

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. ${}_8P_2$ 의 값은? [2점]

- ① 32 ② 40 ③ 48 ④ 56 ⑤ 64

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+12x)}{3x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $f(x)=e^{3x-2}$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① e ② $2e$ ③ $3e$ ④ $4e$ ⑤ $5e$

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$P(A)=\frac{2}{3}, \quad P(A \cap B)=\frac{1}{4}$

일 때, $P(A^C \cup B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

5. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{36} = 1$ 의 두 초점 사이의 거리가 $6\sqrt{6}$ 일 때, a^2 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

6. 함수 $f(x) = \tan 2x + 3 \sin x$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\pi+h) - f(\pi-h)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ -10

7. 부등식 $\frac{27}{9^x} \geq 3^{x-9}$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 곡선 $y = |\sin 2x| + 1$ 과 x 축 및 두 직선 $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{5\pi}{4}$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\pi + 1$ ② $\pi + \frac{3}{2}$ ③ $\pi + 2$ ④ $\pi + \frac{5}{2}$ ⑤ $\pi + 3$

9. 곡선 $e^x - e^y = y$ 위의 점 (a, b) 에서의 접선의 기울기가 1 일 때, $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① $1 + \ln(e + 1)$ ② $2 + \ln(e^2 + 2)$ ③ $3 + \ln(e^3 + 3)$
 ④ $4 + \ln(e^4 + 4)$ ⑤ $5 + \ln(e^5 + 5)$

10. 어느 지구대에서는 학생들의 안전한 통학을 위한 귀가도우미 프로그램에 참여하기로 하였다. 이 지구대의 경찰관은 모두 9명이고, 각 경찰관은 두 개의 근무조 A, B 중 한 조에 속해 있다. 이 지구대의 근무조 A는 5명, 근무조 B는 4명의 경찰관으로 구성되어 있다. 이 지구대의 경찰관 9명 중에서 임의로 3명을 동시에 귀가도우미로 선택할 때, 근무조 A와 근무조 B에서 적어도 1명씩 선택될 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

11. $\int_1^{\sqrt{2}} x^3 \sqrt{x^2 - 1} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{15}$ ② $\frac{8}{15}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{11}{15}$

12. $x=0$ 에서 $x=\ln 2$ 까지의 곡선 $y=\frac{1}{8}e^{2x}+\frac{1}{2}e^{-2x}$ 의 길이는? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{11}{16}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

13. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(0 < t < \pi)$ 에서의 위치 P(x, y)가

$x = 2t - \cos t, y = 4 - \sin t$

이다. 시각 $t = \alpha(0 < \alpha < \pi)$ 에서의 점 P의 속도 $\vec{v}$ 와 가속도 $\vec{a}$ 가 $\vec{v} \cdot \vec{a} = 1$ 을 만족시킬 때, α 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2\pi}{3}$ ⑤ $\frac{5\pi}{6}$

14. 직선 $x = k$ 가 두 곡선 $y = \log_2 x, y = -\log_2(8 - x)$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB} = 2$ 가 되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 곱은? (단, $0 < k < 8$) [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

15. 함수 $f(x) = a \cos(\pi x^2)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{x^2 + 1}{x} \int_1^{x+1} f(t) dt \right\} = 3$$

일 때, $f(a)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

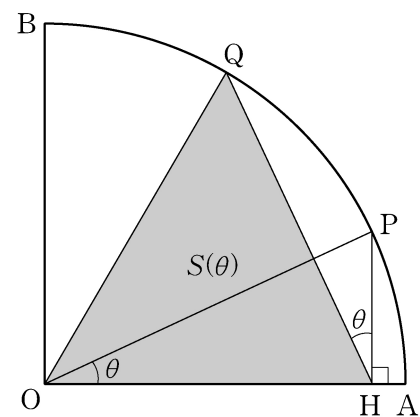
16. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인

부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, 호 BP 위에 점 Q를

$\angle POH = \angle PHQ$ 가 되도록 잡는다. $\angle POH = \theta$ 일 때,

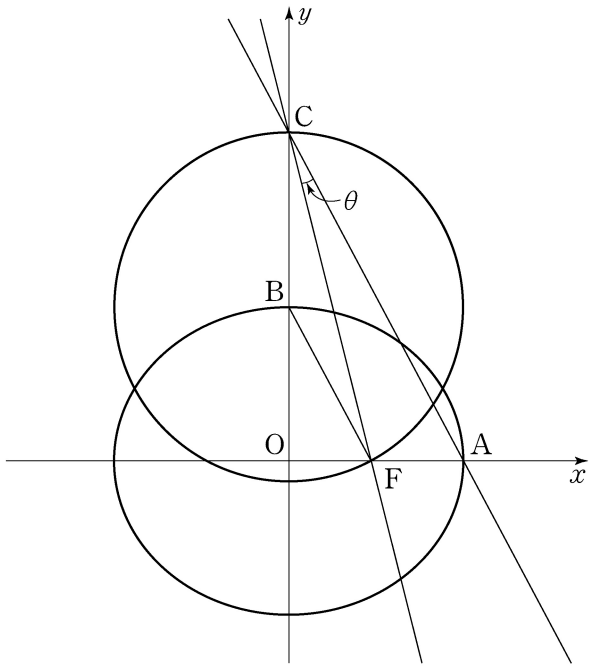
삼각형 OHQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [4점]



- ① $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{3 + \sqrt{2}}{2}$
 ④ $\frac{4 + \sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{5 + \sqrt{2}}{2}$

17. 그림과 같이 한 초점이 $F(c, 0)$ 인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 두 점 $A(a, 0)$, $B(0, b)$ 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고 점 F 를 지나는 원이 y 축과 만나는 점 중에서 y 좌표가 양수인 점을 C 라 할 때, 직선 CF 와 직선 CA 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\tan(\angle CFB) = \frac{1}{4}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은?
(단, a, b, c 는 양수이다.) [4점]



- ① $\frac{36}{145}$ ② $\frac{41}{145}$ ③ $\frac{46}{145}$ ④ $\frac{51}{145}$ ⑤ $\frac{56}{145}$

18. 좌표평면 위에 두 점 $A(0, 4)$, $B(0, -4)$ 가 있다. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 m, n 이라 하자. 점 $C\left(m\cos\frac{n\pi}{3}, m\sin\frac{n\pi}{3}\right)$ 에 대하여 삼각형 ABC 의 넓이가 12보다 작을 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{11}{18}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{13}{18}$

19. 0이 아닌 실수 p 에 대하여 좌표평면 위의 두 포물선

$$x^2 = 2y \text{ 와 } \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = 4px \text{ 에 동시에 접하는 직선의 개수를}$$

$f(p)$ 라 하자. $\lim_{p \rightarrow k^+} f(p) > f(k)$ 를 만족시키는 실수 k 의 값은?

[4점]

① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

② $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$

③ $-\frac{\sqrt{3}}{9}$

④ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

20. 자연수 n 에 대하여 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는

음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의

개수를 a_n 이라 하자. 다음은 $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

음이 아닌 정수 a, b, c, d 가 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키려면 음이 아닌 정수 k 에 대하여 $c+d=2k$ 이어야 한다.

$c+d=2k$ 인 경우는 (1) 음이 아닌 정수 k_1, k_2 에 대하여 $c=2k_1, d=2k_2$ 인 경우이거나 (2) 음이 아닌 정수 k_3, k_4 에 대하여 $c=2k_3+1, d=2k_4+1$ 인 경우이다.

(1) $c=2k_1, d=2k_2$ 인 경우:

$2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

(2) $c=2k_3+1, d=2k_4+1$ 인 경우:

$2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

(1), (2)에 의하여 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수 a_n 은

$$a_n = \boxed{\text{(가)}} + \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 자연수 m 에 대하여

$$\sum_{n=1}^m \boxed{\text{(나)}} = {}_{m+3}C_4$$

이므로

$$\sum_{n=1}^8 a_n = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 하고,

(다)에 알맞은 수를 r 라 할 때, $f(6)+g(5)+r$ 의 값은? [4점]

① 893

② 918

③ 943

④ 968

⑤ 993

21. 열린 구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2\sin^3 x & \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4}\right) \\ \cos x & \left(\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{3\pi}{2}\right) \end{cases}$$

가 있다. 실수 t 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 k 의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

(가) $-\frac{\pi}{2} < k < \frac{3\pi}{2}$

(나) 함수 $\sqrt{|f(x)-t|}$ 는 $x=k$ 에서 미분가능하지 않다.

함수 $g(t)$ 에 대하여 합성함수 $(h \circ g)(t)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $h(x)$ 가 있다. $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = a$, $g(0) = b$, $g(-1) = c$ 라 할 때, $h(a+5) - h(b+3) + c$ 의 값은? [4점]

- ① 96 ② 97 ③ 98 ④ 99 ⑤ 100

단답형

22. 두 벡터 $\vec{a} = (2, 4)$, $\vec{b} = (1, 3)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

23. $\cos \theta = \frac{1}{7}$ 일 때, $\sec^2 \theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 자연수 11을 홀수인 자연수로 분할할 때, 자연수 3이
두 개 이상 포함되도록 분할하는 방법의 수를 구하시오. [3점]

26. 좌표평면에서 점 $(2, a)$ 가 곡선 $y = \frac{2}{x^2 + b}$ ($b > 0$)의
변곡점일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

[4점]

25. 함수 $f(x) = 3e^{5x} + x + \sin x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,
곡선 $y = g(x)$ 는 점 $(3, 0)$ 을 지난다. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{g(x)-g(3)}$ 의 값을
구하시오. [3점]

27. 세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해
일렬로 나열할 때, 문자 a 가 두 번 이상 나오는 경우의 수를
구하시오. [4점]

28. 자연수 $n (n \geq 3)$ 에 대하여 집합 A 를

$$A = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq y \leq n, x \text{와 } y \text{는 자연수}\}$$

라 하자. 집합 A 에서 임의로 선택된 한 개의 원소 (a, b) 에
대하여 b 가 3의 배수일 때, $a=b$ 일 확률이 $\frac{1}{9}$ 이 되도록 하는
모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

29. 좌표평면 위에 $\overline{AB}=5$ 인 두 점 A, B를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 5인 두 원을 각각 O_1 , O_2 라 하자. 원 O_1 위의 점 C와 원 O_2 위의 점 D가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \cos(\angle CAB) = \frac{3}{5}$$

$$(나) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 30 \text{ 이고 } |\overrightarrow{CD}| < 9 \text{ 이다.}$$

선분 CD를 지름으로 하는 원 위의 점 P에 대하여 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 의 최댓값이 $a+b\sqrt{74}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a , b 는 유리수이다.) [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라 하자. 모든 실수 t 에 대하여

$$(1+t^2)\{g(t+1)-g(t)\} = 2t$$

$$\text{이 고, } \int_0^1 f(x)dx = -\frac{\ln 10}{4}, f(1) = 4 + \frac{\ln 17}{8} \text{ 일 때,}$$

$$2\{f(4)+f(-4)\} - \int_{-4}^4 f(x)dx \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.