의 수는 $n(A\cup B)=200-17=183$

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$에서

$183=120+115-n(A\cap B)$

$\therefore n(A\cap B)=52$

따라서 심폐소생술 교육만을 받은 사원의 수는

$n(B-A)=n(B)-n(A\cap B)=115-52=63$

9. [출제의도] 유리함수의 점근선 이해하기

$y=\dfrac{3ax}{2x-1}=\dfrac{3a}{4x-2}+\dfrac{3a}{2}$이므로

점근선은 두 직선 $x=\dfrac{1}{2}$, $y=\dfrac{3a}{2}$

$m=\dfrac{1}{2}$이므로 $\dfrac{3a}{2}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore a=\dfrac{1}{3}$

따라서 $a+m=\dfrac{5}{6}$

10. [출제의도] 직선의 수직조건 이해하기

직선 $(3k+2)x-y+2=0$의 기울기가 $3k+2$

y절편이 2이므로 직선 $(3k+2)x-y+2=0$과 y축에서 수직으로 만나는 직선은

$y=-\dfrac{1}{3k+2}x+2$

이 직선이 $(1,0)$을 지나므로 $-\dfrac{1}{3k+2}+2=0$

따라서 $k=-\dfrac{1}{2}$

11. [출제의도] 복소수의 성질 활용하여 식의 값 추론하기

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$|x-y|=3$, $x-1=-2$

$\therefore x=-1$

$\therefore y=-4$ 또는 $y=2$

$xy<0$이므로 $x=-1$, $y=2$

따라서 $x+y=1$

12. [출제의도] 부등식의 영역 활용하여 문제해결하기

백미를 $x\,\text{kg}\,(x\ge 0)$, 현미를 $y\,\text{kg}\,(y\ge 0)$ 구입하고자 할 때

식이섬유의 양은 $5x+30y\ge 250$을 만족시키고

칼슘의 양은 $5x+9y\ge 103$을 만족시킨다.

백미와 현미를 구입하는데 드는 비용을 k라 하면

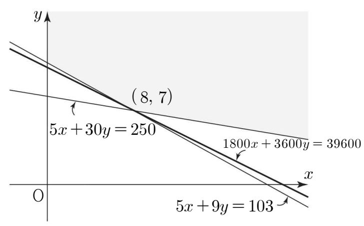
$1800x+3600y=k$

k의 값이 최소일 때는

직선 $1800x+3600y=k$가 두 직선 $5x+30y=250$, $5x+9y=103$이 만나는 점 $(8,7)$을 지날 때이다.

$\therefore k$의 최솟값은 39600

따라서 a는 39600



13. [출제의도] 이차함수와 이차방정식의 관계 이해하기

$f(2x-k)=g(2x-k)$의 두 실근을 α, β라 할 때

$\alpha+\beta=3$

$2x-k=t$라 하고

방정식 $f(t)-g(t)=t^2-2t-8=0$의

두 실근을 t_1, t_2라 하면 $2\alpha-k=t_1$, $2\beta-k=t_2$

근과 계수의 관계에 의하여 $t_1+t_2=2$이므로

$2(\alpha+\beta)-2k=t_1+t_2=2$

$2\times 3-2k=2$

따라서 $k=2$

[다른 풀이]

$f(2x-k)-g(2x-k)=0$

$f(2x-k)-g(2x-k)$

$=4x^2-4(k+1)x+k^2+2k-8=0$

근과 계수의 관계에 의하여 두 실근의 합은

$\dfrac{4(k+1)}{4}=3$

따라서 $k=2$

14. [출제의도] 직선의 방정식을 활용하여 문제해결하기

함수 $y=f(x)$와 함수 $y=g(x)$의 그래프가 만나는 점의 x좌표는 $x^2-x-5=x+3$의 근이므로

$x=-2$ 또는 $x=4$

$\therefore \mathrm{A}(-2,1)$, $\mathrm{B}(4,7)$

선분 AB의 중점을 $\mathrm{M}(1,4)$라 하면

$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{BP}}$이므로 직선 MP는

선분 AB를 수직이등분한다.

직선 AB의 기울기가 1이므로 선분 AB를 수직이등분하는 직선은 기울기가 -1이고

점 $\mathrm{M}(1,4)$를 지난다.

$\therefore y=-x+5$

점 P의 x좌표는 함수 $y=x^2-x-5$의 그래프와 직선 $y=-x+5$가 만나는 점의 x좌표이다.

$x^2-x-5=-x+5$

$x^2=10$

$\therefore x=\pm\sqrt{10}$

따라서 $x=\sqrt{10}$ $(\because x>0)$

15. [출제의도] 집합의 포함관계 추론하기

$X-B=X\cap B^C$이므로 $X\cup A=X\cap B^C$

$X\cup A=X\cap B^C$을 만족시키는 집합 X는

집합 A의 원소인 1, 2를 포함하고,

집합 B의 원소인 3, 5, 8을 포함하지 않아야 한다.

$B^C=\{1,2,4,6,7\}$이므로 집합 U의 부분집합 X는

$\{1,2\}\subset X\subset\{1,2,4,6,7\}$을 만족시킨다.

따라서 부분집합 X의 개수는 $2^3=8$

16. [출제의도] 고차방정식의 해 추론하기

$\sqrt{n}=a+b$(a는 자연수, $0<b<1$)에서

$b=\sqrt{n}-a$

$a^3-9ab+b^3=a^3-9a(\sqrt{n}-a)+(\sqrt{n}-a)^3$

$=a^3-9a(\sqrt{n}-a)+(n\sqrt{n}-3an+3a^2\sqrt{n}-a^3)$

$=(3a^2-9a+n)\sqrt{n}+9a^2+(\boxed{-3n})\times a$

$=0$

$\therefore$ (가)$=-3n$

무리수가 서로 같을 조건에 의하여

$3a^2-9a+n=0$ …… ㉠

$9a^2+(\boxed{-3n})\times a=0$ …… ㉡

㉠, ㉡에서

㉠$\times 3a+$㉡에 의하여 n을 소거하면

$9a^3+\boxed{-18a^2}=0$

$\therefore$ (나)$=-18a^2$

$\therefore f(n) = -3n,\ g(a) = -18a^2$

따라서 $\dfrac{g(2)}{f(2)} = 12$

17. [출제의도] 조건의 뜻 이해하여 명제의 성질 추론하기

ㄱ. $P \cap Q = P$이므로 $P \subset Q$ $\therefore p \to q$ (참)

ㄴ. $R^C \cup Q = U$이므로

$R \cap Q^C = R - Q = \varnothing$ 이고 $R \subset Q$

$\therefore r \to q$ (참)

ㄷ. [반례] $P \cap R \neq \varnothing$일 때 $P \not\subset R^c$

$\therefore p \to \sim r$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ

18. [출제의도] 절대부등식의 성질 이해하기

x축과 수직인 직선을 $x = k\left(k > \dfrac{1}{2}\right)$라 하면

$\mathrm{P}\left(k, \dfrac{8}{2k-1}\right)$, $\mathrm{Q}(k, -k)$

$\overline{\mathrm{PQ}} = \dfrac{8}{2k-1} + k$

$= \dfrac{8}{2k-1} + \dfrac{1}{2}(2k-1) + \dfrac{1}{2}$

$\geq 2\sqrt{\dfrac{8}{2k-1} \times \dfrac{1}{2}(2k-1)} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{9}{2}$

$\left(\text{단, 등호는 } k = \dfrac{5}{2}\text{일 때 성립}\right)$

따라서 선분 PQ의 길이의 최솟값은 $\dfrac{9}{2}$

19. [출제의도] 평행이동 활용하여 문제해결하기

원 O_1의 방정식은 $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$

원 O_1을 직선 $y = x$에 대하여 대칭이동한 후

y축의 방향으로 a만큼 평행이동한

원 O_2의 방정식은 $(x-2)^2 + (y-4-a)^2 = 4$

원 O_1과 원 O_2의 중심을 각각 C, D라 하면

선분 AB는 선분 CD에 의해 수직이등분된다.

선분 AB와 선분 CD가 만나는 점을 H라 하면

$\overline{\mathrm{AH}} = \overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{3}$

원 O_1과 원 O_2의 반지름의 길이가 2이므로

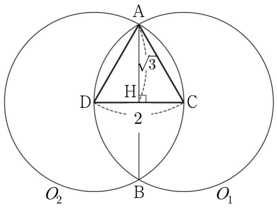
$\overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{DH}} = 1$

$\therefore$ 원 O_2가 원 O_1의 중심을 지날 때, $\overline{\mathrm{CD}} = 2$이므로

원 O_2의 중심은 $(2, 2)$

$\therefore -4 - a = -2$

따라서 $a = -2$



20. [출제의도] 역함수의 성질 활용하여 문제해결하기

함수 $f(x)$와 $g(x)$는 역함수의 관계이므로

함수 $g(x) = \dfrac{1}{2}(x^2 - 3)$의 그래프와

직선 $y = x$가 만나는 점 $\mathrm{A}(3, 3)$

점 C는 점 B를 직선 $y = x$에 대하여

대칭이동한 점이므로 $\mathrm{C}\left(2, \dfrac{1}{2}\right)$

점 $\mathrm{B}\left(\dfrac{1}{2}, 2\right)$를 지나고 기울기가 -1인 직선은

$y = -\left(x - \dfrac{1}{2}\right) + 2 = -x + \dfrac{5}{2}$

$\therefore x + y - \dfrac{5}{2} = 0$

점 $\mathrm{A}(3, 3)$에서 직선 $2x + 2y - 5 = 0$에 내린

수선의 발을 H라 하면

$\overline{\mathrm{AH}} = \dfrac{|6+6-5|}{\sqrt{2^2+2^2}} = \dfrac{7\sqrt{2}}{4}$

$\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{\left(\dfrac{1}{2} - 2\right)^2 + \left(2 - \dfrac{1}{2}\right)^2} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AH}} \times \overline{\mathrm{BC}} = \dfrac{21}{8}$

21. [출제의도] 대칭이동의 성질 이해하여 문제해결하기

그림과 같이 원 $x^2 + (y-1)^2 = 9$위의 점 P를

주어진 조건에 의해 옮긴 점 Q는

원 $x^2 + y^2 = 9$위를 움직인다.

점 Q를 접점으로 하는 원 $x^2 + y^2 = 9$의 접선 중

직선 AB에 평행하고, 점 Q의 x좌표가 음수일 때,

삼각형 ABQ의 넓이가 최대이다.

기울기가 $\sqrt{3}$인 원 $x^2 + y^2 = 9$의 접선의 방정식은

$y = \sqrt{3}x \pm 6$

직선 $y = \sqrt{3}x \pm 6$과 원 $x^2 + y^2 = 9$가 만나는 점이

Q이므로 $x^2 + \left(\sqrt{3}x \pm 6\right)^2 = 9$

$4x^2 \pm 12\sqrt{3}x + 27 = 0$

$(2x \pm 3\sqrt{3})^2 = 0$, $x = -\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ $(\because x < 0)$

$\therefore$ 삼각형 ABQ의 넓이가 최대인

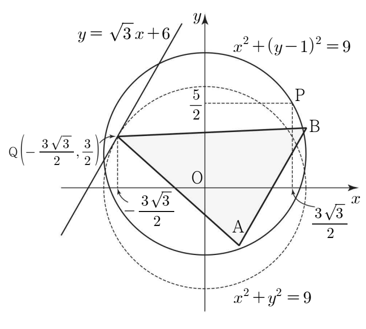
점 Q의 좌표는 $\left(-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}, \dfrac{3}{2}\right)$

점 P는 점 Q를 y축에 대하여 대칭이동한 후

y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점이다.

$\therefore$ 점 P의 좌표는 $\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2}, \dfrac{5}{2}\right)$

따라서 점 P의 y좌표는 $\dfrac{5}{2}$



22. [출제의도] 원의 방정식 이해하기

주어진 원의 방정식을 변형하면

$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 2k - 3$

원의 반지름의 길이가 1이므로

$2k - 3 = 1^2$

따라서 $k = 2$

23. [출제의도] 인수정리의 뜻 이해하기

조립제법을 이용하여 인수분해하면

1	1	−6	15	−22	12
		1	−5	10	−12
3	1	−5	10	−12	0
		3	−6	12	
	1	−2	4	0	

$\therefore (x-1)(x-3)(x^2 - 2x + 4) = 0$

$x^2 - 2x + 4 = 0$은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

따라서 모든 실근의 합은 $1 + 3 = 4$

24. [출제의도] 나머지 정리의 의미 이해하기

나머지 정리에 의하여

$f(3) + g(3) = 8$, $f(3)g(3) = 6$

$\{f(3)\}^2 + \{g(3)\}^2$

$= \{f(3) + g(3)\}^2 - 2f(3)g(3)$

$= 8^2 - 2 \times 6 = 52$

25. [출제의도] 이차함수의 최대·최소의 뜻 이해하기

$2x - 1 = t$라 하면

$1 \leq x \leq 4$ 이므로 $1 \leq t \leq 7$

$y = (2x-1)^2 - 4(2x-1) + 3$

$= t^2 - 4t + 3$

$= (t-2)^2 - 1$

$t = 2$일 때, 최솟값 $m = -1$

$t = 7$일 때, 최댓값 $M = 24$

따라서 $M - m = 24 - (-1) = 25$

26. [출제의도] 이차함수와 이차방정식의 관계 이해하기

방정식 $|f(x)| = -g(x)$의 실근은

함수 $y = |f(x)|$와 $y = -g(x)$의 그래프가

만나는 점의 x좌표이다.

$|f(x)| = \begin{cases} -f(x) & (x < 8) \\ f(x) & (x \geq 8) \end{cases}$이고

$y = -g(x)$의 그래프는 $y = g(x)$의 그래프를

x축에 대하여 대칭이동한 그래프이므로

$y = |f(x)|$와 $y = -g(x)$의 그래프는 그림과 같다.

$y = |f(x)|$의 그래프와 $y = -g(x)$의 그래프는

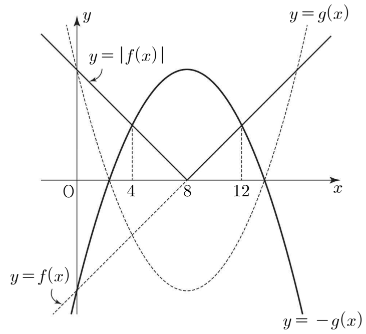
직선 $x = 8$에 대하여 대칭이므로

만나는 점의 x좌표는 4, 12

$\therefore$ 방정식 $|f(x)| + g(x) = 0$의 근은

$x = 4$ 또는 $x = 12$

따라서 모든 실근의 곱은 48



27. [출제의도] 연립이차방정식 이해하여 문제해결하기

주어진 연립이차방정식에서

$x + y = -\dfrac{k-9}{6}$, $xy = \dfrac{k-9}{2}$

x, y를 두 근으로 하는 이차방정식은

$t^2+\frac{k-9}{6}t+\frac{k-9}{2}=0$

$6t^2+(k-9)t+3(k-9)=0$을 만족시키는

실수인 x, y가 존재하므로

$D=(k-9)^2-72(k-9)\geq 0$

$(k-9)(k-81)\geq 0$

$\therefore k\leq 9$ 또는 $k\geq 81$

따라서 100이하의 자연수 k의 개수는 29

28. [출제의도] 함수의 뜻을 알고 함숫값 추론하기

함수 $y=g(x)$의 그래프에 의해

$g(4)=3$, $f(4)=2$이므로 $h(4)=3$

$f(3)\leq g(3)$인 경우 $h(3)=g(3)=3$이므로

함수 $h(x)$가 일대일대응이라는 조건에 모순

$\therefore f(3)>g(3)$

$\therefore f(3)=4$, $h(3)=4$

$h(1)=1$인 경우 $g(1)=2$이므로 모순

$\therefore h(1)=2$, $h(2)=1$

$h(2)=1$, $g(2)=1$이므로 $f(2)=1$

따라서 $f(2)+h(3)=1+4=5$

29. [출제의도] 이차함수와 이차부등식의 관계 활용하여 추론하기

최고차항의 계수가 각각 $\frac{1}{2}$, 2인 두 이차함수

$y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프의 축은

직선 $x=p$이므로

$f(x)=\frac{1}{2}(x-p)^2+a$, $g(x)=2(x-p)^2+b$

조건 (나)에서 $g(x)-f(x)\leq 0$

$g(x)-f(x)=\frac{3}{2}x^2-3px+\frac{3}{2}p^2+b-a\leq 0$

부등식 $f(x)\geq g(x)$의 해가 $-1\leq x\leq 5$이므로

최고차항의 계수가 $\frac{3}{2}$인 이차부등식은

$\frac{3}{2}(x+1)(x-5)\leq 0$

$\frac{3}{2}x^2-6x-\frac{15}{2}\leq 0$

$3p=6 \quad \therefore p=2$

$\frac{3}{2}\times 2^2+b-a=-\frac{15}{2}$

$\therefore a-b=\frac{27}{2}$

따라서

$p\times\{f(2)-g(2)\}=2\times(a-b)=2\times\frac{27}{2}=27$

30. [출제의도] 선분의 내분을 이해하고 문제해결하기

좌표평면 위에 정사각형 ABCD를 점 C가 원점과

일치하도록 놓으면

$\mathrm{A}(0, 12)$, $\mathrm{B}(-6, 6)$, $\mathrm{C}(0, 0)$, $\mathrm{D}(6, 6)$

점 F는 선분 AD를 $2:1$로 내분하는 점이므로

$\mathrm{F}(4, 8)$

두 점 C, F를 지나는 직선은 $y=2x$이고

점 $\mathrm{D}'(a, b)$라 하면 선분 DD'의

중점 $\left(\frac{a+6}{2}, \frac{b+6}{2}\right)$이 직선 $y=2x$위에 있으므로

$\frac{b+6}{2}=a+6$

$b=2a+6$ …… ㉠

두 점 D, D′을 지나는 직선은

직선 $y=2x$와 수직이므로

$-\frac{1}{2}=\frac{b-6}{a-6}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $a=\frac{6}{5}$, $b=\frac{42}{5}$

$\therefore \mathrm{D}'\left(\frac{6}{5}, \frac{42}{5}\right)$

직선 $\mathrm{A}'\mathrm{H}$는 직선 CD와 평행하므로 기울기가 1이고

점 D′을 지나므로

$y=x+\frac{36}{5}$ …… ㉢

$\therefore \mathrm{A}'\left(0, \frac{36}{5}\right)$

직선 AD의 방정식은

$y=-x+12$ …… ㉣

㉢, ㉣에서 $\mathrm{H}\left(\frac{12}{5}, \frac{48}{5}\right)$

점 M은 점 H와 y좌표가 같으므로

$\therefore \mathrm{M}\left(0, \frac{48}{5}\right)$

점 A′이 선분 MC를 $1:k$로 내분하는 점이므로

$\left(0, \frac{48k}{5(1+k)}\right)=\left(0, \frac{36}{5}\right)$

$\therefore k=3$

따라서 $50k=150$