2018학년도 3월 고1 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 수학 영역 •

정 답

1	③	2	③	3	⑤	4	④	5	②
6	④	7	①	8	③	9	②	10	①
11	④	12	①	13	③	14	⑤	15	①
16	④	17	②	18	⑤	19	⑤	20	③
21	②	22	48	23	22	24	10	25	5
26	16	27	14	28	15	29	180	30	17

해 설

1. [출제의도] 제곱근의 성질을 이용하여 주어진 식의 값을 계산한다.

$$\sqrt{18}-4\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{3^2\times 2}-4\sqrt{2}+\sqrt{2}$$
$$=3\sqrt{2}-4\sqrt{2}+\sqrt{2}$$
$$=(3-4+1)\times\sqrt{2}$$
$$=0$$

[참고]

① $a>0$, $b>0$일 때,

제곱근의 곱셈: $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

제곱근의 나눗셈: $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

분모의 유리화: $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{\sqrt{b}\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{ab}}{b}$

② $a>0$, $b>0$, $c>0$이고, m, n이 유리수일 때,

$m\sqrt{a}+n\sqrt{a}=(m+n)\sqrt{a}$

$m\sqrt{a}-n\sqrt{a}=(m-n)\sqrt{a}$

$\sqrt{a}(\sqrt{b}+\sqrt{c})=\sqrt{ab}+\sqrt{ac}$

2. [출제의도] 일차부등식을 만족하는 자연수의 개수를 구한다.

$x-5\le 7$ 에서 $x\le 7+5$ 이므로

$x\le 12$

그러므로 이를 만족하는 자연수는

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

따라서 12개

3. [출제의도] 인수분해를 이용하여 주어진 식의 값을 계산한다.

$$26^2-24^2=(26+24)\times(26-24)$$
$$=50\times 2$$
$$=100$$

[참고]

① $ma+mb=m(a+b)$

② $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

③ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

④ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

⑤ $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

4. [출제의도] 다항식의 덧셈과 뺄셈을 하여 주어진 식을 간단히 한다.

$$2(a-b)-(a-3b)=2a-2b-a+3b$$
$$=a+b$$
$$=(2x+y)+(x-2y)$$
$$=3x-y$$

5. [출제의도] 주어진 자료의 최빈값을 구한다.

주어진 자료에서

43g이 3회, 45g이 2회, 41g, 42g, 47g, 48g, 49g이 각각 1회씩 나타난다.

따라서 43g이 3회로 가장 많이 나타나므로

최빈값은 43g

6. [출제의도] 유한소수의 성질을 이해하여 조건을 만족시키는 값을 구한다.

$\dfrac{n}{2^4\times 7}$을 소수로 나타낼 때 유한소수가 되기 위해서는 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2나 5 이외에는 없어야 한다.

$\dfrac{n}{2^4\times 7}$의 분모의 소인수인 7이 약분되어야 하므로

n은 반드시 7을 소인수로 가지고 있어야 한다.

따라서 n의 값이 될 수 있는 두 자리 자연수 중

가장 작은 수는 $7\times 2=14$

7. [출제의도] 연립방정식의 해를 이용하여 두 일차함수 그래프의 교점의 좌표를 구한다.

두 일차함수 $y=x+3$, $y=2x-3$의 그래프의 교점의 좌표는 연립일차방정식

$$\begin{cases} y=x+3 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=2x-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

의 해와 같다.

㉡−㉠을 하면

$0=x-6$

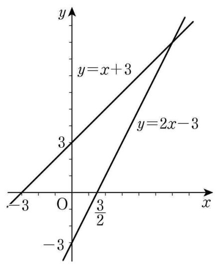
$x=6$ …… ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면

$y=6+3=9$

$a=6$, $b=9$이므로

$a+b=6+9=15$



[다른 풀이]

$y=x+3$을 $y=2x-3$에 대입하면

$x+3=2x-3$

$x=6$ …… ㉠

㉠을 $y=x+3$에 대입하면

$y=6+3=9$

$a=6$, $b=9$이므로

$a+b=6+9=15$

8. [출제의도] 이차함수의 그래프의 성질을 이해하여 조건을 만족시키는 값을 구한다.

$$y=x^2+2x+a$$
$$=(x^2+2x+1)-1+a$$
$$=(x+1)^2-1+a$$

그러므로 $x=-1$일 때 최솟값은 $-1+a$이다.

따라서 $-1+a=4$, $a=5$

9. [출제의도] 소인수분해를 이용하여 주어진 식의 값을 구한다.

180을 소인수분해하면 $180=2^2\times 3^2\times 5$이므로 소인수 2가 곱해진 개수는 2이고, 소인수 3이 곱해진 개수도 2이다.

따라서 $A(180)+B(180)=2+2=4$

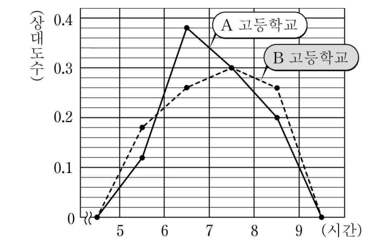
[참고]

180을 소인수분해하는 방법은 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 180 \\ 2 & 90 \\ 3 & 45 \\ 3 & 15 \\ & 5 \end{array}$$

$180=2\times 2\times 3\times 3\times 5=2^2\times 3^2\times 5$

10. [출제의도] 상대도수의 그래프를 이해하여 조건을 만족시키는 값을 구한다.



하루 평균 수면 시간이 7시간 이상 8시간 미만인 계급의 상대도수는 A 고등학교, B 고등학교 모두 0.3이고 조사한 학생 수는 각각 200, 300이므로

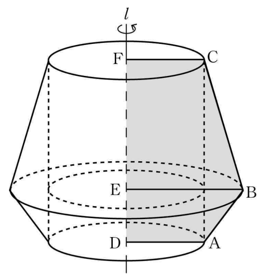
$a=200\times 0.3=60$

$b=300\times 0.3=90$

따라서 $a-b=60-90=-30$

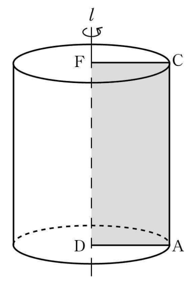
11. [출제의도] 회전체의 모양을 추측하여 조건을 만족시키는 값을 구한다.

오각형 FDABC를 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 [그림 1]과 같다.



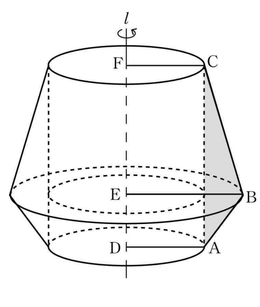
[그림 1]

사각형 FDAC를 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 [그림 2]와 같이 밑면의 반지름의 길이가 4인 원기둥이다.



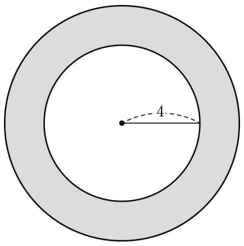
[그림 2]

삼각형 ABC를 직선 l을 회전축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 회전체는 [그림 1]의 입체도형에서 [그림 2]의 원기둥을 제외시킨 입체도형으로 [그림 3]과 같다.



[그림 3]

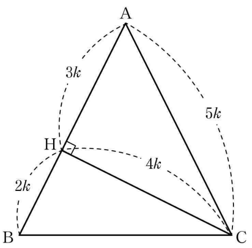
이를 회전축 l에 수직인 평면으로 자른 단면은 [그림 4]와 같다.



[그림 4]

[그림 4]의 안쪽 원의 반지름의 길이는 4이며
넓이는 16π이다.
한편 $\overline{BE}=6$이므로 바깥쪽 원의 반지름의 길이는
4보다 크고 6보다 작거나 같다.
그러므로 바깥쪽 원의 넓이의 최댓값은 반지름의
길이가 6일 때 36π이다.
따라서 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른
단면의 넓이의 최댓값은
$36\pi-16\pi=20\pi$

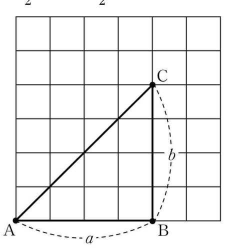
12. [출제의도] 피타고라스 정리를 이용하여 삼각비의 값을 구한다.



삼각형 ABC에서 $\overline{AH}:\overline{HB}=3:2$이므로
양수 k에 대하여 $\overline{AH}=3k$, $\overline{HB}=2k$라 하면
$\overline{AC}=\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{HB}=5k$
직각삼각형 AHC에서 피타고라스 정리에 의해
$\overline{AC}^2=\overline{AH}^2+\overline{HC}^2$이므로
$(5k)^2=(3k)^2+\overline{HC}^2$
$\overline{HC}^2=(5k)^2-(3k)^2=16k^2$
$\overline{HC}=4k$
따라서 직각삼각형 BCH에서
$\tan B=\frac{\overline{HC}}{\overline{HB}}=\frac{4k}{2k}=2$

13. [출제의도] 확률의 뜻을 이해하여 실생활 문제를 해결한다.

한 개의 주사위를 두 번 던져 첫 번째 나온 눈의 수를 a, 두 번째 나온 눈의 수를 b라 하면 삼각형 ABC는 밑변의 길이가 a, 높이가 b인 직각삼각형이므로 넓이는 $\frac{1}{2}\times a\times b=\frac{1}{2}ab$



직각삼각형 ABC의 넓이가 15 이상이기 위해서는 ab의 값이 30 이상이어야 한다.
(i) $a=1,\ 2,\ 3,\ 4$일 때, ab의 값이 30 이상이 되는 b의 값은 존재하지 않는다.
(ii) $a=5$일 때, $b=6$이면 $ab=30$이므로 가능한 경우의 수는 1
(iii) $a=6$일 때, $b=5$이면 $ab=30$이고 $b=6$이면 $ab=36$이므로 가능한 경우의 수는 2

그러므로 ab의 값이 30 이상인 순서쌍 $(a,\ b)$의 경우의 수는 $1+2=3$
한 개의 주사위를 두 번 던져서 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$
따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

[다른 풀이]

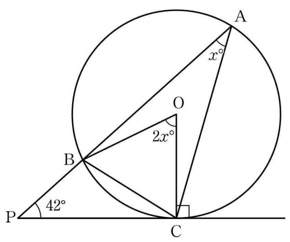
한 개의 주사위를 두 번 던져 첫 번째 나온 눈의 수를 a, 두 번째 나온 눈의 수를 b라 할 때, 주사위를 두 번 던져서 나올 수 있는 모든 경우를 순서쌍으로 나타내면 다음 표와 같다.

a \ b	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

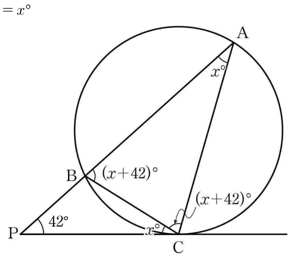
이 중에서 ab의 값이 30 이상인 경우는 다음과 같다.
(i) $ab=30$인 경우
(5, 6), (6, 5)
(ii) $ab=36$인 경우
(6, 6)

그러므로 구하는 경우의 수는 3
한 개의 주사위를 두 번 던져서 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$
따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

14. [출제의도] 원주각의 성질을 이용하여 각의 크기를 구한다.



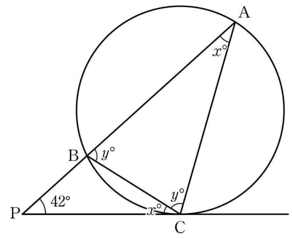
원의 중심을 O, $\angle CAB=x°$라 하면
원주각의 성질에 의해
$\angle COB=2\angle CAB=2x°$
삼각형 OBC는 이등변삼각형이므로
$\angle OBC=\angle OCB=\frac{1}{2}(180°-2x°)=90°-x°$
원의 접선은 그 접점을 한 끝점으로 하는 반지름에 수직이므로 $\overline{PC}\perp\overline{OC}$
$\angle BCP=90°-\angle OCB$
$=90°-(90°-x°)$
$=x°$



삼각형 BPC에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로
$\angle ABC=(x+42)°$

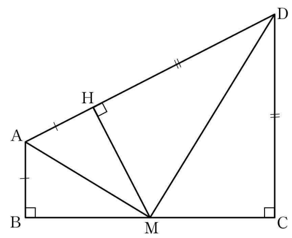
삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ACB=\angle ABC=(x+42)°$
삼각형 ABC의 내각의 크기의 합은 180°이므로
$x°+(x+42)°+(x+42)°=180°$
따라서 $x°=32°$

[다른 풀이]



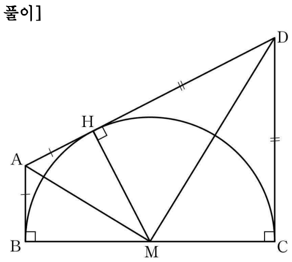
$\angle CAB=x°$, $\angle ABC=y°$라 하면
위의 풀이에서 $\angle PCB=\angle CAB=x°$
삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ACB=y°$
삼각형 ABC의 내각의 크기의 합은 180°이므로
$x°+2y°=180°$ …… ㉠
삼각형 APC의 내각의 크기의 합은 180°이므로
$x°+x°+y°+42°=180°$
$2x°+y°=138°$ …… ㉡
㉡$\times2-$㉠을 하면
$3x°=96°$
따라서 $x°=32°$

15. [출제의도] 삼각형의 합동을 이해하여 주어진 선분의 길이를 구한다.



두 직각삼각형 ABM, AHM에서
$\angle ABM=\angle AHM=90°$, $\overline{BM}=\overline{HM}$, $\overline{AM}$은 공통이므로
$\triangle ABM\equiv\triangle AHM$
두 직각삼각형 MCD, MHD에서
$\angle MCD=\angle MHD=90°$, $\overline{CM}=\overline{HM}$, $\overline{DM}$은 공통이므로
$\triangle MCD\equiv\triangle MHD$
그러므로 $\square ABCD=2\triangle AHM+2\triangle MHD$
$\triangle AHM=\frac{1}{2}\times4\times\overline{AH}=2\overline{AH}$
$\triangle MHD=\frac{1}{2}\times4\times\overline{HD}=2\overline{HD}$이므로
$\square ABCD=2\times2\overline{AH}+2\times2\overline{HD}$
$=4(\overline{AH}+\overline{HD})$
$=4\overline{AD}$
$=36$
따라서 $\overline{AD}=9$

[다른 풀이]

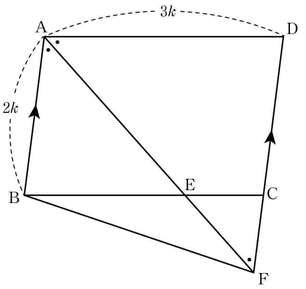


$\overline{BM}=\overline{MH}$, $\overline{AD}\perp\overline{MH}$이므로 선분 BC를 지름으로 하

는 반원은 점 H에서 선분 AD와 접한다.
선분 AB, AD, DC는 모두 이 반원의 접선이므로
$\overline{AB}=\overline{AH}$, $\overline{DC}=\overline{DH}$
사다리꼴 ABCD의 넓이는
$\frac{1}{2}\times(\overline{AB}+\overline{CD})\times\overline{BC}=36$
$\overline{BC}=8$이므로 $\overline{AB}+\overline{CD}=9$
따라서 $\overline{AD}=\overline{AH}+\overline{HD}=\overline{AB}+\overline{CD}=9$

[참고]
두 삼각형은 다음 각 경우에 서로 합동이다.
① 세 쌍의 대응변의 길이가 각각 같을 때
② 두 쌍의 대응변의 길이가 각각 같고, 그 끼인 각의 크기가 같을 때
③ 한 쌍의 대응변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때

16. [출제의도] 도형의 닮음을 이용하여 삼각형의 넓이 구하는 과정을 추론한다.



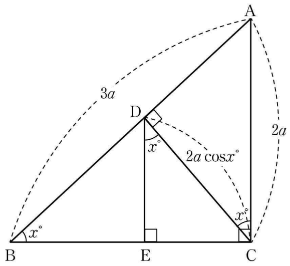
$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DF}$ 이므로 $\angle DFA=\angle BAF$
그러므로 삼각형 DAF는 $\overline{DA}=\overline{DF}$인 이등변삼각형이다.
$\overline{AB}:\overline{AD}=2:3$ 이므로 양수 k에 대하여
$\overline{AB}=2k$, $\overline{AD}=3k$라 하면
$\overline{CF}=\overline{DF}-\overline{DC}=\overline{DA}-\overline{AB}=k$이므로
$\overline{CF}=\boxed{\frac{1}{2}}\times\overline{AB}$
$\triangle ABE\backsim\triangle FCE$ 이므로
닮음비가 $\overline{AB}:\overline{FC}=2:1$
즉, $\overline{AE}:\overline{FE}=2:1$
그러므로 $\overline{EF}=\boxed{\frac{1}{3}}\times\overline{AF}$
두 삼각형 ABF와 ABD의 밑변 AB는 공통이고
선분 AB와 DF는 평행하므로 높이가 같다.
그러므로 두 삼각형 ABF와 ABD의 넓이는 같다.
$\triangle ABD=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times30=15$
그러므로 $\triangle ABF=15$
$\overline{EF}=\frac{1}{3}\overline{AF}$ 이므로 삼각형 BFE의 넓이는 $\frac{1}{3}\times15=\boxed{5}$ 이다.
따라서 $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{3}$, $c=5$이므로 $abc=\frac{5}{6}$

17. [출제의도] 제곱근의 값을 이용하여 자연수의 개수 구하는 문제를 해결한다.

$f(n)=2$는 $\sqrt{na}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a가 2라는 의미이다.
즉, $\sqrt{2n}$이 자연수가 되어야 하므로 $2n$은 어떤 자연수의 제곱이다.
그러므로 n은 $2k^2$ (k는 자연수)로 나타내어지는 수이다.
$k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ 을 대입하여 300 이하의 자연수 n을 구하면 다음과 같다.
$2=2\times1^2$
$8=2\times2^2$
$18=2\times3^2$
$\vdots$
$242=2\times11^2$
$288=2\times12^2$
따라서 자연수 n의 개수는 12

[다른 풀이]
$f(n)=2$는 $\sqrt{na}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a가 2라는 의미이다.
즉, $\sqrt{2n}$이 자연수가 되어야 하므로 $2n$은 어떤 자연수의 제곱이다.
n은 $2k^2$ (k는 자연수)로 나타내어지는 수이고 300 이하의 자연수이므로 k^2은 150 이하의 자연수이다.
$12^2=144$, $13^2=169$이므로 k^2이 150 이하의 자연수가 되는 k는 $1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 11,\ 12$
그러므로 $f(n)=2$인 300 이하의 자연수 n은
$2,\ 8,\ 18,\ \cdots,\ 242,\ 288$
따라서 12개

18. [출제의도] 피타고라스 정리와 삼각비를 이용하여 주어진 조건에 맞는 값을 구한다.

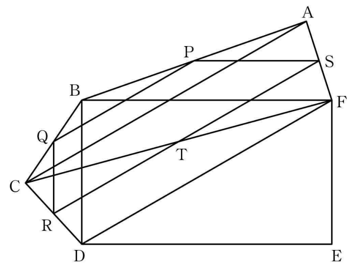


삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의해
$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2-\overline{AC}^2=(3a)^2-(2a)^2=5a^2$
$\overline{BC}=\sqrt{5}a$
$\angle ABC=x°$라 하면 삼각형 ABC에서
$\cos x°=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{5}a}{3a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$
$\angle ABC+\angle BAC=\angle ACD+\angle CAD=90°$
이고 $\angle BAC=\angle CAD$ 이므로
$\angle ACD=\angle ABC=x°$
삼각형 ADC에서
$\cos x°=\frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}$ 이므로
$\overline{CD}=\overline{AC}\times\cos x°$
$=2a\cos x°$
$=2a\times\frac{\sqrt{5}}{3}$
$=\frac{2\sqrt{5}}{3}a$
$\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DE}$ 이므로 엇각의 성질에 의해
$\angle CDE=\angle DCA=x°$
삼각형 CDE에서
$\cos x°=\frac{\overline{DE}}{\overline{CD}}$ 이므로
$\overline{DE}=\overline{CD}\times\cos x°=\frac{2\sqrt{5}}{3}a\times\frac{\sqrt{5}}{3}=\frac{10}{9}a$
따라서 $\overline{DE}=\frac{10}{9}a$가 자연수가 되도록 하는 자연수 a의 값 중 가장 작은 수는 9

[다른 풀이]
위의 풀이에서 $\overline{BC}=\sqrt{5}a$
삼각형 ABC에서
$\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{CD}$
$\frac{1}{2}\times\sqrt{5}a\times2a=\frac{1}{2}\times3a\times\overline{CD}$
$\overline{CD}=\frac{2\sqrt{5}}{3}a$
삼각형 ADC에서 피타고라스 정리에 의해
$\overline{AD}^2=\overline{AC}^2-\overline{CD}^2$
$=(2a)^2-\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}a\right)^2$
$=\frac{16}{9}a^2$
$\overline{AD}=\frac{4}{3}a$
$\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}$
$=3a-\frac{4}{3}a$
$=\frac{5}{3}a$
삼각형 BDC에서
$\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{CD}=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{DE}$
$\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}a\times\frac{2\sqrt{5}}{3}a=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}a\times\overline{DE}$
$\overline{DE}=\frac{10}{9}a$
따라서 $\overline{DE}=\frac{10}{9}a$가 자연수가 되도록 하는 자연수 a의 값 중 가장 작은 수는 9

[다른 풀이]
두 삼각형 ABC와 ACD에서
$\angle BAC=\angle CAD$이고 $\angle ACB=\angle ADC=90°$이므로
$\triangle ABC\backsim\triangle ACD$
$\overline{AB}:\overline{AC}=3a:2a=3:2$ 이고 두 삼각형 ABC와 ACD는 닮음이므로 $\overline{BC}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=3:2$
위의 풀이에서 $\overline{BC}=\sqrt{5}a$이므로
$\overline{CD}=\frac{2}{3}\overline{BC}=\frac{2}{3}\times\sqrt{5}a=\frac{2\sqrt{5}}{3}a$
두 삼각형 ACD와 CDE에서
$\angle ACD=\angle CDE$이고 $\angle ADC=\angle CED=90°$이므로
$\triangle ACD\backsim\triangle CDE$
$\overline{AC}:\overline{CD}=2a:\frac{2\sqrt{5}}{3}a=3:\sqrt{5}$ 이고 두 삼각형 ACD와 CDE는 닮음이므로 $\overline{CD}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{CD}=3:\sqrt{5}$
그러므로 $\overline{DE}=\frac{\sqrt{5}}{3}\overline{CD}=\frac{\sqrt{5}}{3}\times\frac{2\sqrt{5}}{3}a=\frac{10}{9}a$
따라서 $\overline{DE}=\frac{10}{9}a$가 자연수가 되도록 하는 자연수 a의 값 중 가장 작은 수는 9

19. [출제의도] 삼각형의 성질을 이용하여 사각형의 둘레의 길이를 구한다.



선분 CF와 선분 RS의 교점을 T라 하면,
$\overline{RT}\,/\!/\,\overline{DF}$ 이므로 $\triangle CRT\backsim\triangle CDF$
닮음비는 $\overline{CR}:\overline{CD}=1:2$ 이므로 $\overline{RT}:\overline{DF}=1:2$
$\overline{RT}=\frac{1}{2}\overline{DF}$
$\overline{TS}\,/\!/\,\overline{CA}$ 이므로 $\triangle FST\backsim\triangle FAC$
닮음비는 $\overline{FS}:\overline{FA}=1:2$ 이므로 $\overline{TS}:\overline{CA}=1:2$
$\overline{TS}=\frac{1}{2}\overline{CA}$ 이므로
$\overline{RS}=\overline{RT}+\overline{TS}$
$=\frac{1}{2}(\overline{DF}+\overline{CA})$
$=\frac{1}{2}\times(32+38)=35$
삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}=38$ 이므로 $\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{AC}=19$

$\overline{BD}=a$, $\overline{BF}=b$ 라 하면

직사각형 BDEF 의 둘레의 길이는 $2(a+b)=88$

$a+b=44$

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}a$

$\overline{PS}=\frac{1}{2}\overline{BF}=\frac{1}{2}b$

따라서 사각형 PQRS 의 둘레의 길이는

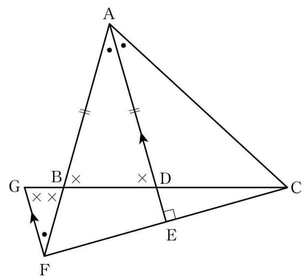
$\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RS}+\overline{PS}$

$=19+\frac{1}{2}a+35+\frac{1}{2}b$

$=54+\frac{1}{2}(a+b)$

$=54+22=76$

20. [출제의도] 삼각형과 닮음의 성질을 이용하여 주어진 <보기>의 참, 거짓을 판별한다.



ㄱ. 삼각형 ABD 는 $\overline{AB}=\overline{AD}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle ABD=\angle ADB$

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{EG}$ 이므로 $\angle ADB=\angle FGB$ (엇각),

$\angle ABD=\angle FBG$ (맞꼭지각)

즉, $\angle FGB=\angle FBG$ 이므로 삼각형 FBG 는

이등변삼각형이다.

그러므로 $\overline{BF}=\overline{GF}$ (참)

ㄴ. 두 삼각형 AFE, ACE 에서

$\angle FAE=\angle CAE$ (선분 AE 는 $\angle A$ 의 이등분선)

$\angle AEF=\angle AEC=90°$ ($\overline{AE}\perp\overline{CF}$)

$\overline{AE}$ 는 공통

삼각형의 합동조건에 의해 $\triangle AFE\equiv\triangle ACE$

그러므로 $\overline{FE}=\overline{CE}$ 이고 두 삼각형 CDE와 CGF 는

닮음비가 1 : 2 인 닮음인 도형이다.

즉, $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{GF}$ 이고 ㄱ에서 $\overline{BF}=\overline{GF}$

그러므로 $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BF}$ (거짓)

ㄷ. $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BF}$ 이고, $\overline{AF}=\overline{AC}$ 이므로

$\overline{AE}=\overline{AD}+\overline{DE}=\overline{AB}+\frac{1}{2}\overline{BF}$

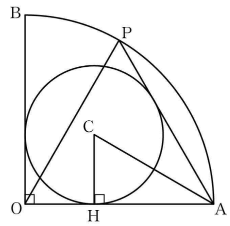
$=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{AB}+\overline{BF})$

$=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{AF})$

그러므로 $\overline{AE}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{AC})$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

21. [출제의도] 삼각비를 이용하여 원의 반지름의 길이 구하는 문제를 해결한다.



세 선분 OA, OB, AP 에 모두 접하는 원의 중심을 점 C, 점 C 에서 선분 OA 에 내린 수선의 발을 H 라 하자.

점 P는 호 AB를 삼등분한 점 중 점 B에 가까운 점이므로 $\angle AOP=60°$ 이고, $\overline{OA}=\overline{OP}$ 이므로 삼각형 OAP 는 정삼각형이다.

그러므로 $\angle OAP=60°$

선분 AO 와 선분 AP 는 점 A 에서 중심이 C 인 원에 그은 접선이므로 선분 AC 는 $\angle OAP$ 의 이등분선이다.

그러므로 $\angle OAC=\frac{1}{2}\times\angle OAP=30°$

한편 원의 반지름의 길이를 x 라 하면

$\overline{OH}=\overline{CH}=x$

$\overline{AH}=\overline{OA}-\overline{OH}=4-x$

삼각형 CHA 에서 $\tan(\angle HAC)=\tan 30°=\frac{x}{4-x}$

$\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로

$\frac{x}{4-x}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$3x=4\sqrt{3}-\sqrt{3}x$

$(3+\sqrt{3})x=4\sqrt{3}$

따라서 $x=\frac{4\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$

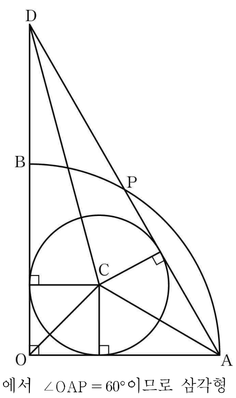
$=\frac{4\sqrt{3}(3-\sqrt{3})}{9-3}$

$=\frac{12\sqrt{3}-12}{6}$

$=2\sqrt{3}-2$

[다른 풀이]

선분 OB의 연장선과 선분 AP 의 연장선이 만나는 점을 D라 하면 구하는 원은 삼각형 DOA의 내접원이다.



위의 풀이에서 $\angle OAP=60°$ 이므로 삼각형 DOA 에서

$\angle OAD=\angle OAP=60°$, $\angle DOA=90°$

그러므로 $\overline{DA}:\overline{AO}:\overline{OD}=2:1:\sqrt{3}$

$\overline{AO}=4$ 이므로 $\overline{DA}=8$, $\overline{OD}=4\sqrt{3}$

$\triangle DOA=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$

구하는 원의 중심을 C, 반지름의 길이를 x 라 하면

$\triangle COA=\frac{1}{2}\times4\times x=2x$

$\triangle CDO=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times x=2\sqrt{3}x$

$\triangle CAD=\frac{1}{2}\times8\times x=4x$

이때, $\triangle COA+\triangle CDO+\triangle CAD=\triangle DOA$ 이므로

$2x+2\sqrt{3}x+4x=8\sqrt{3}$

$(6+2\sqrt{3})x=8\sqrt{3}$

$(3+\sqrt{3})x=4\sqrt{3}$

따라서 $x=\frac{4\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$

$=\frac{4\sqrt{3}(3-\sqrt{3})}{9-3}$

$=\frac{12\sqrt{3}-12}{6}$

$=2\sqrt{3}-2$

22. [출제의도] 거듭제곱의 뜻을 알고 식의 값을 계산한다.

$9^2\times(2^2)^2\div3^3=(3^2)^2\times(2^2)^2\div3^3$

$=3^4\times2^4\div3^3$

$=2^4\times3^4\div3^3$

$=16\times3$

$=48$

[참고]

m, n 이 자연수일 때,

① $a^m\times a^n=a^{m+n}$

② $(a^m)^n=a^{mn}$

③ $a\neq0$ 일 때,

$m>n$ 이면 $a^m\div a^n=a^{m-n}$

$m=n$ 이면 $a^m\div a^n=1$

$m<n$ 이면 $a^m\div a^n=\frac{1}{a^{n-m}}$

④ $(ab)^m=a^mb^m$, $\left(\frac{a}{b}\right)^m=\frac{a^m}{b^m}$ $(b\neq0)$

23. [출제의도] 일차함수를 이해하여 일차함수 그래프의 y절편을 구한다.

y절편을 b라고 하면 기울기가 4 이므로 구하는 일차함수의 식은

$y=4x+b$ …… ㉠

㉠의 그래프가 점 $(2, 30)$을 지나므로

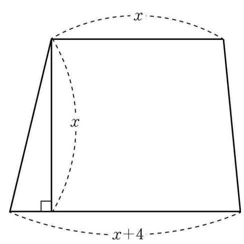
㉠에 $x=2$, $y=30$을 대입하면

$30=4\times2+b$

$b=22$

따라서 구하는 일차함수 그래프의 y절편은 22

24. [출제의도] 이차방정식을 이해하여 사다리꼴의 변의 길이를 구한다.



사다리꼴의 넓이는 120 이므로

$\frac{1}{2}\times x\times\{x+(x+4)\}=120$

$\frac{1}{2}\times x\times(2x+4)=120$

$x^2+2x=120$

$x^2+2x-120=0$

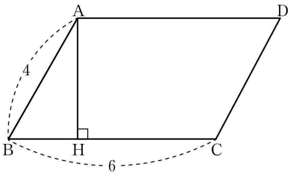
$(x+12)(x-10)=0$

$x=-12$ 또는 $x=10$

x 는 사다리꼴의 밑변의 길이이므로 $x>0$

따라서 $x=10$

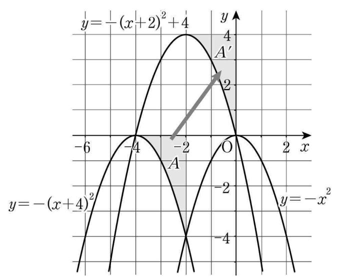
25. [출제의도] 피타고라스 정리를 이해하고 주어진 식의 값을 구한다.



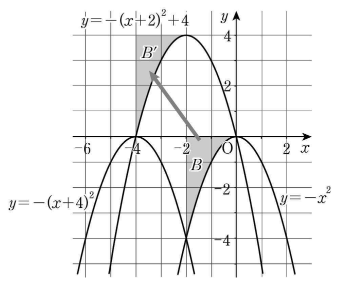
평행사변형 ABCD 의 넓이는 $6\sqrt{11}$ 이므로
$\overline{BC}\times\overline{AH}=6\sqrt{11}$
$6\overline{AH}=6\sqrt{11}$
$\overline{AH}=\sqrt{11}$
삼각형 ABH 는 직각삼각형이므로
피타고라스 정리에 의해
$\overline{AB}^2=\overline{BH}^2+\overline{AH}^2$
$4^2=\overline{BH}^2+(\sqrt{11})^2$
따라서 $\overline{BH}^2=5$

26. [출제의도] 이차함수의 그래프를 이해하여 도형의 넓이를 구한다.

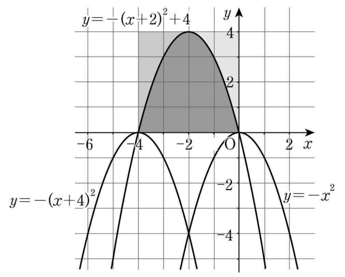
세 이차함수 $y=-x^2$, $y=-(x+2)^2+4$, $y=-(x+4)^2$ 은 x^2의 계수가 모두 -1이므로 세 이차함수 그래프의 폭과 모양은 서로 같다.



(ⅰ) $y=-(x+2)^2+4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 4)$
$y=-(x+4)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-4,\ 0)$
그러므로 $y=-(x+2)^2+4$ 의 그래프는 $y=-(x+4)^2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.
그러므로 두 도형 A와 A' 은 서로 합동이다.



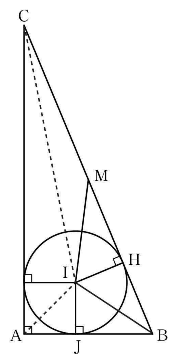
(ⅱ) $y=-x^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 0)$
$y=-(x+2)^2+4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 4)$
그러므로 $y=-(x+2)^2+4$ 의 그래프는 $y=-x^2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.
그러므로 두 도형 B와 B' 은 서로 합동이다.



따라서 그림에서 구하는 넓이는 한 변의 길이가 4인 정사각형의 넓이와 같으므로 $4\times4=16$

[참고]
이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프는
① y축을 축으로 하고, 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
② $a>0$ 이면 아래로 볼록하고, $a<0$ 이면 위로 볼록하다.
③ a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭은 좁아진다.
④ $y=-ax^2$ 의 그래프와 x축에 대칭이다.

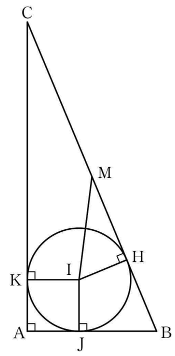
27. [출제의도] 삼각형의 내심의 성질을 이해하고 조건을 만족시키는 값을 구한다.



삼각형 ABC 의 내접원의 반지름의 길이를 r 라 하면 삼각형 ABC 의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}r(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$
$\frac{1}{2}\times10\times24=\frac{1}{2}r(10+26+24)$
$r=4$
점 I에서 변 AB에 내린 수선의 발을 J라 하면
두 삼각형 BIH와 BIJ에서
$\overline{IH}=\overline{IJ}$, $\overline{BI}$는 공통, $\angle H=\angle J=90^\circ$이므로
$\triangle BIH\equiv\triangle BIJ$
$\overline{BH}=\overline{BJ}=\overline{AB}-\overline{AJ}=10-4=6$
$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=13$
$\overline{MH}=\overline{BM}-\overline{BH}=13-6=7$
따라서 삼각형 IHM의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\overline{MH}\times\overline{IH}=\frac{1}{2}\times7\times4=14$

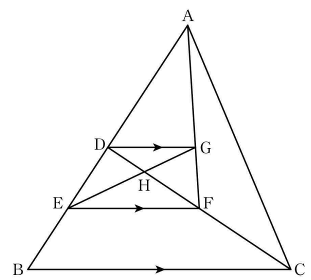
[다른 풀이]
위의 풀이에서 $r=4$이고 $\triangle BIH\equiv\triangle BIJ$
$\overline{JB}=\overline{AB}-\overline{AJ}=10-4=6$
그러므로 삼각형 BIJ의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\overline{JB}\times\overline{IJ}=\frac{1}{2}\times6\times4=12$
따라서 삼각형 IHM의 넓이는
$\triangle BIM-\triangle BIH=\triangle BIM-\triangle BIJ=\frac{1}{2}\times13\times4-12=14$

[다른 풀이]



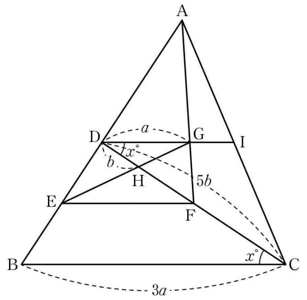
위의 풀이에서 $r=4$
점 I에서 변 AB, 변 AC에 내린 수선의 발을 각각 J, K라 하고 $\overline{HM}=x$ 라 하면
$\overline{AJ}=\overline{AK}=4$ 이므로 $\overline{CK}=20$, $\overline{CH}=13+x$
$\overline{CK}=\overline{CH}$ 이므로 $20=13+x$에서 $x=7$
따라서 삼각형 IHM의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\overline{MH}\times\overline{IH}=\frac{1}{2}\times7\times4=14$

28. [출제의도] 삼각형의 닮음을 이용하여 두 삼각형의 넓이의 비를 구하는 문제를 해결한다.



두 점 E, F가 각각 선분 BD, CD의 중점이므로,
$\overline{EF}/\!/\overline{BC}$ …… ㉠
문제의 조건에서 $\overline{DG}/\!/\overline{BC}$이고 ㉠이 성립하므로
$\overline{EF}/\!/\overline{DG}$
두 삼각형 DBC, DEF에서
$\angle DBC=\angle DEF$, $\angle DCB=\angle DFE$(동위각)이므로
$\triangle DBC\sim\triangle DEF$
$\overline{DB}:\overline{DE}=2:1$ 이므로 $\triangle DBC=4\triangle DEF$ …… ㉡
두 삼각형 ADG, AEF 에서
$\angle ADG=\angle AEF$, $\angle AGD=\angle AFE$(동위각)이므로
$\triangle ADG\sim\triangle AEF$
$\overline{DG}:\overline{EF}=\overline{AD}:\overline{AE}=2:3$
두 삼각형 DHG, FHE 에서
$\angle HDG=\angle HFE$, $\angle HGD=\angle HEF$ (엇각)이므로
$\triangle DHG\sim\triangle FHE$
$\overline{GH}:\overline{EH}=\overline{DG}:\overline{FE}=2:3$ 이므로
$\triangle FHE=\frac{9}{4}\triangle DHG$, $\triangle DEH=\frac{3}{2}\triangle DHG$
$\triangle DEF=\triangle DEH+\triangle FHE$
$=\frac{3}{2}\triangle DHG+\frac{9}{4}\triangle DHG$
$=\frac{15}{4}\triangle DHG$ …… ㉢
㉡, ㉢에 의해
$\triangle DBC=4\times\frac{15}{4}\times\triangle DHG=15\triangle DHG$
삼각형 DBC의 넓이는 삼각형 DHG의 넓이의 15배이다.
따라서 $k=15$

[다른 풀이]



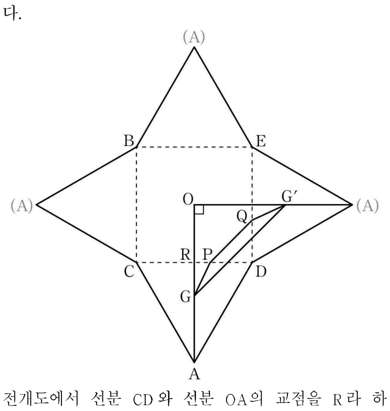
선분 DG의 연장선이 선분 AC와 만나는 점을 I라 하자.
삼각형 ABC에서 점 D, I가 각각 선분 AB, AC의 중점이므로 $\overline{\mathrm{BC}}=2\overline{\mathrm{DI}}$
삼각형 ADC에서 선분 DI, AF는 중선이므로 두 중선의 교점인 G는 삼각형 ADC의 무게중심이다.
$\overline{\mathrm{DG}}=a$라 하면 $\overline{\mathrm{DI}}=\frac{3}{2}\overline{\mathrm{DG}}=\frac{3}{2}a$
$\overline{\mathrm{BC}}=2\overline{\mathrm{DI}}=3a$
삼각형 DBC에서 점 E, F가 각각 선분 BD, CD의 중점이므로 $\overline{\mathrm{EF}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}=\frac{3}{2}a$, $\overline{\mathrm{EF}}\mathbin{/\!/}\overline{\mathrm{BC}}$
$\overline{\mathrm{DG}}\mathbin{/\!/}\overline{\mathrm{BC}}$이므로 $\overline{\mathrm{DG}}\mathbin{/\!/}\overline{\mathrm{EF}}$
두 삼각형 DHG, FHE에서
$\angle\mathrm{HDG}=\angle\mathrm{HFE}$, $\angle\mathrm{HGD}=\angle\mathrm{HEF}$(엇각)이므로
$\triangle\mathrm{DHG}\backsim\triangle\mathrm{FHE}$
$\overline{\mathrm{DH}}:\overline{\mathrm{FH}}=\overline{\mathrm{DG}}:\overline{\mathrm{FE}}=2:3$
$\overline{\mathrm{DH}}=b$라 하면 $\overline{\mathrm{FH}}=\frac{3}{2}\overline{\mathrm{DH}}=\frac{3}{2}b$
$\overline{\mathrm{DF}}=\overline{\mathrm{DH}}+\overline{\mathrm{FH}}=b+\frac{3}{2}b=\frac{5}{2}b$
$\overline{\mathrm{DC}}=2\overline{\mathrm{DF}}=5b$
$\angle\mathrm{HDG}=\angle\mathrm{HCB}$(엇각)이므로 $\angle\mathrm{HDG}=x°$라 하면
$\triangle\mathrm{DHG}:\triangle\mathrm{DBC}=\frac{1}{2}\times a\times b\times\sin x°:\frac{1}{2}\times3a\times5b\times\sin x°$
$=1:15$
따라서 $k=15$

[참고]

① 닮음비: 서로 닮은 두 도형에서 대응하는 선분의 길이의 비
② 닮은 두 평면도형의 닮음비가 $m:n$ 이면 넓이의 비는 $m^2:n^2$ 이다.
③ 닮은 두 입체도형의 닮음비가 $m:n$ 이면 부피의 비는 $m^3:n^3$ 이다.

29. [출제의도] 입체도형의 전개도를 추측하여 선분의 길이의 합의 최솟값을 구한다.

구하려는 사각뿔의 한 모서리의 길이를 x라 하고, 면 BCDE의 대각선 BD와 대각선 CE의 교점을 O라 하자. 사각뿔 ABCDE의 전개도를 그리면 다음과 같다.



전개도에서 선분 CD와 선분 OA의 교점을 R라 하자. 점 G는 삼각형 ACD의 무게중심이므로
$\overline{\mathrm{AG}}:\overline{\mathrm{GR}}=2:1$, $\overline{\mathrm{GR}}=\frac{1}{3}\overline{\mathrm{AR}}$
전개도에서
$\overline{\mathrm{OG}}=\overline{\mathrm{OR}}+\overline{\mathrm{GR}}=\overline{\mathrm{OR}}+\frac{1}{3}\overline{\mathrm{AR}}$
$=\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}x\times\frac{1}{3}$
$=\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{6}x$
$=\frac{1}{6}(3+\sqrt{3})x$
삼각형 GOG′은 직각이등변삼각형이므로
$\overline{\mathrm{GG'}}=\sqrt{2}\times\overline{\mathrm{OG}}=\frac{\sqrt{2}}{6}(3+\sqrt{3})x$
전개도에서 $\overline{\mathrm{GP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QG'}}$의 값이 최소가 되는 경우는 네 점 G, P, Q, G′이 한 직선 위에 있을 때이다.
그러므로
$\frac{\sqrt{2}}{6}(3+\sqrt{3})x=30(3\sqrt{2}+\sqrt{6})$
$\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{6}x=30(3\sqrt{2}+\sqrt{6})$
$\frac{1}{6}x=30$
따라서 $x=180$

30. [출제의도] 일차방정식을 이용하여 실생활 문제를 해결한다.

$K+2$에 3을 곱해서 만든 수가 여전히 네 자리의 수이므로 $a=2$
그러므로 $K=2\times10^3+b\times10^2+8\times10+c$이고
$M=8\square6\square$이다.
(ⅰ) $c=2$인 경우 $M=8\square68$이고
$3(K+2)=6\times10^3+3b\times10^2+24\times10+12$이므로
$M\neq3(K+2)$
(ⅱ) $c=8$인 경우 $M=8\square66$이고
$3(K+2)=6\times10^3+3b\times10^2+24\times10+30$ 이므로
$M\neq3(K+2)$
(ⅲ) $c\neq2$, $c\neq8$인 경우
$3(c+2)=10k+c$ $(k=0,\ 1,\ 2)$에서
$2c=10k-6$이므로
$c=7$
$K=2\times10^3+b\times10^2+8\times10+7$에서
$3(K+2)=6\times10^3+3b\times10^2+24\times10+27$
$=6267+3b\times10^2$
이고 $M=8\square67$이다.
$M=3(K+2)$가 성립하려면 $b\geq7$이다.
$b=7$인 경우 $K=2787$, $M=8767$이므로
$M\neq3(K+2)$
$b=8$인 경우 $K=2887$, $M=8667$이므로
$M=3(K+2)$가 성립하여 $b=8$
따라서 $a+b+c=2+8+7=17$

[다른 풀이]

$3(K+2)=3K+6$
$=3a\times10^3+3b\times10^2+24\times10+3c+6$
$3(K+2)$의 일의 자리의 숫자는 $3c+6$의 일의 자리의 숫자와 같으므로 $3c+6$의 일의 자리의 숫자와 M의 일의 자리의 숫자를 비교해 보면 다음 표에서 $c=7$임을 알 수 있다.

c	$3c+6$	$3c+6$의 일의 자리의 숫자	M의 일의 자리의 숫자
1	9	9	1
2	12	2	8
3	15	5	3
4	18	8	4
5	21	1	5
6	24	4	6
7	27	7	7
8	30	0	6

$3(K+2)=3a\times10^3+3b\times10^2+24\times10+3\times7+6$
$=3a\times10^3+3b\times10^2+267$
$=3a\times10^3+(3b+2)\times10^2+6\times10+7$
$3(K+2)$의 백의 자리의 숫자는 $3b+2$의 일의 자리의 숫자와 같으므로 $3b+2$의 일의 자리의 숫자와 M의 백의 자리의 숫자를 비교해 보면 다음 표에서 $b=2$ 또는 $b=4$ 또는 $b=8$임을 알 수 있다.

b	$3b+2$	$3b+2$의 일의 자리의 숫자	M의 백의 자리의 숫자
1	5	5	1
2	8	8	8
3	11	1	3
4	14	4	4
5	17	7	5
6	20	0	6
7	23	3	7
8	26	6	6

$3(K+2)$와 M 모두 네 자리의 수이고 천의 자리의 숫자가 같으므로 $a=2$이다.
이때, $b=2$와 $b=4$의 경우 $M\neq3(K+2)$이고 $b=8$인 경우 $M=3(K+2)$이므로 $b=8$이다.
따라서 $a+b+c=2+8+7=17$

[참고]

풀이를 좀 더 상세하게 알아보자.
$3(K+2)=3K+6$
$=3a\times10^3+3b\times10^2+24\times10+3c+6$
$M=3(K+2)$이므로 $3(K+2)$는 네 자리의 자연수이다.
즉, $3a$는 한 자리의 수이므로
$a=1$ 또는 $a=2$ 또는 $a=3$이다.
(ⅰ) $a=1$인 경우
M의 천의 자리의 숫자가 1이고
$3(K+2)$의 천의 자리의 숫자가 3 이상이므로
$M\neq3(K+2)$
(ⅱ) $a=2$인 경우
M은 K의 각 자리의 숫자 중 2를 8로 바꾸었으므로 M의 천의 자리의 숫자는 8이고
$3(K+2)$의 천의 자리의 숫자는 6 이상이므로
$M=3(K+2)$가 성립할 수 있다.
(ⅲ) $a=3$인 경우
M의 천의 자리의 숫자가 3이고
$3(K+2)$의 천의 자리의 숫자가 9이므로
$M\neq3(K+2)$
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의해 $a=2$이다.
그러므로 $K=2\times10^3+b\times10^2+8\times10+c$
한편 $3(K+2)$의 일의 자리의 숫자는 $3c+6$의 일의 자리의 숫자와 같다.
(ⅳ) $c=2$인 경우
M은 K의 각 자리의 숫자 중 2를 8로 바꾸었으므로 M의 일의 자리의 숫자는 8이고
$3(K+2)$의 일의 자리의 숫자는 2이므로
$M\neq3(K+2)$
(ⅴ) $c=8$인 경우
M은 K의 각 자리의 숫자 중 8을 6으로 바꾸었으므로 M의 일의 자리의 숫자는 6이고

$3(K+2)$의 일의 자리의 숫자는 0이므로

$M \neq 3(K+2)$

(vi) $c \neq 2$, $c \neq 8$인 경우

M의 일의 자리의 숫자는 c이고

$3(K+2)$의 일의 자리의 숫자는 $3c+6$의 일의 자리 숫자와 같으므로

$3c+6=c+10k$ ($k=0$, 1, 2)

$2c=-6+10k$

즉, $2c$는 1의 자리가 4인 수이다.

그러므로 $c=2$ 또는 $c=7$

그런데 $c \neq 2$이므로 $c=7$

(iv), (v), (vi)에 의해 $c=7$

그러므로 $K=2 \times 10^3+b \times 10^2+8 \times 10+7$

$3(K+2)=6 \times 10^3+3b \times 10^2+24 \times 10+27$

$M=8 \times 10^3+b' \times 10^2+6 \times 10+7$

(단, $b=2$인 경우 $b'=8$, $b=8$인 경우 $b'=6$,

$b \neq 2$, $b \neq 8$인 경우 $b=b'$)

$M=3(K+2)$이므로

$8 \times 10^3+b' \times 10^2+6 \times 10+7$

$=6 \times 10^3+3b \times 10^2+24 \times 10+27$

$8067+b' \times 10^2=6267+3b \times 10^2$

$1800+b' \times 10^2=3b \times 10^2$

$18+b'=3b$

(vii) $b=2$인 경우

$b'=8$이므로 $18+b' \neq 3b$

(viii) $b=8$인 경우

$b'=6$이므로 $18+b'=3b$가 성립한다.

(ix) $b \neq 2$, $b \neq 8$인 경우

$b=b'$이고 b는 1 이상 8 이하의 자연수이므로

$18+b=3b$을 만족하는 b는 존재하지 않는다.

(vii), (viii), (ix)에 의해 $b=8$

$a=2$, $b=8$, $c=7$이므로

$a+b+c=2+8+7=17$