2018학년도 9월 고1 전국연합학력평가
정답 및 해설

수학 영역

정 답

1	③	2	⑤	3	②	4	③	5	④
6	④	7	①	8	①	9	①	10	③
11	③	12	⑤	13	①	14	②	15	⑤
16	④	17	③	18	②	19	②	20	⑤
21	②	22	15	23	4	24	14	25	22
26	9	27	6	28	125	29	2	30	43

해 설

1. [출제의도] 복소수 계산하기
$(1+2i)+(3-i)=(1+3)+\{2+(-1)\}i$
$=4+i$

2. [출제의도] 다항식의 인수분해 계산하기
$x^3-27=(x-3)(x^2+3x+9)$ 이므로
$a=3$, $b=9$
따라서 $a+b=12$

3. [출제의도] 다항식의 연산 계산하기
$A+B=(x^2-2x-4)+(2x-3)=x^2-7$

4. [출제의도] 두 점 사이의 거리 계산하기
$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(0-2)^2+(a-0)^2}=\sqrt{13}$ 이므로
$a^2+4=13$
$a^2=9$ $(a>0)$
따라서 $a=3$

5. [출제의도] 항등식의 성질 이해하기
주어진 등식의 우변을 x에 대하여 정리하면
$2x^2+3x+4=2x^2+(4+a)x+(2+a+b)$
항등식의 성질을 이용하여 양변의
동류항의 계수를 비교하면
$4+a=3$, $2+a+b=4$
즉, $a=-1$, $b=3$
따라서 $a-b=-4$

6. [출제의도] 이차방정식의 근의 판별 이해하기
이차방정식 $x^2+4x+k-3=0$ 이 실근을 가지려면
판별식을 D라 할 때,
$\frac{D}{4}=4-(k-3)\geq 0$ 즉, $k\leq 7$
따라서 자연수 k의 개수는 7

7. [출제의도] 도형의 대칭이동 이해하기
직선 $y=ax-6$ 을 x축에 대하여 대칭이동한
직선은 $y=-ax+6$ 이고, 이 직선이
점 $(2,4)$를 지나므로 $4=-2a+6$
따라서 $a=1$

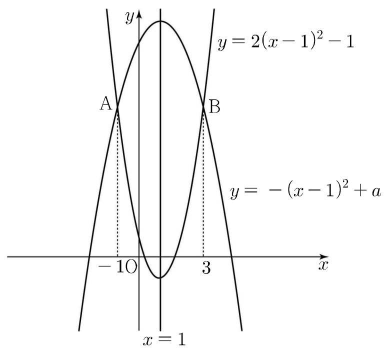
8. [출제의도] 이차방정식의 근과 계수의 관계 이해하기
이차방정식 $x^2+3x+1=0$ 의 두 실근이
α, β 이므로 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=-3$, $\alpha\beta=1$
$\alpha^2+\beta^2-3\alpha\beta=(\alpha+\beta)^2-5\alpha\beta$
$=(-3)^2-5\times 1=4$

9. [출제의도] 점의 대칭이동 이해하기
$\mathrm{A}(2,3)$, $\mathrm{B}(-2,-3)$ 이므로
$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(-2-2)^2+(-3-3)^2}=2\sqrt{13}$

10. [출제의도] 절댓값을 포함한 일차부등식 이해하기
부등식 $|3x-2|\leq a$ $(a>0)$를 풀면
$\frac{-a+2}{3}\leq x\leq\frac{a+2}{3}$ 이므로
$\frac{a+2}{3}=2$, $\frac{-a+2}{3}=b$
즉, $a=4$, $b=-\frac{2}{3}$
따라서 $a+b=\frac{10}{3}$

11. [출제의도] 복소수의 연산을 이용하여 수학 외적 문제 해결하기
$2-3i$, $1+2i$, $6+9i$ 에서
$(2-3i)(6+9i)=39$
따라서 $a=39$

12. [출제의도] 이차함수의 그래프 이해하기
두 이차함수 $y=-(x-1)^2+a$,
$y=2(x-1)^2-1$ 의 그래프의 축의 방정식은
$x=1$ 로 서로 같다.
그림과 같이 두 이차함수의 그래프의 교점을
각각 A, B 라 하면
두 점 A, B 사이의 거리가 4 이므로
두 점 A, B 의 x좌표는 각각 -1, 3
$x=3$ 일 때, 두 이차함수의 함숫값이 같으므로
$-(3-1)^2+a=2(3-1)^2-1$
따라서 $a=11$



13. [출제의도] 연립방정식 이해하기
$\begin{cases} x^2-3xy+2y^2=0 & \cdots ㉠ \\ 2x^2-y^2=2 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠ 의 좌변을 인수분해하면
$(x-y)(x-2y)=0$ 에서
$y=x$ 또는 $y=\frac{1}{2}x$
i) $y=x$ 일 때 ㉡ 에 대입하면
$x^2=2$, $y^2=2$
따라서 $\alpha^2+\beta^2=4$
ii) $y=\frac{1}{2}x$ 일 때 ㉡ 에 대입하면
$x^2=\frac{8}{7}$, $y^2=\frac{2}{7}$
따라서 $\alpha^2+\beta^2=\frac{10}{7}$
i), ii)에서 $\alpha^2+\beta^2$ 의 최댓값은 4

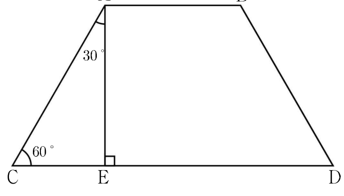
14. [출제의도] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기
x에 대한 이차함수 $y=x^2-4kx+4k^2+k$ 의
그래프와 직선 $y=2ax+b$가 접하려면
이차방정식 $x^2-2(2k+a)x+4k^2+k-b=0$ 의
판별식을 D라 할 때,
$\frac{D}{4}=(2k+a)^2-4k^2-k+b$
$=(4a-1)k+a^2+b=0$ $\cdots$ ㉠
㉠ 이 k의 값에 관계없이 성립하므로
$a=\frac{1}{4}$, $b=-\frac{1}{16}$
따라서 $a+b=\frac{3}{16}$

15. [출제의도] 선분의 내분을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기
직선 $3x+4y-12=0$ 이 x축, y축과 만나는 점은
각각 $\mathrm{A}(4,0)$, $\mathrm{B}(0,3)$ 이므로
선분 AB 를 2 : 1 로 내분하는 점은 $\mathrm{P}\left(\frac{4}{3}, 2\right)$
점 P 를 x축, y축에 대하여 대칭이동한 점은
각각 $\mathrm{Q}\left(\frac{4}{3}, -2\right)$, $\mathrm{R}\left(-\frac{4}{3}, 2\right)$ 이므로
삼각형 RQP 의 무게중심의 좌표 (a, b)는
$\left(\frac{4}{9}, \frac{2}{3}\right)$
따라서 $a+b=\frac{10}{9}$

16. [출제의도] 선분의 내분을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기
조건 (가)에 의해 $\triangle\mathrm{ADE}\backsim\triangle\mathrm{ABC}$
조건 (나)에 의해
삼각형 ADE 와 삼각형 ABC 의 넓이의 비가
$1:9$ 이므로 두 삼각형의 닮음비는 $1:3$
점 E 는 선분 AC 를 $1:2$ 로 내분하는 점이므로
$\mathrm{E}(4,3)$
직선 BE 의 방정식은 $y=\frac{1}{2}x+1$
따라서 $k=\frac{1}{2}$

17. [출제의도] 나머지정리를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기
$f(x)$는 이차식, $g(x)$는 일차식이므로
$f(x)-g(x)=0$ 은 이차방정식이고
조건 (가)에 의해
$f(x)-g(x)=a(x-1)^2$ (a는 상수) $\cdots$ ㉠
조건 (나)에 의해 $f(2)=2$, $g(2)=5$
㉠ 에 $x=2$ 를 대입하면
$f(2)-g(2)=a$ 즉, $a=-3$
$f(x)-g(x)=-3(x-1)^2$
나머지정리에 의해 $f(-1)-g(-1)=-12$
따라서 -12

18. [출제의도] 연립부등식을 이용하여 수학 외적 문제 해결하기
점 A 에서 선분 CD 에 내린 수선의 발을 E 라
하자.



사각형 ACDB 는 등변사다리꼴이고,

중앙 스크린의 가로인 선분 AB 의 길이가 $d\,(d>0)$이므로

$\overline{\mathrm{CE}}=10-\frac{1}{2}d$, $\overline{\mathrm{AE}}=\sqrt{3}\left(10-\frac{1}{2}d\right)$

$\overline{\mathrm{AC}}=2\left(10-\frac{1}{2}d\right)$

$d\le 4\times 2\left(10-\frac{1}{2}d\right)$이므로

$d\le 16$ … ㉠

사다리꼴 ACDB 의 넓이가 $75\sqrt{3}$ 이하이므로

$\frac{1}{2}\times(d+20)\times\sqrt{3}\left(10-\frac{1}{2}d\right)\le 75\sqrt{3}$

즉, $d\le -10$ 또는 $d\ge 10$ … ㉡

㉠, ㉡에 의해 $d\le -10$ 또는 $10\le d\le 16$

$d>0$이므로 $10\le d\le 16$

따라서 d의 최댓값과 최솟값의 합은 26

19. [출제의도] 원과 직선의 위치 관계를 이용하여 추론하기

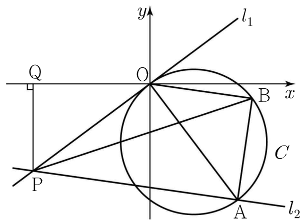
그림과 같이 세 점 O , A , B 를 지나는 원 C의 방정식은 $(x-3)^2+(y+4)^2=25$이므로

선분 OA 는 원 C의 지름이다.

직선 l_1은 직선 OA 와 수직이고 점 O 를 지나므로

직선 l_1의 방정식은 $y=\boxed{\frac{3}{4}x}$ 이다.

점 A 를 지나고 직선 OB 와 평행한 직선을 l_2라 하면, 두 직선 l_1, l_2가 만나는 점이 두 삼각형 OAB 와 OPB 의 넓이가 같게 되는 점 P 이다.



직선 l_2의 기울기와 직선 OB 의 기울기는 같고, 직선 l_2는 점 A 를 지나므로

$y-(-8)=-\frac{1}{7}(x-6)$

즉, 직선 l_2의 방정식은 $y=\boxed{-\frac{1}{7}x-\frac{50}{7}}$ 이다.

점 P 는 두 직선 l_1, l_2가 만나는 점이므로 점 P의 x좌표는

방정식 $-\frac{1}{7}x-\frac{50}{7}=\frac{3}{4}x$의 근이다.

즉, 점 P의 x좌표는 $\boxed{-8}$ 이다.

따라서 선분 QO 의 길이는 $\left|\boxed{-8}\right|$ 이다.

따라서 $f(x)=\frac{3}{4}x$, $g(x)=-\frac{1}{7}x-\frac{50}{7}$

$k=-8$이므로

$f(2k)+g(-1)=-19$

20. [출제의도] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이용하여 추론하기

ㄱ. 최고차항의 계수가 1이고 x축과 만나는 점의 x좌표가 1 , a이므로

$f(x)=(x-1)(x-a)$

따라서 $f(2)=2-a$ (참)

ㄴ. 이차함수 $y=f(x)$의 축의 방정식이

$x=\frac{a+1}{2}$ 이므로

점 P 의 x좌표는 $\frac{a+1}{2}$ … ㉠

이차함수 $y=f(x)$와 직선 PB 의 방정식을 연립하여 정리하면

$(x-1)(x-a)=m(x-a)$

$(x-a)(x-1-m)=0$에서

$x=a$ 또는 $x=m+1$이므로

점 P 의 x좌표는 $m+1$ … ㉡

㉠, ㉡에 의해 $a=2m+1$ … ㉢

이차함수 $y=f(x)$와 직선 AQ 의 방정식을 연립하여 정리하면

$(x-1)(x-a)=m(x-1)$

$(x-1)(x-m-a)=0$에서

$x=1$ 또는 $x=m+a$이므로

두 점 Q , R 의 x좌표는 $m+a$

㉢에 의해 $\overline{\mathrm{AR}}=(a+m)-1=3m$ (참)

ㄷ. $\overline{\mathrm{BR}}=m$, $\overline{\mathrm{QR}}=m(a+m-1)=3m^2$이고,

삼각형 BRQ 의 넓이가 $\frac{81}{2}$ 이므로

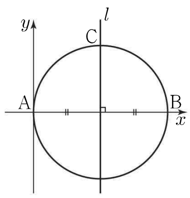
$\frac{1}{2}\times m\times 3m^2=\frac{81}{2}$

즉, $m=3$, $a=7$

따라서 $a+m=10$ (참)

21. [출제의도] 원의 성질을 이용하여 추론하기

i) $a=0$일 때, 직선 l의 방정식은 $x=\frac{3}{2}$



$\overline{\mathrm{OC}}=\frac{3}{2}\sqrt{2}$

ii) $a\ne 0$일 때,

$\angle\mathrm{AOB}=\angle\mathrm{ACB}=90^\circ$ 이므로

네 점 A , O , B , C 가 한 원 위에 있고,

선분 AB 는 이 원의 지름이다.

이 원의 방정식은

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{a}{2}\right)^2=\frac{a^2+9}{4}$ … ㉠

$\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BC}}$이므로 점 C 는 선분 AB 의 수직이등분선 l과 원이 만나는 점이다.

직선 l의 방정식은 $y-\frac{a}{2}=\frac{3}{a}\left(x-\frac{3}{2}\right)$ … ㉡

㉠, ㉡에 의해

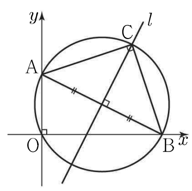
$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{a^2}\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{a^2+9}{4}$

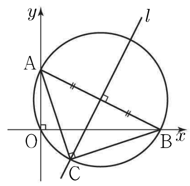
$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{a^2}{4}$

$x=\frac{3+a}{2}$ 또는 $x=\frac{3-a}{2}$

㉡에 대입하면 점 C 의 좌표는

$\mathrm{C}\left(\frac{3+a}{2},\ \frac{3+a}{2}\right)$ 또는 $\mathrm{C}\left(\frac{3-a}{2},\ -\frac{3-a}{2}\right)$





① ②

① $\mathrm{C}\left(\frac{3+a}{2},\ \frac{3+a}{2}\right)$일 경우

$\overline{\mathrm{OC}}=\sqrt{\left(\frac{3+a}{2}\right)^2+\left(\frac{3+a}{2}\right)^2}=\sqrt{2}\left|\frac{3+a}{2}\right|$

$-1\le a\le 2\,(a\ne 0)$이므로

$\sqrt{2}\le\overline{\mathrm{OC}}<\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 또는

$\frac{3\sqrt{2}}{2}<\overline{\mathrm{OC}}\le\frac{5\sqrt{2}}{2}$

② $\mathrm{C}\left(\frac{3-a}{2},\ -\frac{3-a}{2}\right)$일 경우

$\overline{\mathrm{OC}}=\sqrt{\left(\frac{3-a}{2}\right)^2+\left(-\frac{3-a}{2}\right)^2}=\sqrt{2}\left|\frac{3-a}{2}\right|$

$-1\le a\le 2\,(a\ne 0)$이므로

$\frac{\sqrt{2}}{2}\le\overline{\mathrm{OC}}<\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 또는

$\frac{3\sqrt{2}}{2}<\overline{\mathrm{OC}}\le 2\sqrt{2}$

i), ii)에 의해 $M=\frac{5}{2}\sqrt{2}$, $m=\frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 $\frac{M}{m}=5$

22. [출제의도] 다항식의 연산 계산하기

$(x+6)(2x^2+3x+1)=2x^3+15x^2+19x+6$

따라서 x^2의 계수는 15

23. [출제의도] 인수정리 이해하기

$f(x)=x^3-2x-a$라 하면

인수정리에 의해 $f(2)=8-4-a=0$

따라서 $a=4$

24. [출제의도] 원과 직선의 위치 관계를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

직선 $y=2x+k$를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한

직선의 방정식은 $y+3=2(x-2)+k$

직선 $2x-y-7+k=0$이 원과 한 점에서 만나므로

$\frac{|-7+k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}$ 즉, $|-7+k|=5$

$k=2$ 또는 $k=12$

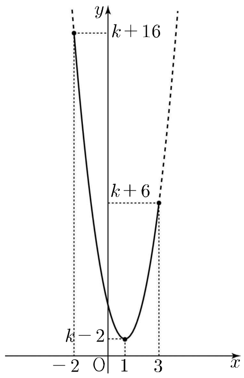
따라서 모든 상수 k의 값의 합은 14

25. [출제의도] 이차함수의 최대, 최소 이해하기

$f(x)=2x^2-4x+k=2(x-1)^2+k-2$

이차함수의 그래프의 꼭짓점의 x좌표 1은 주어진 x의 값의 범위에 속한다.

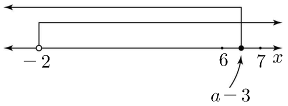
$f(-2)=k+16$, $f(1)=k-2$, $f(3)=k+6$



함수 $f(x)$ 의 최솟값은
$f(1)=k-2=1$ 이므로 $k=3$
함수 $f(x)$ 의 최댓값은
$M=f(-2)=16+k=19$
따라서 $k+M=22$

26. [출제의도] 연립부등식 이해하기

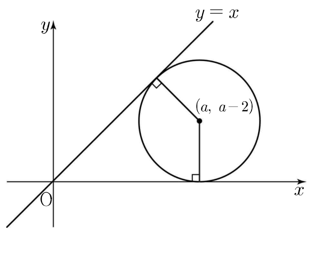
$3x-1<5x+3$ 에서 $x>-2$ ⋯ ㉠
$5x+3\le 4x+a$ 에서 $x\le a-3$ ⋯ ㉡
두 부등식 ㉠, ㉡ 을 만족시키는 정수 x 의 개수가 8 이 되도록 수직선 위에 나타내면



$6\le a-3<7$
$9\le a<10$
따라서 $a=9$

27. [출제의도] 원과 직선의 위치 관계를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

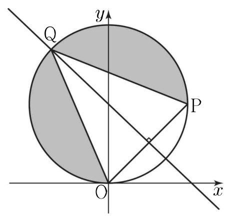
원 $(x-a)^2+(y-a)^2=b^2$ 을 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 도형은 중심이 $(a,\ a-2)$, 반지름이 $a-2\,(a>2)$인 원이다.
또한 이 원이 직선 $y=x$ 와 접하므로
$$\frac{|a-(a-2)|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=a-2$$
$a=2+\sqrt{2}$
$b=a-2=\sqrt{2}$
따라서 $a^2-4b=6$



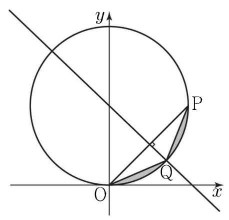
28. [출제의도] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

직선 l_1 의 기울기를 m 이라 하면
직선 l_1 의 방정식은
$y-1=m(x-1)$
직선 l_1 이 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프와 접하므로
이차방정식 $x^2-mx+m-1=0$ 의 판별식을 D라 할 때
$D=(-m)^2-4(m-1)=(m-2)^2=0$
즉, $m=2$
직선 l_1 의 방정식은 $y=2x-1$ 이므로
$\mathrm{Q}(0,\ -1)$
두 직선 l_1, l_2 가 서로 수직이므로 직선 l_2 의 기울기는 $-\frac{1}{2}$
직선 l_2 의 방정식은 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ 이고
$y=x^2$ 과 연립하여 정리하면
$2x^2+x-3=0$
$(x-1)(2x+3)=0$ 이므로 $\mathrm{R}\left(-\frac{3}{2},\ \frac{9}{4}\right)$
$$\triangle\mathrm{PRQ}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{PQ}}\times\overline{\mathrm{PR}}=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times\frac{5\sqrt{5}}{4}=\frac{25}{8}$$
따라서 $40S=125$

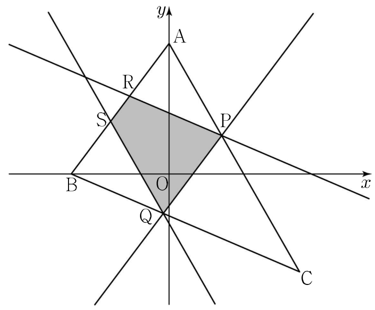
29. [출제의도] 원과 직선의 위치 관계를 이용하여 추론하기



직선 $y=mx-m+1=m(x-1)+1$ 은 m 의 값에 관계없이 점 $(1,\ 1)$ 을 지난다.
점 P 의 x좌표는 점 Q 의 x좌표보다 크므로 $\mathrm{P}(1,\ 1)$
$S_1=S_2$ 이므로 $\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{OQ}}$
삼각형 PQO 가 이등변삼각형이므로
선분 OP 의 수직이등분선은 점 Q 를 지난다.
선분 OP 를 수직이등분하는 직선의 방정식은
$y-\frac{1}{2}=-\left(x-\frac{1}{2}\right)$
즉, $y=-x+1$ ⋯ ㉠
㉠ 을 $x^2+(y-1)^2=1$ 에 대입하여 정리하면
$x^2+(-x+1-1)^2=1$
즉, $x=-\frac{1}{\sqrt{2}}$ 또는 $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\mathrm{Q}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},\ 1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ 또는 $\mathrm{Q}\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\ 1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
m 은 직선 PQ 의 기울기이므로
$m=1-\sqrt{2}$ 또는 $m=1+\sqrt{2}$
따라서 모든 실수 m 의 값의 합은 2
참고로 $m=1+\sqrt{2}$ 일 때의 그림은 아래와 같다.



30. [출제의도] 이차함수의 최대, 최소를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기



$\overline{\mathrm{AB}}=5$
선분 PQ 의 길이를 a 라 하면,
사각형 PRSQ 는 사다리꼴이므로 $\frac{5}{2}<a<5$
점 C 와 직선 AB 사이의 거리는 $\frac{37}{5}$ ⋯ ㉠
삼각형 ABC 와 삼각형 PQC 는 닮음비가 $5:a$ 인 닮은 도형이므로
점 C 와 직선 PQ 사이의 거리는 $\frac{37}{25}a$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡ 에 의해
사다리꼴 PRSQ 의 높이는 $\frac{37}{5}-\frac{37}{25}a$
두 사각형 BQPR 와 SQPA 는 각각 평행사변형이므로
$\overline{\mathrm{BS}}+\overline{\mathrm{SR}}=a=\overline{\mathrm{AR}}+\overline{\mathrm{SR}}$ 즉, $\overline{\mathrm{BS}}=\overline{\mathrm{AR}}$
$\overline{\mathrm{BS}}+\overline{\mathrm{SR}}+\overline{\mathrm{AR}}=\overline{\mathrm{BS}}+a=5$ 즉, $\overline{\mathrm{BS}}=5-a$
$\overline{\mathrm{SR}}=5-2\overline{\mathrm{BS}}=5-2(5-a)=2a-5$
사다리꼴 PRSQ 의 넓이를 $S(a)$ 라 하면,
$$S(a)=\frac{1}{2}\{(2a-5)+a\}\left(\frac{37}{5}-\frac{37}{25}a\right)=-\frac{111}{50}\left(a-\frac{10}{3}\right)^2+\frac{37}{6}\quad\left(\frac{5}{2}<a<5\right)$$
이므로 $a=\frac{10}{3}$ 일 때, $S(a)$ 의 최댓값은 $\frac{37}{6}$
따라서 $p+q=43$