

수학 영역(B형)

제 2 교시

1

1. $8^{\frac{1}{3}} \times \log_3 27$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 12 ③ 18
④ 24 ⑤ 30

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A(A+B)$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

3. 함수 $f(x) = x^2 + 5x$ 에 대하여 $f'(3)$ 의 값은? [2점]

- ① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{e^{2x}-1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1
④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

5. 지수방정식 $2^{2x+1} - 9 \times 2^x + 4 = 0$ 의 모든 실근의 합은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

6. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 3n$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$
 ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

7. x 에 대한 부등식

$$x(x-n)^2(x-2n) < 0$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합이 40이 되도록 하는 자연수 n 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

8. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $\cos 2x + 3\sin x = 2$ 의 모든 실근의 합은?
[3점]

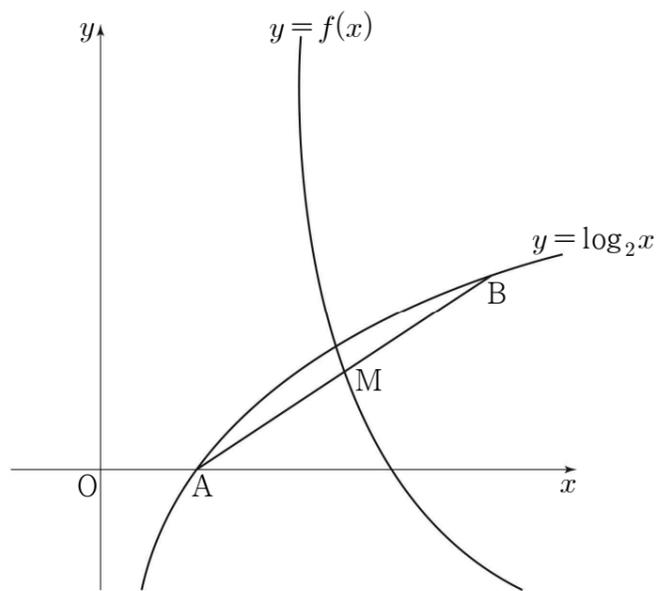
- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3}{2}\pi$
 ④ 2π ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

9. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{2n}{n+1}\right)$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n^2 + 3a_n - 1)$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 13 ③ 15
 ④ 17 ⑤ 19

10. 좌표평면에서 곡선 $y = \log_2 x$ 를 x 축에 대하여 대칭이동시킨 후, x 축 방향으로 2만큼 평행이동시킨 곡선을 $y = f(x)$ 라 하자. 점 A(1, 0)과 곡선 $y = \log_2 x$ 위의 점 B에 대하여 선분 AB의 중점 M이 곡선 $y = f(x)$ 위의 점이 되도록 하는 점 B의 x 좌표는?
[3점]



- ① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{15}{4}$
 ④ 4 ⑤ $\frac{17}{4}$

11. 초원지역에서의 풍속은 지표면으로부터의 높이에 따라 변한다.
어느 초원지역에서 지표면의 거친 정도를 나타내는 값을 r (m),
지형지물의 평균 높이를 h (m), 지표면으로부터의 높이를 z (m)라
할 때, 풍속 $U(z)$ (m/초)는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$U(z) = u \log\left(\frac{z-h}{r}\right) \quad (\text{단, } z-h > r \text{이고 } u \text{는 상수이다.})$$

지표면의 거친 정도를 나타내는 값이 0.2 m이고 지형지물의
평균 높이가 0.3 m인 어느 초원지역에서 지표면으로부터의 높이가
7.5 m일 때의 풍속을 U_1 , 지표면으로부터의 높이가 43.5 m일 때의

풍속을 U_2 라 할 때, $\frac{U_2}{U_1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{5}{4}$
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

12. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고,

$$2^{2n}a_{n+1} = 2^{2n-1}a_n + (n+1)2^n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$2^n a_{n+1} = 2^{n-1} a_n + (n+1)$$

이다. $b_n = 2^n a_n$ 이라 하면

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$$

이고, $b_1 = 2$ 이므로

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 그러므로

$$a_n = \frac{1}{2^n} \times \left(\boxed{\text{(나)}} \right) \quad (n \geq 1)$$

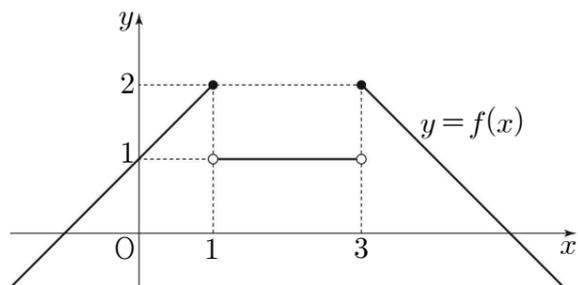
이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때,
 $f(4) + g(6)$ 의 값은? [3점]

- ① 48 ② 50 ③ 52
④ 54 ⑤ 56

[13 ~ 14] 함수 $f(x) = \begin{cases} 1 & (1 < x < 3) \\ 3 - |x - 2| & (x \leq 1, x \geq 3) \end{cases}$ 에 대하여

함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 두 함수 $y = 4^{x-k}$ 와 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 개수가 3일 때, 실수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
- ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

14. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 에 대하여
함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(2)$ 의 값은?
[4점]

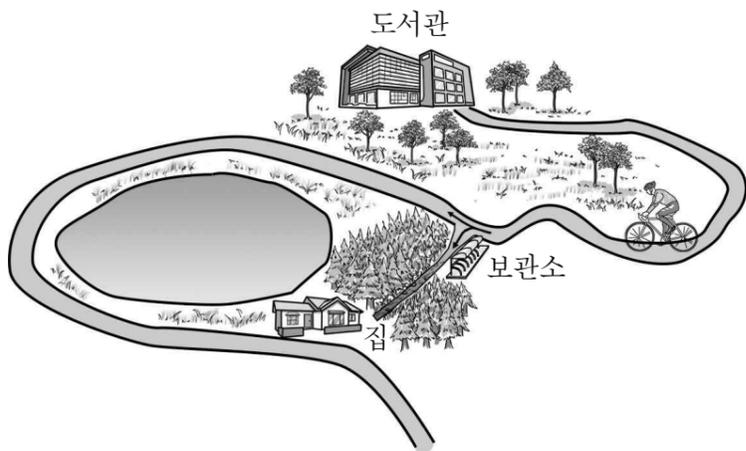
- ① -1 ② -2 ③ -3
- ④ -4 ⑤ -5

15. 갑이 도서관에서 집으로 오는 방법은 다음 두 가지이다.

[방법1] 도서관에서 자전거를 타고 8km를 이동하여 집에 온다.
 [방법2] 도서관에서 보관소까지 자전거를 타고 4km를 이동한 후
 지름길로 0.7km를 걸어서 집에 온다.

갑이 걷는 평균 속력은 x km/시이고, 자전거를 타고 이동할 때의
 평균 속력은 $(4x-2)$ km/시이다. [방법1]을 이용할 때 걸리는
 시간은 [방법2]보다 8분 더 걸릴 때, x 의 값은? (단, 자전거를
 보관소에 두는 데 걸리는 시간은 무시한다.) [4점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$
 ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$



16. 수열 $\{a_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 네 항 a_1, a_2, a_3, a_4 는 이 순서대로 공비가 -2 인
 등비수열을 이룬다.
 (나) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+4} = a_n + 2$ 이다.

$\sum_{n=1}^{20} a_n = 130$ 일 때, a_1 의 값은? [4점]

- ① -6 ② -5 ③ -4
 ④ -3 ⑤ -2

17. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A + 2B = E, AB + BA = 2E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

- ㄱ. $AB = BA$
- ㄴ. $B - E$ 의 역행렬이 존재한다.
- ㄷ. $(A + B)^2 = 4B^4$

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

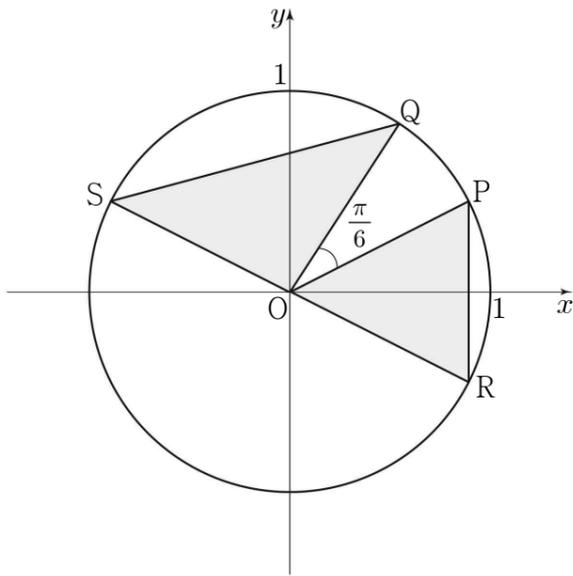
18. 실수 m 에 대하여 함수 $f(x) = mx + 1$ 의 그래프와

함수 $g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} - 3x + 4}{x^{2n} + 1}$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를

$h(m)$ 이라 하자. $h(-2) + \lim_{m \rightarrow 1} h(m)$ 의 값은? [4점]

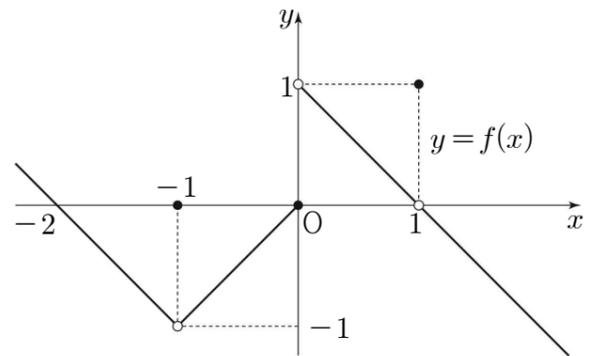
- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

19. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 두 점 P, Q는 제1사분면 위의 점이고 $\angle POQ = \frac{\pi}{6}$ 를 만족한다. 점 P를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 R, y 축에 대하여 대칭이동한 점을 S라 할 때, 두 삼각형 ORP, OQS의 넓이의 합의 최댓값은? (단, O는 원점이고, 점 Q의 y 좌표는 점 P의 y 좌표보다 크다.) [4점]



- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{4}$
- ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$

20. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보 기 >

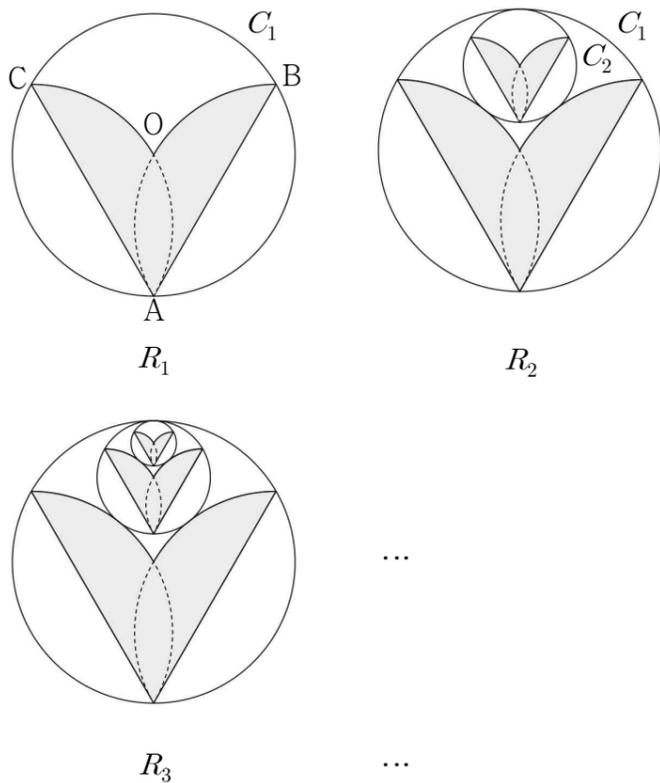
ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)f(-x) = 0$

ㄴ. 함수 $y = f(x)f(-x)$ 는 $x = -1$ 에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $y = f(x)f(-x)$ 는 $x = 0$ 에서 미분가능하다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 1인 원 C_1 이 있다.
 원 C_1 위의 한 점 A를 잡고, 원 C_1 과 반지름의 길이가 같고 두 점 O, A를 지나는 두 원이 원 C_1 과 만나는 점 중에서 점 A가 아닌 점을 각각 B, C라 할 때, 선분 CA, 선분 AB, 호 BO, 호 OC로 둘러싸인 ∇ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
 그림 R_1 에 원 C_1 , 호 BO, 호 OC와 모두 접하는 원 C_2 를 그린 후 원 C_2 에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 ∇ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{22}{63}\pi$ ② $\frac{23}{63}\pi$ ③ $\frac{8}{21}\pi$
- ④ $\frac{25}{63}\pi$ ⑤ $\frac{26}{63}\pi$

단답형

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_2 + a_6 = 14$, $a_3 + a_7 = 20$ 을 만족시킬 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

23. 무리방정식 $\sqrt{x^2 + 12x + 19} = x^2 + 12x + 13$ 의 모든 실근의 곱을 구하시오. [3점]

24. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)=0, f'(1)=7$ 일 때,

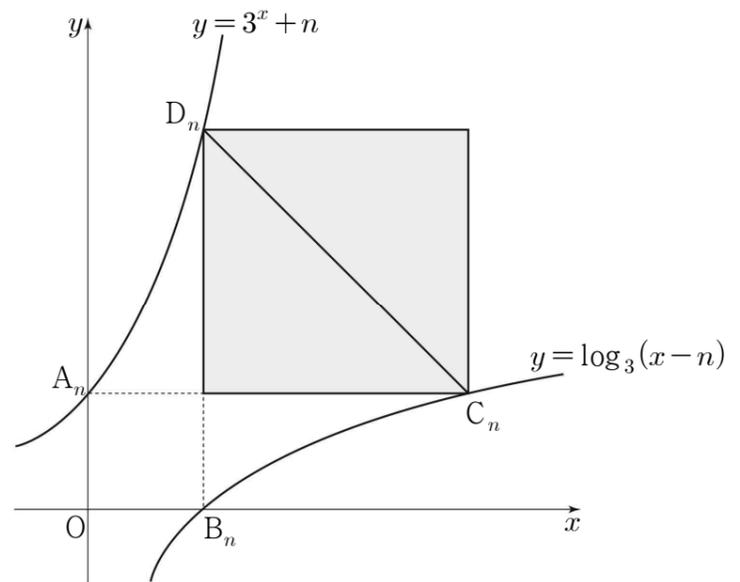
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+2)f(x)}{x-1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 실수 a, b 에 대하여 이차정사각행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & -1 \end{pmatrix}$ 이다.

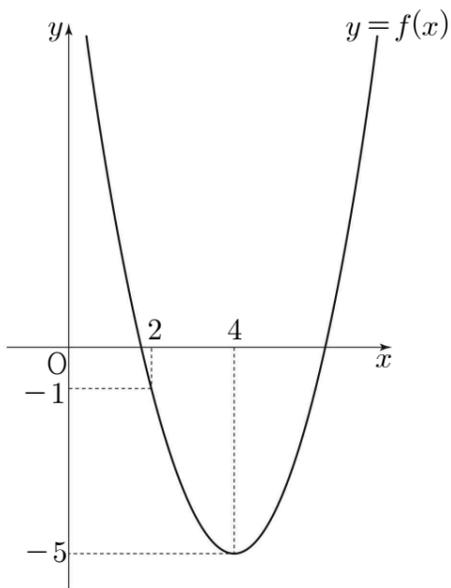
x, y 에 대한 연립일차방정식 $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x \\ 2y \end{pmatrix}$ 가 $x=y=0$ 이외의 해를 가질 때, A^4 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

26. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=3^x+n$ 이 y 축과 만나는 점을 A_n , 곡선 $y=\log_3(x-n)$ 이 x 축과 만나는 점을 B_n 이라 하자. 점 A_n 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_3(x-n)$ 과 만나는 점을 C_n , 점 B_n 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y=3^x+n$ 과 만나는 점을 D_n 이라 하자.

선분 C_nD_n 을 대각선으로 하는 정사각형의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{3^{2n}}$ 의 값을 구하시오. [4점]



27. 꼭짓점의 좌표가 $(4, -5)$ 이고 점 $(2, -1)$ 을 지나는 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

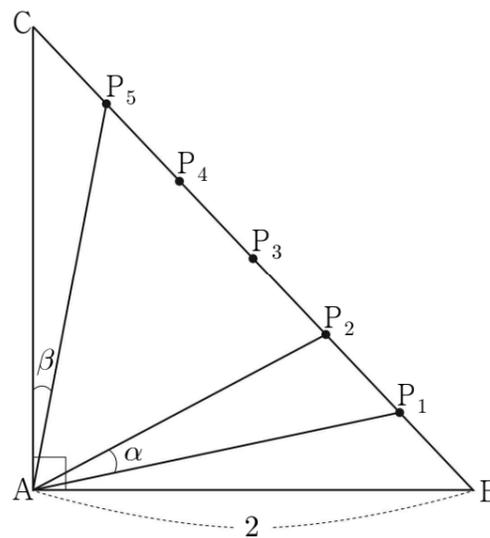


부등식 $f(x) - 2 + \frac{9}{f(x)+4} \leq 0$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 $\overline{AB} = 2$ 이고 $\angle A = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC에 대하여

선분 BC를 6등분한 점을 점 B에서 가까운 순서대로 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 라 하고, $\angle P_1AP_2 = \alpha$, $\angle P_5AC = \beta$ 라 하자.

$2\tan\alpha = 3\tan\beta$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S 이다. $9S^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 하자.
 다음 조건을 만족시키는 두 양수 a, b 에 대하여 $ab = 10^{\frac{n}{m}}$ 일 때,
 $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 서로소인 자연수이다.)

[4점]

(가) $\log \frac{a}{b} = 1$

(나) $g(a) = 4g\left(\frac{1}{a}\right)$

(다) $f(a) + g(b^2) = \frac{18}{5}$

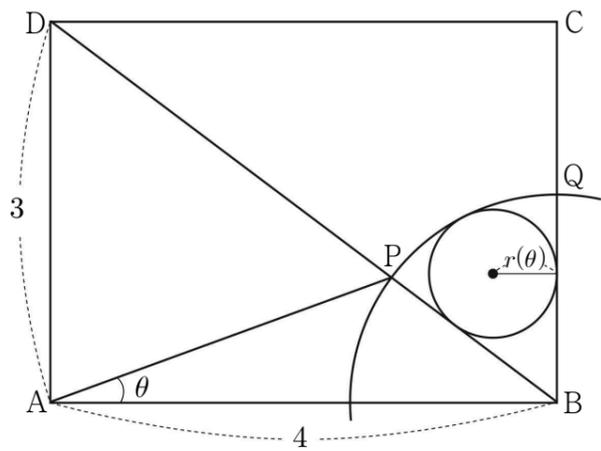
30. 그림과 같이 $\overline{AB} = 4, \overline{AD} = 3$ 인 직사각형 ABCD에서

선분 BD 위의 점 P에 대하여 $\angle PAB = \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{6}\right)$ 라 하자.

점 B를 중심으로 하고 선분 BP를 반지름으로 하는 원과 변 BC가
 만나는 점을 Q라 하자. 부채꼴 BPQ에 내접하는 원의 반지름의

길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{r(\theta)}{\theta} = p + q\sqrt{5}$ 이다. $36(p^2 + q^2)$ 의

값을 구하시오. (단, p, q 는 유리수이다.) [4점]



※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.